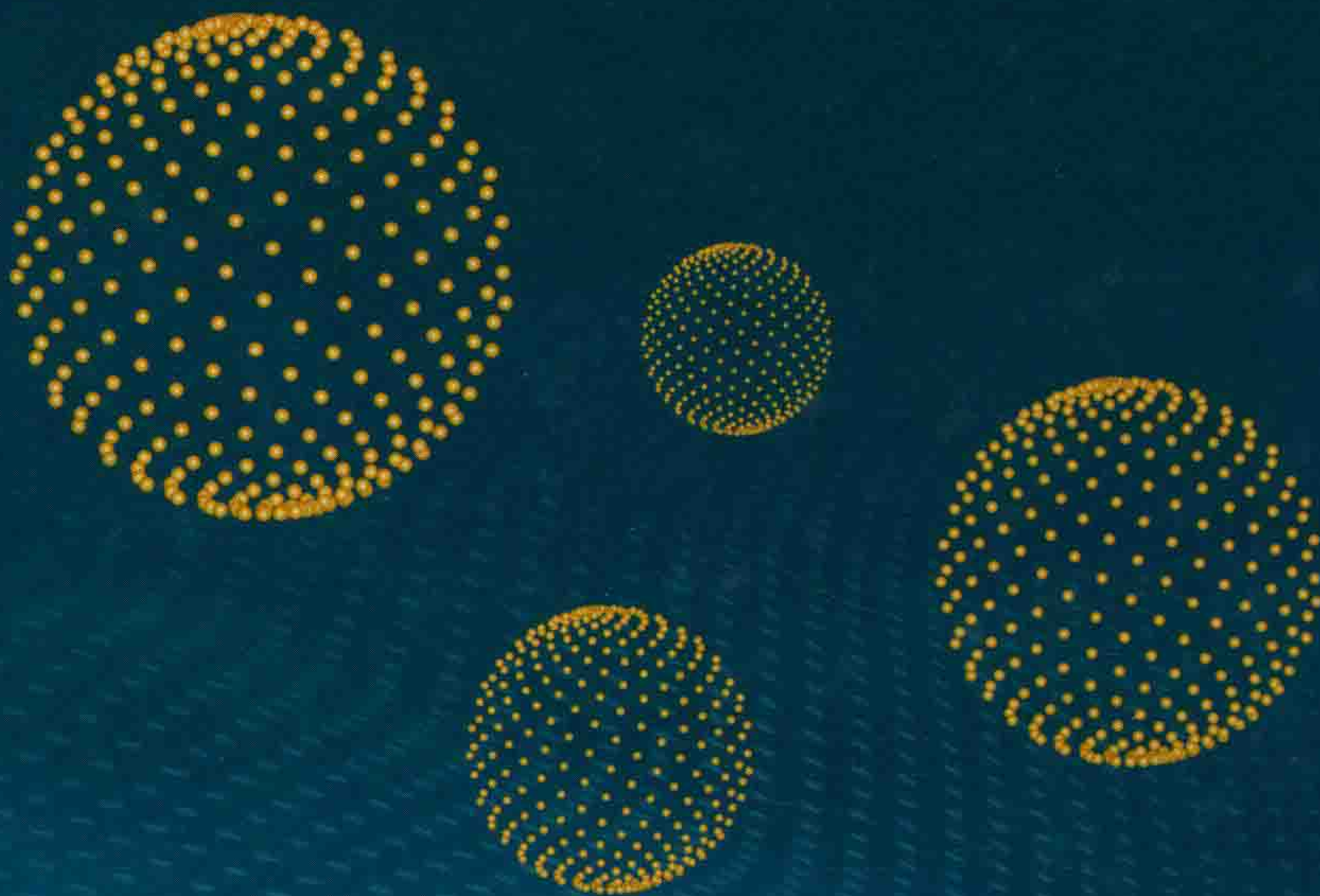
数学化的场论：球面世界的哲学

（第二版）

第一卷

任　伟　王　梅◎著





科学出版社

(TN-1574.01)

数学化的场论：球面世界的哲学

（第二版）

第一卷



科学出版社互联网入口

信息技术分社：010-64011835 销售：010-64031535
E-mail: it@mail.sciencep.com

销售分类建议：电子/电磁场

www.sciencep.com



定价：118.00 元

上海理工大学资助出版

数学化的场论：球面世界的哲学

（第二版）

第一卷

任 伟 王 梅 著

科 学 出 版 社
北 京

内 容 简 介

本书是作者多年研究成果的总结，也是研究过程的报道和研究方法的展现。仅就篇幅而论，自然科学内容居多；但就内在精神而论，本书可作为一本哲学书来读。本书将电磁场理论的核心概念用于研究人类，用数学化的场（而不是实证意义上的场）穿透主体间性的哲学难题，引导读者进入球面世界的哲学。旨在让读者成为哲学的人而不是科技的某种人。作者对每章的简要点评远比每章的知识本身重要。

本书可供电磁理论、人类思想史、哲学、语言学、宇宙学、数学物理、微波遥感、微波声学等专业的科技人员、研究生、本科生阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学化的场论：球面世界的哲学. 第一卷/任伟，王梅著. —2 版. —北京：科学出版社，2017.6

ISBN 978-7-03-053146-9

Ⅰ.①数… Ⅱ.①任… ②王… Ⅲ.①电磁场-场论 Ⅳ.①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 128103 号

责任编辑：余 丁 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：张 倩 / 封面设计：蓝 正

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 8 月科学出版社第一版

2017 年 6 月第 二 版 开本：787×1092 1/16

2017 年 6 月第二次印刷 印张：20

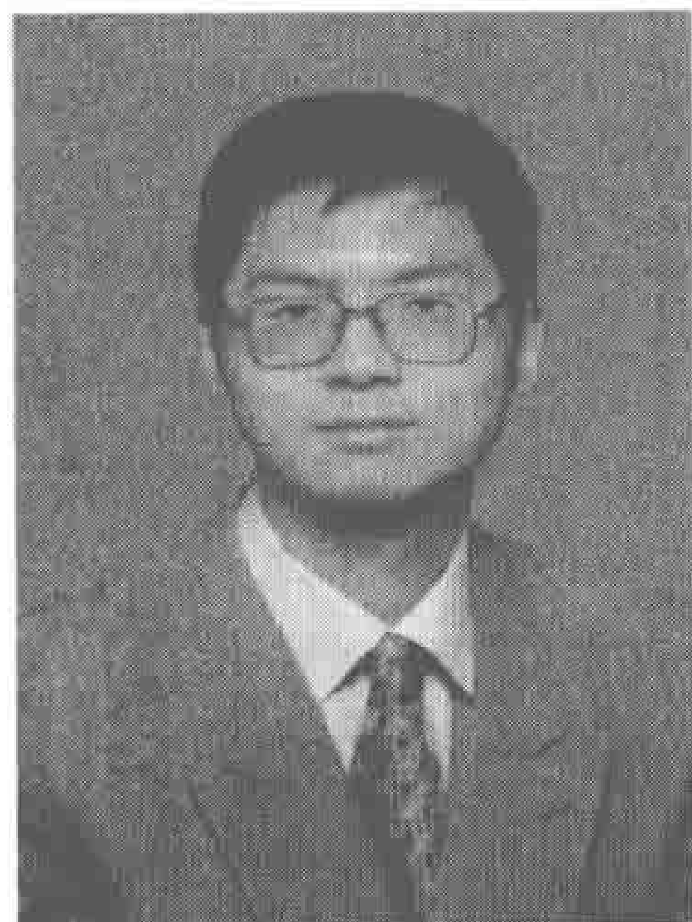
字数：441 000

定价：118.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

怀着敬意与感激谨将此书献给我们的父亲和母亲

作者学术成果



数学上

创立有界均匀各向异性介质的波函数理论；

创立无界均匀各向异性介质的并矢格林函数理论；

揭示哲学上意志论的数学结构；

证明时间的奔腾向前与时间的永恒轮回的定量关系，解答不同时强制同时何以可能的问题。

哲学上

完成对费尔巴哈、黑格尔在辩证法上的超越，用二维数字信号处理的方法给出辩证法的当代定型；

回答海德格尔"为什么在者在而无却不在?"的提问，完备了笛卡儿和康德没有完成的二元论哲学；

建立既与物理学不矛盾又与经济学一致的价值论；

用数学化的场结合物理学上的多重散射理论解决主体间性难题；

用完备二元论统一了本体论和认识论。

物理学上

建立作者的时空相对论，完成对牛顿和爱因斯坦的否定之否定；

给出相对论性量子力学狄拉克方程解的诠释；

开启电磁场和引力场统一场论的规范场路径；

在牛顿用向径，黎曼和爱因斯坦用速度构造力学体系的基础上，用加速度作为出发点构建力学体系，因此库仑定律和牛顿万有引力定律可以统一为匀加速运动；

发现第四守恒定律并给出惯性系的自恰定义和根源。

宇宙学上

将量子力学中量子化概念用于天体运动研究；

给出太阳系的五个自旋不同的方程；

探索光的加速度，在常识理解的零加速度的基础上，提出光的加速度为光速的平方的算符理解和光的加速度在数值上等于光速的对偶空间理解。

电磁学上

通过电偶极子的考察建立空间相对论和时间相对论；

通过对高斯定理的30年研究，打通了量子力学、电动力学、相对论和规范场论；

开创时域压电学研究；

证明地球引力场中电磁场的三个矢量位分量和一个标量位分量等于作者的统一场论中的二个电磁位加二个引力位，俗称3+1=2+2的问题，以此为基础，研究宇宙微波背景辐射下的有源电磁场理论。

语言学上

发现语言与言语有与Maxwell方程中电场和磁场相似的时变规律；

用意义和音响形象重写二元论的意识哲学；

通过对语言中句段关系和联想关系的研究，开启哲学的纤维丛时代，并推动能指和所指代表的泛函分析时代和分析哲学代表的函数论时代；

提出语言学的实践论，用无声的话语作为完备二元语言学实践论的第四个元素。

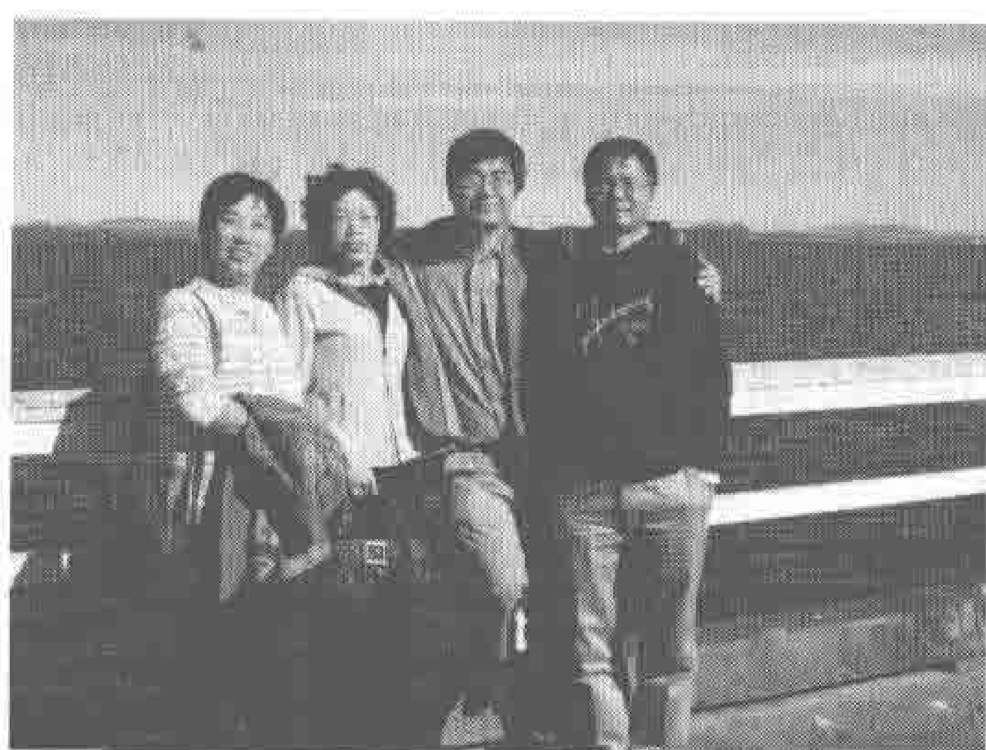
思想上

第一次定义了绝对静止(＝绝对运动)；

在哥白尼原著中找到自旋的思想萌芽，通过现象学提纯实现了自旋的哥白尼革命；

在宠加莱猜想的物理对应研究中，提出时空并不代表宇宙的思想；

用分析力学上的 Hamilton-Jacobi 体系重审一切科学与哲学，揭示了世界的显隐运作，完成生存论存在论的信息化重铸。



任伟夫妻和马君岭夫妻 2009 年于加拿大



任伟一家 2012 年于加拿大



任伟夫妻 2015 年于加拿大



王梅母女于四川省眉山市



余子勤、任伟、李志刚于四川省仁寿一中

作者手迹

如果我是哲学家，
我将带着使命：
追问人生意义，
关注人类命运，
反思现实社会，
构建理想乐园。
那将注定此生负重前行，
我知道那是多么曲折而漫长。

如果我不是哲学家，
而只是拥有善良而敏感的心灵，
我将不用追思事物本质，
更不用赋予生活另外的意义，
而是简单、透彻、快乐的迎接生活的给予。
无论是幸福或苦难，
只要是真实的，我将全部接受。
那该多好！

——王梅

第二版前言

本书第二版的第一卷至第三卷是任伟和王梅共同策划、共同起草、共同修改、共同校对、共同定稿的。在三卷手稿即将交付出版之际，我们享受着艺术性的愉悦和发自内心的幸福。第二版计划共七卷，其余四卷将在后期出版，第一卷至第三卷采用相同的前言和导论。

正如第一版第十章指出的，我在写下“数学化的场论:球面世界的哲学”这一标题的时候，并不知道宇宙的形状是四维空间中三维球面；同样，即使在第一版出版之后，我也不知道电磁场理论本身还有待进一步数学化。难道这不令人感到惊奇(西方哲学家有言:哲学始于惊奇)和神秘吗?！特别是2015年春节，我回到仁寿一中拜访高中物理老师李志刚先生和余子勤校长。李老师已九十高龄，还坚持一定要看我写的第二版，当时我认为第二版的面世至少是十年以后的事。如有神助，第二版前三卷居然能在2016年年底完成，显然这只有我自己的努力是不可能的。一切的荣耀都来自于大自然而归于大自然。

2016年暑假，我在科学研究遇到瓶颈之际，终于苦尽甘来，发现了自旋为2的电磁场的数学结构，两周以后又进一步发现了对自旋为2的电磁场进行量子化的方法。尽管这些优雅而简洁的工作留待第二版的第四卷至第七卷中才能展现，我仍然在无比敬畏大自然的必然性(也就是斯宾诺莎的神)的同时感到自己是多么的幸运。感谢哺育我的祖国和人民，感谢养育和教育我的父母，感谢我的爱人对写作本书的支持。感谢方华书记和吴信宝书记对我的理解、鼓励、支持和帮助。感谢尧军和张萌同学对我的友谊，感谢马兴启兄弟般的情谊。

本书第一版由于篇幅的限制，只是提纲式地呈现了初步的哲学探讨，为此我感到深深的遗憾。在第一版大量的自然科学研究基础上，第二版增加了十章哲学内容，这就较为详尽地阐释了我建构的哲学体系；展示了我多年来在哲学方面的沉思以及与前人哲学思想的关联和创新。第二版第一卷中自然科学方面的内容主要来自我的博士论文及博士后工作总结；第二卷中自然科学方面的主要内容是有关格林函数及时域压电学方面的研究工作；第三卷中自然科学方面的主要内容是我创立的均匀各向异性介质波函数理论。各卷均有哲学内容渗透，这样分卷的好处是便于读者阅读和理解。第二版的出版初步形成了任伟哲学的雏形，旨在让更多学理工科的人能从中寻找到自然科学与哲学的切入点，并将哲学的思维方式和更哲学的视野用于自然科学的研究和学习。同时，哲学既来源于生活又投入生活，但愿每个人在哲学光芒的照耀下能拥有更美好和更有意义的人生。很多写得好的篇章和段落使我感到欣慰，所喜的是第二版是我谱写的自然科学和哲学的交响乐，二者在时间哲学中欢快地奏鸣时间与电磁场理论的神曲。但也确实有些章节还待今后机缘进一步完善和补充，因与上海理工大学的工作合同要求必须在2016年年底前交稿而不可能现在进一步锤炼，恳请读者谅解。第一版中的一些明显错误已在第二版中更正。

第二版前三卷由上海理工大学资助出版。特别感谢刘平副校长、庄松林院士，以及张

大伟、杨永才、陈海瑾、朱莉、张学典、卢莎、刘伟、邵晶婉、孟德华、潘涛等领导对本人科研工作的支持和帮助。感谢曹宏明、毕聪、郭东升、张志勇、郭旗、潘锦、王清源、佘卫龙、覃新川、彭润玲、朱灿等朋友的鼓励。

人生是欢乐的涌泉,偶尔也有深沉的悲痛。但痛苦是欢乐的源泉,我们又何必因痛苦而悲伤。让我们带着历史理性的使命感和责任感,以斯宾诺莎为榜样,诗性地栖居在大地上。

限于作者的学识和水平,书中不足之处在所难免,欢迎读者批评指正。

作　者

2016 年 10 月 9 日于四川眉山

第一版前言

本书是作者主持的两个国家自然科学基金项目(编号 60471011,60872091)的成果总结,受到国家自然科学基金的支持和杭州电子科技大学的资助。在此特别感谢杭州电子科技大学历届各级领导方华、叶明、薛安克、费君清、孙玲玲、朱泽飞、郭林松、余建森、吕金海、陈光亭、邵根富、田野、严义、刘敬彪、鲁剑伟、黄良、胡建萍、官伯然和秦会斌等的指导和帮助。

本书第九章和第十章较好地反映了作者的研究兴趣和研究现状。书中有少量内容的重复主要是为了研究型章节的相对独立性(self-contained),也可以说是为了每章的自足性。重复并不是完全无用的,至少容易加深读者对有关内容的理解和掌握,正好比一首歌曲往往有些不同时的重复,交响乐更有同时的重复,而且,有的读者只是选择性地看书中某一章甚至某一节,自足性就十分重要。所以,我没有刻意避免重复。

第一章,传输线的函数变换解,是博士论文的工作,师从林为干院士,体现了很好的师传。林为干院士在保角变换方面做了很多研究工作,我在他那里学保角变换的确是事半功倍的。

第二章,导电柱体的低频散射是对林为干院士和潘威炎老师早年工作的改进,方法还是保角变换。

第三章,椭圆直波导理论也是林为干院士擅长的领域,对我来说则是完成了几何各向异性区域内波动方程的数学结构的认识,为我日后的突破性原创工作奠定了思想基础。

第四章,条带散射研究。林为干院士在我一上博士时就叫我关注时域微波的问题。当时人年轻,有点不听老人言,一切以自己的兴趣为转移,在快毕业的时候勉强开始了一点工作,没法写进博士论文。但是听了一些有用的课,如聂在平、阮颖铮老师的几何绕射理论和复射线理论。还听了冯志超老师的光学原理,卢亚雄老师的激光原理,谢汉德老师的高等量子力学。博士期间通读了吴大猷的《理论物理》(七卷集),基本框架能够背诵,为我日后的物理学研究打下了良好的基础。在此,特别感谢我妈妈从小给我思想的自由。一个人的博士经历无疑是重要的,本科学习也很重要。要特别感谢本科阶段的杨义先、张连文、张志勇、杨耀武和向中贵同学,以及成孝予、赵家升、冯潮清、何云娇和任丽君老师。

博士毕业以后,出国前,应用已故华罗庚教授在《数论导引》前言中介绍的方法(从这里可看出本科数学教育的痕迹),系统地研究已故的美国麻省理工学院教授 J. A. Kong 及其学生的工作,这是第五~七章的工作,对我的学术水平有很大提升。直接的好处是 1994 年 Vasu. V. Varadan 教授邀请我到美国宾夕法尼亚州州立大学访问。Vasu. V. Varadan 教授对我当时的工作充分肯定,认为是与国际研究潮流齐头并进的。我从 Vasu. V. Varadan 教授那里学到了研究物理的方法,她告诉我 Maxwell 方程不要了,我们另搞一套。她是美国芝加哥大学物理学博士,芝加哥大学数学系 V. Twersky 的学生,对原创性研究的选题有敏锐的目光。Vasu. V. Varadan 教授对我的鼓励和指导直接造就了

第八~十章的成果。可以说是 Vasu. V. Varadan 教授塑造了我的物理学研究风格(按照玻尔的话说,卢瑟福是他的第二位父亲,依此类推,Vasu. V. Varadan 教授是我的第二位母亲)。整个第八~十章是物理学、数学、哲学思想的交响曲。

① 根据康德内外感知学说的启示,用旋转的车轮测量耦合着的时间和空间,实现了狭义相对论四维时空的三维描述;提出并证明了任伟定理;根据任伟定理,引力质量=惯性质量,狭义相对论为广义相对论奠基;完成在时空观上对牛顿的绝对时空和爱因斯坦的相对时空的否定之否定,创立了作者的空间相对论和时空相对论;在人类思想历史上第一次用等式"绝对静止=绝对运动"定义了绝对静止;发现继能量守恒、动量守恒和角动量守恒定律之后的第四守恒定律,对应于时空的第四种对称性。从而将物理学的出发点从匀速直线运动改变为匀转速运动,实现整个物理学的重新理解。

② 通过对高斯定理的研究,在坚持无源 Maxwell 方程正确性的前提下,发现了有源 Maxwell 方程的新的物理意义,实现了量子力学、相对论、规范场和电磁场与引力场的统一场论的贯通。给出量子力学相对论性狄拉克方程解的作者诠释。

③ 创立有界均匀各向异性介质的波函数理论和无界均匀各向异性介质的并矢格林函数理论。问题由作者提出,方法是原创的,结果是新颖的,在经典物理学各个领域都有应用。特别是否定了文献上求解无界均匀各向异性介质并矢格林函数的傅里叶变换法、Radon 变换法和平面波展开法。

④ 完成对费尔巴哈、黑格尔在辩证法上的超越,用二维数字信号处理的方法给出辩证法的当代定型。

⑤ 回答海德格尔"为什么在者在而无却不在?"的提问,完备了笛卡儿和康德没有完成的二元论哲学。

⑥ 完成对自旋解释的哥白尼革命,写出太阳系的五个不同自旋的方程。将量子力学中的核心量子化概念用于研究天体运动。

⑦ 改变了人类关于宇宙就是时空的思想,用基于绝对时空(时间有先后)的封闭体系的自然哲学补充目前基于广义相对论(不同时可强制同时)的开放体系的(耗散结构的)宇宙论。

只对作者最近工作感兴趣的读者阅读第九章和第十章即可。第九章是数学化的场论,第十章是球面世界的哲学,与本书副书名相吻合。

第十一章则进一步以本书特有的平面波主线介绍弹性波基础,这些知识对电磁学专业的读者也是有用的,因为材料的研究和学科的交叉使得不了解这些知识就难以进行一些前沿的研究课题。

第十二章深入探讨声电耦合场问题,提出声电耦合场的初边值问题,将一种电磁场中常用时域数值计算方法引入到声场。据我的导师 Smith 教授说,2002 年他在德国超声年会上的演讲引起包括美国国防部、美国海军实验室在内的世界各地研究团体的强烈反响,带去的 30 多份论文预印本被一抢而空,会后还有很多来信来电索取。目前杭州电子科技大学在这一方面的研究领先于 Smith 教授在加拿大的工作,也领先于其他研究小组。

第十三章以大量篇幅详细讨论波函数理论,也就是无源波动方程的解,第十四章研究有源情况下波动方程的解。这两章是作者在专著《电磁散射理论》中撰写的两章内容的更新。这部分可作为博士研究生的教材。

第十五～二十一章的内容是两个国家自然科学基金资助课题的阶段性成果小结。我指导的研究生焦志伟、徐广成、潘伟良、杜铁钧、董志龙、王丹、姚军烈、郑洲官、朱合、肖刘琴、刘松柏和刘宁做了大量的协助工作，这部分内容可作为相关学科的教材。

这次成书，限于作者学识水平，虽然数易书稿，仍然不很满意，特别是哲学方面的研究，遵照母命压缩到第八章，甚为遗憾。这些年实际做的工作是第八章的十倍以上。哲学研究成果只能按照妻子的建议将来出下一本著作时去体现了。

书中内容难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

作　者

2012 年于杭州电子科技大学

目　录

导　　论

本书第二版前三卷手稿完成之后，我感到很有必要对任伟哲学体系进行更加清楚明白的介绍，所以标题“导论”也完全可以改为任伟哲学导论。在这种意义上，导论也可以理解为第二版的第一卷到第三卷的后记，因此这三卷只有第一版后记而没有第二版后记。将来出版的第四卷到第七卷将同样用这篇导论和第二版前言，但也许会有第二版后记对后续各卷做出补充说明。导论至少主观上要达到以下四重目的。

首先，对本书编排方式的合法性做出说明，因为马克思说只有唯一的一门历史科学，人的科学为自然科学奠基，自然科学也为人的科学奠基，人的科学与自然科学相互关联。这对学理工科的人理解为什么在场论著作中要包括人的科学至关重要。

其次，试图通过电磁场与电磁波的数学化，紧扣本书标题“数学化的场论”展开讨论，也就是对哲学有什么用做出实质性的回答。因为科学上重大的突破，比如电磁场与电磁波的进一步数学化就离不开哲学，特别是离不开时间哲学的创立和电荷是什么的解答，这些内容也是紧扣本书标题“球面世界的哲学”的。

再次，试图利用导论，对任伟哲学体系中的一些关键概念、方法做出比前三卷正文中更为清楚明白的说明，进一步厘清任伟哲学的独特性、独创性，以及与哲学史上其他哲学的区别和联系。

最后，借用导论对科学研究和哲学研究做出了适当的展望和预言，导论中呈现了前三卷中没有提及的一些内容和问题，某种意义上也为本书第四卷到第七卷的大致内容做出预告。可能会包括美学一卷、心意场理论一卷、电磁场理论基础一卷、电磁场理论一卷。也可能因将来的机缘而改变，比如心意场理论一卷不写，而写成电磁场理论三卷，分别作为本科生、研究生、博士生的课外读物。总之第四卷到第七卷尚在筹划中。

导论分为九小节，外加统一标注的参考文献，与正文每章的体例相同，但写法（内容上）还是与正文的每章不同。导论有的小节很详细，有的小节则很简洁，与正文还是大有区别，我认为这种写法作为导论是合适的。

（一）作者时间哲学的创立

时间的哲学思考是历史上很多伟大哲学家的中心论题，柏拉图、亚里士多德、普罗提诺、奥古斯汀、康德、黑格尔、胡塞尔、海德格尔、尼采、闵可夫斯基、柏格森等都提出过他们对时间的哲学理解和哲学解释。时间是一个熟知而非真知的概念。科学上，牛顿的绝对时空观和爱因斯坦的相对时空观比较有名。按我们的理解，牛顿的绝对时空中的时间是奔腾向前的，适合用$\frac{\partial E}{\partial t}=0$（这里$E$为能量，$t$为时间，$\frac{\partial}{\partial t}$代表时间算符）的封闭系统（整个宇宙，天外无天的自然），而爱因斯坦的相对时空中的时间则是永恒轮回的，不同时强制同时的，适用于生物和社会这样的耗散结构，$\frac{\partial E}{\partial t}\neq 0$（天外有天）。然而以前的科学家和哲

学家都没有完成时间和空间的真正打通,特别是对奔腾向前的时间不能提出约束条件,是本书作者首先给出了时间算符必须满足的偏微分方程,从而束缚了奔腾向前的时间这匹野马。闵可夫斯基知道了时间和空间的耦合,我们在更高水平上澄明了时间与空间如何耦合。作者为这三种时空(牛顿的绝对时空、爱因斯坦的相对时空、黑格尔的概念辩证运动时空)找到了现实的数学的对应,实现了在时空观上对牛顿、爱因斯坦、黑格尔的超越。细节已在本书前三卷中多方面展开。

由于光速不变,路程等于速度乘以时间,终于实现将空间的真理表达成时间的真理,也就是时间算符应该满足的偏微分方程。如果将时空耦合在一起考虑也是可以的(当然要更复杂一些),因为四维时空中没有五形式、六形式,而只有四形式及其以下各种微分形式。

关于时间的哲学思想,不同于最近一百年来物理学、数学主流社会的思想,与超弦、弦论等当前流行的各种学说(如文小刚的理论)大不一样。作者对时间的理解基于作者对自旋的独特的经典解释(见第二卷第九章),很有原创性。

简单点说,既然对扑克牌可以言及自旋为 1 和自旋为 2,当然对宇宙微波背景辐射也可以言及自旋为 2。由自旋分析可以发现时间的真理。时间的当前测量有两种方式,一种是基于电磁相互作用的圆周运动,另一种是基于引力相互作用的单摆运动,两种运动将给出同一种客观时间,就可实现电磁场与引力场的打通。这在德布罗意的博士论文中有较深入的研究。

(二)作者对电荷是什么的解答

电荷是什么?这是电磁学中所有问题的问题。一打开电灯的开关,就会有电,可见电荷肯定与物质的运动有关。几千年前,人类就发现了磁铁,磁的发现在电的发现之前。比如磁铁有南极和北极,因而人类发明了指南针,但指南针的内在机理是人类思想上没有真正解决的问题(磁的本质),因而电荷的本质是物理学上至今悬而未决的问题。

有的教科书上说,电荷的存在是物理上的经验事实,至于电荷是什么在科学上就不再追问了,电磁学就从电荷,特别是从电荷的库仑定律讲起。我们生活在一个坚持唯物主义的国度,怎么能够西方人叫我们不再追问电荷是什么,我们就不追问了呢?本书致力于澄明电荷的真理,为什么电荷是量子化的,为什么有正电荷,也有负电荷,有同时存在的磁北极和磁南极,因而也就有电中性的物体。相反对于质量而言,为什么有正质量定理,因而质量为什么恒为正,而不可能为负,特别是质量不可能为零。因此物理学上所谓光子静止质量为零的概念是不合适的,以前有许多人和许多书都认为光子的动质量不为零而光子的静质量为零,似乎振振有词,这是一个科学上的悖论,必须从科学理论中清除出去。我的结论是光子是有质量不带电的粒子,而光波是有质量电中性的场,光子和光波都以光速运动,不存在静止质量为零的光子或光波。光总是以光速传播,无论光在光子状态还是在光波状态。作为电磁场理论专业的博士,我对能回答电荷是什么感到欣慰。到目前为止,全世界的电磁场理论专家和理论物理学家都只知道电荷的经验事实,不知道电荷的本质。按希腊哲学传统,也就是现代科学(从希腊哲学分化出来)传统,电荷的本质=电荷是什么=电荷的数学表达式。本书将回答电荷是什么?我们得到的电荷表达式可解释为什么电子的自旋为(必须是)1/2,光子的自旋为(必须是)1,特别是黑洞为什么有电荷。在电磁场

与引力场的统一场论上迈出了坚实的一步。以前是3+1=2+2，现在是4+1=5，是以前工作的深化(不同，扬弃)。本书第一版没有写出(更确切一点是，已推导出方程，但没打算公开在书中发表，放一放再说)太阳系的5个方程是明智的，因为4维空间的张量描写是现代物理学的主流，而4与5的矛盾当时还没有解决。本书第二版将展示如何解决4与5的矛盾的过程。

电荷=什么，这是H. Weyl、A. Einstein、C. N. Yang等提倡对称性决定方程本身以来成功应用的典范之一。第一版第八章附录中有思想的种子。自1959年AB效应发表以来，人们认为麦克斯韦方程由四个分量位函数导出规范场，也就是说麦克斯韦方程成为现象，规范场才是本质。但光子的质量既为零又不为零是一个矛盾(相对论与量子力学的矛盾)；宏观电磁场只需两个位函数，两个多余的位函数没有宏观意义。量子场论上也是不可测量的，且导致负度规。下一步(第四卷到第七卷)，作者将论证电磁场与引力场将由五个规范位函数导出。同时解决光子的质量既为零又不为零的矛盾。两个电磁位给出电磁场，三个引力位给出三维空间。这里空间不是现成的，而是由运动着的物质生成的，空间不空(请见本书第一版的"绝对静止=绝对运动")。电磁场与引力场的耦合在三维空间同时发生。电磁场本应叫电质(电磁质量电荷)场，麦克斯韦方程刻画了电磁现象，本书的电磁质量电荷场才能反映电磁现象的本质。这将是唯物主义的伟大胜利，因此这也是一个哲学的高潮。自然界四种相互作用都是规范场。英国哲学家、诺贝尔文学奖获得者罗素早就有与作者相似的目光，但他只是个哲学家，并不真懂电磁学。本书第一版中提到的上海交通大学杨本洛的研究在正确的方向上，可惜他只在颠覆上，作者的工作才在建构上。

通过这一例子，认真的读者会知道在原创的和纯粹的科学著作中，哲学能够且必须占有一席之地。因为科学的根在哲学。正如本书第一版对自旋之谜的解答中所展示的，哥白尼是用哲学(神性)的目光才发现了地球围绕太阳转，作者也是用现象学的目光才发现地球围绕太阳转的自旋为2。实现了自旋解释的哥白尼革命，因此改变了全世界物理学家的思想。本书的哲学内容绝不是可有可无的，事实上，本书的哲学体系有很强的针对性：以理工科出身的人为主要读者。也就是首先要成为人，然后再做某种人。现在很多理工科学生尽管学了不少科技知识，但人文修养确实有待提高，希望搞理工科的人不会再认为哲学与自己的工作和人生无关。伟大领袖毛主席(不必改动，这是对毛泽东时代的回忆)说："我们这个民族有数千年的历史，有它的特点，有它的许多珍贵品……今天的中国是历史的中国的一个发展，我们是马克思主义的历史主义者，我们不应当割断历史，从孔夫子到孙中山，我们应当给以总结，承继这一份珍贵的遗产。"[1]534

伟大的孙中山先生说："我们今天要恢复民族精神不但要唤醒固有的道德，就是固有的知识也应该唤醒他。中国有什么固有的知识呢？就人生对于国家的观念，中国古时候有很好的政治哲学。我们以为欧美的国家，近来进步很快，但是说到他们的文化，还不如我们的完全。中国有一段最有系统的政治哲学，在外国的大政治家还没有见到，还没有说得那样清楚的，就是大学所说的'格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下'那段话。把一个人从内发扬到外，由一个人的内部做起，推到平天下止。像这样精致开展的理论，无论外国什么政治家都没有见到，都没有说出，这就是我们政治哲学中的宝贝，是应该要保存的。这种正心、诚意、修身、齐家的道理，本属于道德的范围，今天要把他放在知识范围内讲，才是适当。我们祖宗对于这些道德上的功夫，从前虽然是做过了，但是自失了

民族精神之后,这些知识的精神,当然也失去了。所以普通人读书,虽然常用那一段口头禅,但是多是习而不察,不求甚解,莫名其妙的。"[2]411按照西方哲学的行话,孙中山先生的意思是:大学的格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下还是一段熟知而非真知的话,很有必要用西方的知识论哲学来重写,才是适当。本书用了较多的篇幅,多次习而察知,力求甚解。

任伟哲学是数学化的场论,不是实证的,但又是可实证的,不是可知的,又是可知的,不是可说的,又是可说的,见本书第一版后记作者母亲关于数学化的场的提问[3],旨在改变哲学的研究对象和研究方法。将哲学的时尚——生活世界(如哈贝马斯的哲学)数学化为场以表达自然和社会的无限复杂性并穿透主体间性的哲学难题。本书第一版与第二版在这一中心思想上是一致的。主要涉及社会化历史性的场(历史唯物主义,第一版)和世界化时间性的场(辩证唯物主义,第二版)。相当于宏观经济学与微观经济学。正如本书第一版已指出的,作者在康德与黑格尔之间打了个活结,即不是实证的,但又是可实证的,不是可知的,又是可知的,不是可说的,又是可说的,中庸,具体问题具体分析。用语言学的术语,场变成一种能指以兼容并接纳各个哲学家的哲学中的所指。用程序设计的语言,任伟哲学中的场是一个地址,可存放不同的数据。第二版形式上是将中国古代的四书简化为大学一书,用认识论与本体论统一的方式重写,用中庸=至善打通四书。小的方面突出了——珍爱家庭。总体定位是——这是七本有中国情调的哲学和科学著作,也是作者的七本自选集。

作者对科学与哲学问题的探索,强烈地依赖于作者的电磁场理论功底。同时作者的电磁场与引力场研究也深深植根于中华民族的哲学传统,特别是气一元论的传统。经过张载、王廷相、王夫之等先哲的研究,气本体论达到了相当深入的层次。本书展示的正是气本体论的改进和应用。经过作者的研究,阴阳不测之谓神体现的是海森堡的测不准关系式,与康德哲学中的两种自由(必然性)正好吻合上。本书第一版论证了共时态的辩证法建构,第二版将论证历时态的辩证法建构。实现了对一阴一阳之谓道和阴阳不测之谓神的同时理解和同时应用。从根本上回应了新康德主义的代表人物纳托普对现象学的挑战。协调了时间的奔腾向前(海德格尔的存在论)与时间的永恒轮回(胡塞尔的认识论)的矛盾,用的是从真空中的麦克斯韦方程到介质中的麦克斯韦方程的办法。也就是在整体奔腾向前的存在哲学中自洽地包括永恒轮回的具体概念。因此,作者本来预计2025年完成的哲学体系因找到了好的研究途径和表现形式,在2016年年底就得以完成其雏形。

(三)真空中的时谐平面电磁波研究

本书第一版中,作者通过地球绕太阳自转、公转和四季变化的研究给出了自旋为2、1、1/2的粒子运动的经典物理学解释,从而为用经典物理学而不是量子物理学研究平面电磁波的自旋开辟了道路。通过对时谐平面电磁波在两个周期内电磁源、电磁位、电磁场、电磁张量的时空变化研究,得到自旋为-1、0、+1和自旋为-2、-1、0、1、2的平面电磁波解。此项研究是在粒子自旋已知的经验事实的基础上在粒子的内禀空间进行的经典分析,其基础是一百多年以前已证明的麦克斯韦方程在保角变换下的不变性。麦克斯韦方程的这种尺度不变性与量子力学无关,因而可将经典麦克斯韦方程用于内禀空间,这一空间尺度比量子力学小两个数量级左右,但远远大于弦论、超弦等理论所考虑的空间尺

度。此研究将深化人们对电磁场波粒二象性和自旋的理解和解释。

宇宙微波背景辐射现在已写入大学教科书中[4]，对宇宙微波背景辐射的研究工作曾分别获得1978年和2006年的诺贝尔物理学奖。宇宙微波背景辐射可以看成电磁学真空的物理实在，无论是基于大爆炸理论（不同时可强制同时[3]），还是牛顿的绝对时空[5]（时间有先有后[2]）。牛顿的绝对时空之所以能够复活是“由于对宇宙背景辐射的精密测量与了解，我们今天已经可以把它用作理想的参考系。比如，太阳相对它的速度是369±2公里/秒。”[4]国内还出版了一些有助于理解宇宙微波背景辐射的专著[6-8]。

时间问题是几千年来很多哲学家的论题。柏拉图、亚里士多德、普罗提诺、奥古斯汀、康德、黑格尔、柏格森、胡塞尔、海德格尔、皮亚杰等都对时间问题有独特的理解和解释。特别是皮亚杰在其论著《结构主义》中引入四阶群讨论时间相关问题。从物理学上研究时空的代表是牛顿和爱因斯坦。但所有上述哲学家和数学家、物理学家都没有找到时间算符应满足的约束条件。国内关于时间空间的科学论著也不少[3,6-20]。众所周知，电磁场理论的基础是真空中的麦克斯韦方程组，现在真空有了比麦克斯韦的时代更为丰富的含义。在本书第一版的第九章中，作者已打通绝对空间、绝对时间和相对时空。特别对电磁源而言，是一种空间表象的公式体系。在本书第一版的第十章中，作者通过对麦克斯韦方程组有关方程求时间的一阶导数，开启了对电磁源的时间表象的新道路。一个自然的追问是能否再求二阶导数、三阶导数、n阶导数、无穷阶导数（初步的结论是八阶以上导数就没有新的东西出现了），所以探讨时间与麦克斯韦方程组成为水到渠成之事了。而打通电磁源的空间表象和时间表象，成为真空中的时谐平面电磁波研究的中心论题。时谐平面电磁波的引入使得微分算符代数化，为进一步用群论研究问题提供了可能，同时使得自旋的分析简化为平面波本征波矢的自旋分析。

王正行写道[4]149，矢量位和标量位是描述电磁场的基本量，场强是电磁场在经典或宏观极限的观察量[11,12]。电磁场理论可以从理论物理[13]、大学物理[14]、光子学[15]、哲学[16]、电动力学[17]等各方面来理解，我们的研究限于文献[17]第1.8节对偶场也就是电磁对偶性[13]的深化，此研究只包括在通常意义上电中性的真空中的电磁场，不包括具有非零质量带电粒子产生的电磁场。重点又在电偶极子（电中性）产生的电磁场，也就是探讨无源麦克斯韦方程的有源性。众多电动力学书籍中特别引用文献[17]的原因是该文献第311页上例4的结论“荷质比相同的不同带电粒子组成的体系不会有偶极辐射”曾经对研究工作有重要推动作用。

在本书第一版中作者已从概念上完成了牛顿和爱因斯坦在时空观上的否定之否定，我们将在哲学家黑格尔时间的真理是空间的论断的启发下，导出时间算符必须满足的微分方程，从而在时间问题上做出实质性的数学化的贡献。时间算符所必须满足的微分方程的获得，从数学上说，就是给出了将牛顿绝对时空与爱因斯坦的相对时空应该满足的约束条件。从伽利略认为大自然是用数学写成的一本书以来，没有好的数学很难研究现代物理。从学术史的意义上，作者得益于最近一百年数学物理的发展，特别是吴大峻和杨振宁将纤维丛和规范场打通。同时，这一结果的获得还使我们独立于宇宙微波背景辐射得出了电中性电偶极子中电荷用电磁质量表达的方程。这一方程与基于宇宙微波背景辐射得到的方程完全一样。换句话说，从研究宇宙微波背景辐射开始是作者真实的研究历史轨迹。后来发现没有宇宙微波背景的经验事实照样可以导出真空中电荷与电磁质量的数

学关系式。只是基于宇宙微波背景辐射的推导,数学上简单得多,而物理上复杂一些;基于时间的几何化推导,数学上很高深,而物理上相对简单。

2015 年,Chanyal 在美国《Journal of Mathematical Physics》上发表了 18 页长文,致力于在有源麦克斯韦方程的框架下,将引力场与电磁场在某种意义上统一起来[21]。但是引力场的自旋没有被讨论。我们利用本书第一版中提出的一系列思路和手段解决 Chanyal 想要解决的问题,将以如下几项研究为基础并向前发展。

① Carlos. R. Pavia 领导的课题组分别于 2014 年和 2012 年发表在《IEEE Transactions on Antennas and Propagation》上的论文,特别是关于 Minkowskisan 各向同性媒质的物理意义的解释[22]。

② Nikitin 关于麦克斯韦方程与对称性(英文专著)、轴子(axion)电动力学(美国《物理学评论》D 辑,2012 年)和任意自旋的 Laplace-Runge-Lenz 矢量研究[23]。

③ Lang 和 Raab 发表在美国《Journal of Mathematical Physics》上的论文[24],他们通过组成关系的研究暗示出麦克斯韦方程组有接受自旋为 2 的部分场(引力场)的可能性[3,15]。我们将在真空中时谐平面波的特殊情况下构造出自旋为 2 的引力子解。

④ Ivan Ferrandz-Corbato 等发表在美国《Physical Review Letters》上的论文,彻底打通了电磁对偶性和手征守恒性[25],将十分有助于对电磁源的理解。

⑤ 对于不修改麦克斯韦方程就能统一无源情况下的电磁场和引力场做出鉴定性研究后,我们还将吸收 Fedorov 发表在《Physical Review E》上的论文的思想[26],保留修改麦克斯韦方程以对自旋为 2 的引力场进行量子化的可能性。关键性方程[3,15]是 $6=2\times3$,$3=2+1$。这一问题不是本书前三卷的研究内容,但是可作为研究前景,将在本书第四卷到第七卷中展现。

采用本书第一版中提出的由电偶极子(无总电荷)作为出发点的方法,也就是更加深入地研究无源麦克斯韦方程的有源性[27]。在哲学上吸收了郭像、张载、王夫之、熊十力等中国哲学家关于宇宙本体对立统一规律的研究,并充分利用麦克斯韦方程在保角变换(一种特殊的尺度不变性)下的不变性,在真空中将牛顿万有引力定律与库仑定律统一起来[28]。核心在于将库仑定律理解为同号电荷的库仑定律与异号电荷的库仑定律。再参考用一个实函数取代两个或四个旋量函数的思想[29]。与量子场论和粒子物理基于高能物理做实验的研究传统不同,利用一百年前就已证明的麦克斯韦方程在保角变换下的不变性[28];在宇宙微波背景辐射这种特殊情况下,统一牛顿万有引力定律和库仑定律(以基于本书第一版独创的自旋解释为出发点),虽然空间尺度比当前量子力学还小两个数量级左右,但比理论物理中基于弦论和超弦的空间尺度大得多[18]。思路和手段都是经典的,属于电磁场理论学科。

最近英国剑桥大学还发表有关用具体对称破缺理解和解释电磁辐射的应用性很强的文章[27]。我们的工作得益于吴大峻、杨振宁的先驱性工作[30,31],也得益于关于电磁对偶性的综述[32]。我们关于电磁场方程、电磁源和电磁位函数的研究除了在微波理论与技术[22]和天线与电波传播[22,27]有应用外,还在凝聚态物理[33]、光电子技术[34]、复杂人工介质[35]等诸多领域都能找到重要应用。

作为一个在二十世纪七十年代国内大学学数学的人,作者早已熟知陈景润通过长期努力攻克哥德巴赫猜想的事迹;关注怀尔斯不发表论文,用十年时间证明费尔马大定理的

壮举；特别吸取了佩雷尔曼花十多年时间证明庞加莱猜想的成功经验。作者在大学学普通物理的时候就对高斯定理产生了惊奇（西方哲学家有言：哲学始于惊奇），因而产生了所谓关于高斯定理的三十年沉思。通过二十多年的连续研究，作者逐渐澄明这是一条通向时间的真理的道路。在杭州电子科技大学的十年，作者一直坚持了真空中时谐平面电磁波的研究，包括到浙江大学旁听代数拓扑和微分流形课程，其成果完全发表在本书第一版中[3]。根据佩雷尔曼的经验，在研究工作出现难以克服的瓶颈的时候就再一次进修数学。2012 年至 2015 年作者驻留加拿大，到多伦多大学旁听了多门数学和物理课程。好在作者有对高斯定理的三十年沉思，有对狄拉克方程的独特理解[5]，有本书第一版第八章到第十章和后记中提到的时间与电磁场理论的准备性研究；同时钻研中国古代哲学、狄拉克全集和麦克斯韦的原始论文，寻找思想来源，完成了数学和哲学水平的双重提升；和美国普林斯顿大学数学博士、加拿大维多利亚大学教授马君岭进行了多次讨论并得到鼓励和激励，最终完成了多于五个真空中的时谐平面电磁波引理的证明，走的是佩雷尔曼证明庞加莱猜想的道路[3]。

(四)电磁场与电磁波的数学化

电磁场与电磁波还需要进一步数学化，可能出乎广大读者的预料，其实也出于作者的想象力。但是从 1994 年到美国开始（如果更早还可追踪到大学时代学习普通物理的高斯定理时），作者就花了很大力气进行相关研究。本书第一版记叙了作者对高斯定理的三十年沉思，第二版不同的地方在于融入了广义相对论的元素，首先是将电磁场的矢量源变成与广义相对论一样的张量源。电磁场八个未知量八个解，分别有自旋为 1 的电磁波解两个，自旋为零的电磁波解一个和自旋为 2 的引力波解两个，自旋为 1 的引力波解两个和自旋为零的引力波解 1 个，难就难在自旋为零的引力波解，这是一个由于电磁波有能量，因而有质量（$E=mc^2$），由质量激发的场。也就是说引力场与电磁场的耦合就在这里（自旋为零）。这一解分别对应于电中性和电荷为零（不带电）两种状况。因此电磁场与电磁波的源除了通常理解的电流源和电荷外，还有电磁质量（能量）源，而这一电荷质量对偶性引起的质量将激发出引力场。这是可以用数学上循环群来分析和解答的问题。明白了引力场与电磁场的物理机制，就可以写出系统的拉格朗日函数，并按正则量子化的办法，仿照电磁学上对电磁波进行量子化的方法进行量子化。用平面波解很容易核实各种本征平面波的自旋，基于正确的平面波解也就很容易量子化。

有人认为作者把一些普通工程电磁现象、普通物理效应（及其普通数学方法）理解得过于“神秘化”，希望借助其解决一些基本物理问题（如电荷、时间与电磁场的本质及其他相关问题）。并且认为这种研究手法无异于缘木求鱼（通俗地说，好比是用初等数学研究高等数学的本质，是不可能产生积极效果的）。按照一般传统，近代物理对该类基本问题采取还原论与呈展论思想手法。前者代表如用规范场论、弱电统一理论、SU(5)/SD(10)大统一理论、超对称论、弦论等来研究时空、电荷与场的本质；后者代表如理论物理学家文小刚将时空晶格化，用类似固体物理中产生声子场方程的手法来演绎出电磁、光子场方程。即使不论上述近代物理手法是否最终正确，将此与作者的思想作横向比较，作者的思路和手法也过于陈旧落后，也缺少特别的新意。

对于以上评论，作者试图做出回答如下：正电荷、负电荷、磁铁的南极、磁铁的北极、电荷与电磁质量的关系，确实是很神秘的问题，很少有人能说得清楚，有人干脆说电荷是一

个电磁学上的元问题,不能进一步追问。作者认为在自然科学研究上无禁区,没有什么不能进一步追问的问题,只是追问的方法需要融入哲学的方法,在某些问题上自然科学的方法可能苍白无力。作者成功地用初等的方法、小学四年级以下的数学解决了爱因斯坦终身以及全世界物理学家一百多年没有澄明的刚尺和原时的不变性问题。1905 年爱因斯坦相对论涉及的数学仅仅相当于现在大学本科水平,所以成功地解决电学问题不是依赖于数学上而是物理上的洞察力。这是 Smythe 在其著作《静电学和电动力学》前言中的话。麦克斯韦方程本身产生于规范场论、弱电统一理论、超对称论、弦论之前,麦克斯韦没有用到这些高深的数学、物理理论就写出了麦克斯韦方程。作者认为,麦克斯韦方程的本质既可以用现代数学工具、现代物理理论来研究,也完全可以用麦克斯韦时代的数学工具来研究。某种意义上,现代数学、物理方法沉醉于高深与时尚,丢掉了物理学最重要的本质,大自然具有相当的质朴性,并不是数学用得越多越好,越深越好。经典物理学的问题,用经典应用数学就基本够用,而我们还涉及了现代数学,如群论。中国既有缘木求鱼的成语,同样又有杀鸡焉用牛刀的说法。我们的理论基于本书第一版对自旋的经典解释,将量子力学已经抛弃的轨道概念,重新用时谐电磁场的空间变化来研究。而当前量子力学是把这一空间区域当作一个点来处理的,作者是用老方法研究新问题,是有新意的。这一空间尺度既远远小于经典电磁场理论的尺度,又远远大于弦论、超弦的尺度。而由麦克斯韦方程的尺度不变性,这一特殊尺度上是可以发现电磁学的规律和本质的,特别是电磁源的规律和本质的。由于宇宙微波背景辐射的真实存在,我们的方法还具有尺度无关性,这是对本书第一版高斯定理的三十年沉思的深化。高斯定理的积分形式适用于任意曲面,特别适用于不同半径的球面,因而电磁学定律具有尺度不变性。我们的尺度是用两个波长来标示的,而波长本身又是可变的。这是在大数学家 Weyl 提出规范场论后找到的正确的尺度不变性,作为相位不变性的补充。偶极矩和电磁质量(因而电磁能量)都具有某种尺度不变性,这可能是电磁场与引力场长期不能统一的根本原因。过去一百年人类只在相位不变性上做文章,而对尺度不变性有所忽视。物理学就是几句话(见本书第一版后记),我们希望这几句话能够引导物理学研究的新潮流。量子物理中的纠缠态在经典物理中有类似现象,这是作者对波粒二象性的本质解释。库仑定律和万有引力定律在宇宙本体中存在与绝对距离无关的形式,这是作者的发现。电磁场在具有相位不变性的同时还具有尺度不变性的根本原因是电磁场具有两个独立的不变量。如果将这两个不变量的线性函数写成复数形式,则显然电磁场既具有相位不变性又具有尺度不变性。相位不变性是局域特性,尺度不变性与整个宇宙有关。仅就方法而论,也是有创新的,将广义相对论上通过平面波研究自旋的方法用到电磁学上来,特别是研究自磁为 2 的电磁场是一种方法创新,还不仅是研究新问题。至于文小刚的书,作者是看过几遍的,由于仅仅在自旋为 2 这一点上与作者的思路吻合,我们认为没必要引用。因为文小刚的工作与我们的工作不属于紧密相关的,文小刚根本没有将电荷投以质量表示的目光,更没有给出时间算符应满足的微分方程的思路和结果。条条大道通罗马,各显神通。研究风格不同的作者之间相互不引用也是正常的现象。

有人对作者说:"麦克斯韦建立的方程组说明了光是电磁波,但电磁波是什么至今还是一个未知数(尽管人类对电磁波的现象已有很多了解和应用,但电磁波的本质至今仍不清楚,所以产生了光子的质量既为零又不为零的电磁场理论困境)"。有人根据自己所知,认为该问题其实根本不存在,光子静止质量为零,运动质量不为零,这里数学与物理背景

清晰，根本不存在任何矛盾，并且查了作者所引用的Jackson所著《经典电动力学》的第十一章和第十二章，也没有看到该所谓“电磁理论困境”。

作者对上述评论的回答如下：首先，对于科学研究，质疑与被质疑都代表科学精神，对科学本身是有积极意义的。质量为零本身就是不可想象的，因为质量代表有某种物质，而质量为零代表什么也没有的物质，所以不可想象。因为广义相对论早已证明质量有正定性，既然质量不可能为负，那么质量为零在物理上就是不可能的，在数学上也是不可能的。工程上可以把小于多少的量近似为零，但电磁场理论作为一种物理理论，一种数学化的物理理论，是不可以把非零的质量置零的，所以Jackson的《经典电动力学》前言（而不是第十一章、第十二章）中就报道了光子质量小于多少的实验数据。除了质量为零不合法外，光子静止也是一个不合法的概念。无论光子还是光波都是以光速传播的，光子和光波是光作为本质显现出来的两种现象，光子一旦静止就不再是光子，光子总是以光速运动才是光子，光速不变原理中光包括光子和光波两种状态，这是光的波粒二象性的原始定义。光子静止作为一个“便于理解”的概念，对相对论的初学者也许有些帮助，但真正说来应该从物理概念中清除出去。另外，根据相对论，静止质量、静止能量、动质量和动能量四个变量中只有两个变量是独立的，光子已用了动质量和动能量，已经不允许再用静质量和静能量了，动质量 $E=mc^2$ 是相对论的要求，$E=hw$ 是量子力学的要求。光子与光波本是一个东西的两种表象，所以即使作者退一步宽容光子静止的合法性，也不能允许光子的静止质量为零。光子静止的概念相当于把死人与活人相混淆，人死了就是尸体，光子一旦不以光速运动就不再是光子。当然一般的研究人员没有想得这么深，特别是不明白对光子而言“绝对静止＝绝对运动”，这是本书第一版的表达，第二版修改为“人性目光下的绝对运动＝神性目光下的绝对静止”。

这一问题是爱因斯坦一辈子（从16岁起）没有想清楚的问题，本书旨在消除这一矛盾。这一矛盾是由于当前物理学家容忍相对论（$E=mc^2$，$m=0\Leftrightarrow E=0$）与量子力学（$E=hw$，光波作为高频电磁波，$h>0$，$w>0$，$E>0$，$E=0$ 与 $E>0$ 矛盾，$E=mc^2$，$E>0$ 与 $m>0$ 不矛盾）矛盾所造成的，但从经典电磁场理论来看这一矛盾是可以在本书理解和解释的电磁场理论中消除的。光子的绝对静止就是光子以光速作绝对运动。我们认为光波是电中性状态的，光子是不带电状态的，这两种状态都以光速传播。我们可以斩钉截铁地说，光子的动质量是不为零的。光子静止质量为零或者说光子动质量可以为零都是无物理依据的不合法概念，必须从物理学中清除出去。作者相当于到宇宙之外去看了一下宇宙，发现了宇宙这一神秘的一面。

其实《圣经：创世纪》第一段就讲了这一件事，这就是老子的道。但《圣经》没有说圣灵的速度是多少，通常理解是无限的速度。但《圣经》又用水来表征圣灵，这就给我们启示，这一光子流有可能是以有限速度传播的。质量与电荷是有关联的，因此找到了质量与电荷的数学关系，就不会再认为光子静止质量为零是合理的了。电荷为零作为一个含光子动质量的方程存在非零动质量解。当然作者宽容了不明白真相的评论人对作者工作的不恰当评论。既然专家都有困惑，这当然是目前电磁理论的困境，这一困境有多种表现形式和表现方式，这里仅是一个作者认为相对浅显的方式显现的问题。说浅显，在哲学上还是很深奥的，这涉及对波粒二象性的理解和解释，现行所有文献对光的波粒二象性的解释都没有完全到位。通常理解宇宙微波背景辐射是大爆炸的产物，天外还有天。作者理解，宇

宙微波背景就是宇宙本体,天外已无天了。虽然天外无天,但作者运用想象力还是可以到天外去走一遭的。

(五)自否定的辩证法何以可能

作者对于辩证法的沉思是由邓晓芒的论著[36]引发的。邓晓芒说他正在建构自否定哲学体系,在他的论著中有好几篇讲辩证逻辑的文章。回顾哲学史,我们认为自否定哲学的开山鼻祖还是斯宾诺莎。斯宾诺莎有句名言"规定就是否定",如果我们深入解析,回到斯宾诺莎一个实体两个属性的哲学体系,就可得到:实体=(规定,否定)。这是作者理解和阐释的完备一元论。用数学语言来刻画就是:某种意义上的完备一元论=(某种意义上的规定,这种意义上的否定)=(X,ϕ)。这里 X 是哲学一元论的规定,ϕ 是对这种规定的否定,也就是对这种规定的补充,ϕ 既可称为空集也可以称为余集,在本书中对这种空集和余集不加区分。在我们的哲学体系中,X 通常代表 2^N-1(N=正整数)个元素,(X,ϕ) 构成完备 N 元论(共 2^N 个元素)。按邓晓芒的说法,ϕ 称为自否定内核,它不是在哲学体系之外的,而就在哲学体系之中,与 X 具有平等的地位[37]。

从哲学史上来定位,自否定辩证法在共时态的情况下与阿多诺的否定辩证法[37]有很深的关联。简单点说,完备一元论并不是柏拉图以降的第一哲学一元论,基于同一性原理第一优先的形而上学,而是基于两个元素且并无先后的平等二元论。这涉及俞吾金提到的人本与物本的悖论的作者解答,人的否定是物,物的否定是人,真正的人本主义,完备的人本主义必然包括"人、物=不是人"两个元素,这两个元素是同样重要的,没有物(其实只要没有食物,如俞吾金举例说的饥饿时的食品),人就不能活。同样,没有人、物本身,与人无关的物,尽管存在,但对人没有意义。所以成熟时期马克思哲学主要讨论了与人有关的物,也就是人对物的所有权、占有权、所用权等。同样对唯物主义一元论的理解"物、不是物=人"才是完备的。承认世界的统一性在于它的物质性的前提下,在游戏规则的意义上,当下既有人也有物,物和人就基本上是平等的。当然人类逻辑和语言都离不开同一性,没有同一性人就不能思维。只是在强调同一性的同时,不能忘掉隐而不显的差异性。语言是由同一和差异组成的,在"人、物"的写法中,尽管我们说人和物是平等的,但人可能还是稍微重要一点。同样,在"物、人"的写法中,我们认为物还是稍微重要一点。这是在平等这一同一性中落实差异性(不平等)的范例,是平等与不平等的对立统一,只是比通常意义上的对立统一更高了一个层次。以前苏联教科书体系搞得太简单化了一点,阿多诺和张一兵[37]有很多好的讲解,请读者去细读。同一性的最大危害是资本逻辑下的货币拜物教。一方面,在讲唯物主义的时候要坚持马克思主义把物质生产活动放在首位的立场和观点;另一方面,又要反对资产阶级意识形态,过分强调物对人的支配、奴役作用,坚持社会主义以人为本的核心价值观[37]。货币拜物教导致数字同一性、量化同一性,导致了人类生活的种种异化现象[37],是作者深恶痛绝的。

最近出版的一本美学著作[38],将主体、客体用时间性实现三位一体,缺失了完备二元论的第四个元素、与审美活动无关的整个自然、与审美活动无关的整个人类社会等。也就是说,缺失了 ϕ,只有 X,一阴(ϕ)一阳(X)之谓道,单独的 X,单独的 ϕ 都不能成为道。比如康德哲学体系是完备的:康德哲学=(X,ϕ)=(现象,物体自身=自在之物)。如果将现象分解为主体、客体,获得现象的活动三个元素就仍然是完备的。比如对叔本华哲学可以

写成(应该说改铸成):叔本华哲学=(意志,表象)=(行意志的人,有意志的表象活动,表象对象,无意志、无表象的自然)。叔本华认为自然界也有意志,十分牵强。尼采认为自然界本身是无意志、无表象(能力)的。本书同意尼采的观点而反对叔本华将意志泛化的做法。人化自然也许可看出某些人的意志,但自在自然应该说没有人的意志,本书只讨论人的意志。

(六)我们与我它的辩证法

张世英夹叙夹议地转述了宗教家、哲学家马丁布伯的"被使用的世界"与"相遇的世界"[39]。作者去除了马丁布伯我你关系所指的我与上帝的关系,上帝本是人类的异化。所以本书中的我们就是现在特定时段活着的所有人,包括人与人之间的关系,简称我们关系。这是一个"相遇的世界",是永远同时的现在进行式。另一个就是我它关系支配的"被使用的世界",在被使用的世界中,我是每个人自己,它不仅包括物、事,也包括另外的人(我自己以外的人)。张世英断言[37]:"把一切都看成是使用对象的人只能生活在过眼云烟中","仅仅按照'我它'公式把一切都看成是'它'(物、对象)而生活的人,是只有过去而无真实现在的人"。综上所述,我们与我它是不同时的,作者对辩证法的贡献就是将我们与我它不同时强制同时。

从前文可见,我们与我它的非同一性既体现了斯宾诺莎一个实体两个属性的哲学精神,又体现了中国哲学一阴一阳之谓道的精神。只是这里的阴阳具有时间上的错位,本来我它和我们是相互生成的关系,我们中有我它,我它中有我们,环阴而抱阳的关系。这是本书第二版在辩证法上相较于第一版的重大突破,这已不是西方的布尔代数,而是中国的太极代数[16],和古希腊的"Physis=Logos+Aletheia"似乎也有某种关联,与中国的熊十力哲学的体用不二、既体既用也有可会通的地方。

(七)以语言为例说明不同时强制同时到底意味着什么

上节介绍了我们关系和我它关系,在我们关系中时间是同时的,这主要意味着人与人之间的双向互动关系,我能理解你,你也能理解我。相反在我它关系中,举例来说它=石头,也许我能理解石头,石头就不一定能理解我了。本书哲学的秘密是通过人与人之间的可理解性,通达你与万事万物之间的可理解性。这在语言中特别明显地显现出来,我在说话,你在听话,同时我也在听我自己说出的话,并能听见你说的话。这样一种主体之间的关系是多么的美妙啊。反之,我与石头之间的关系,就达不到这么容易沟通的地步。这里进一步以语言学为例说一说本书主旋律的完备二元论。作者认为在语言学中包括这样八个世界,在时段$[T_0, T_0+\Delta T]$内:

世界1=每个说话的主体;

世界2=每个人说话谈及的对象;

世界3=每个人的言语活动;

世界4=作为言语活动背景(Aletheia)的自然界,也就是自然界向言语活动的聚集,包括无语的自然本身;

世界5=共在中的每个人,能说话也能听话的人;

世界6=人类语言活动中的语词作为物;

世界 7＝人和物,包括语言的深层结构,语法、语义、语用等;

世界 8＝社会化历史性的语言场＝空集＝余集。

这一模型比本书第一版中的语言哲学模型要复杂一些,当时只从变化的个人言语活动场产生变化的人类语言场,变化的人类语言场又产生变化的每个人言语活动场的角度来讨论,有点语言的独立王国的意味。现在的模型更好地展现了作为工具的语言(我它关系),体现为人类实践活动中的我它关系和作为存在的家的语言,体现我们关系,包括每个人,作为非同一性的个人,不可通约化的个人对语言场的感应(听)和响应(说)。在导论中提出这一问题对理解前三卷,甚至整个七卷都是有帮助的。同时,因为包括了作为背景的自然、社会、个人等现实性因素和社会化历史性的语言场作为超越性因素,语言已不再是独立王国。与现实、与人生、与社会生活有较强的关联。

八个世界元素不同时强制同时后构成世界化时间性的言语语言场,以完成第六节所阐述的我们与我它的辩证法。这一世界化时间性的场随着时间 T_0 的增长而与时俱进,而对每一时段 ΔT,这八个世界在时间上没有先后了。或者说在时段 ΔT 内,本来时间仍然是有先后的,但将其不同时强制同时后就没有先后了。世界化时间性的场与社会化历史性的场及其相互关系是下节重点阐述的内容。

(八)世界化时间性的场与社会化历史性的场

本书的重点在社会化历史性的场,而世界化时间性的场仅在第三卷第一章提及,且仅在比较狭窄的意义上使用。打个比方,如果世界化时间性的场对应于微观经济学的话,那么社会化历史性的场则对应于宏观经济学。这样一种意义当然也是对的,但最近作者对世界化时间性的场又做了深入研究,算是对本书前三卷相关论述不足的补充。

为了充分体现马克思的人是社会关系总和的思想,可以将哲学体系建立在如下四个世界的基础上,在时段$[T_0, T_0+\Delta T]$内:

世界 1＝人与自然的关系;

世界 2＝人与人的关系;

世界 3＝人与自然的关系和人与人的关系;

世界 4＝空集/余集＝人类社会化历史性的场＝一切社会关联的总和＋过去与未来的当下化;

世界＝世界 1＋世界 2＋世界 3＋世界 4。

世界就是世界化时间性的场,随着 T_0 的变化而变化。这里世界包括了人化自然、自然化人、人化自然与自然化人、与人无关的(在这一特定时段)无化着万事万物的自然。但在本书的哲学体系中,万事万物的意义和价值都是由人(每个人、所有人)来照亮的,避免了海德格尔哲学直接采用人在世界中存在的困难,因为当下时段活着的人只有有限多个,问题得到了极大的简化。虽然中国古人早就有天人合一、万物一体的宇宙情怀,但人与石头的双向互动多少有点牵强,人与人之间的双向互动则基本上说得过去。人类社会包括每个人的心思意念,一举一动,在现实性上都在自然之中(对这一时段而言)。这就是本书自然化人的精确界定,自然比人类大,自然(天)外无天了。另一方面,人是一种有思想、有意志、有目的、有超越现实能力的存在,人总能面对当下现实化的自然去存在(获得新的确定性和新的可能性),这就是本书对人化自然的精确界定。人化自然与自然化人在实践中

的统一就是世界3对人处事和待人接物的问题落实到人的生产和物的生产，或者说成人与成物。当然由于自然界在演化，人的追求也有无限性，因而与人无关的无化着的自然也始终存在着。我们是以存在者的存在和存在者的不存在的同时考察来澄明存在的意义的。所以世界化时间性的场有狭义和广义之分，世界总体是广义的世界化时间性的场，也可将世界化时间性的场按本书第三卷第一章狭义地理解为人与自然关系的世界1。但现在作者倾向于只做广义的理解而不做狭义的理解，这样在人与自然、人与人、人与自然和人与人、空集中都有了世界化时间性的场的影响。尽管世界化时间性的场由世界1、2、3、4生成，生成之后又反过来影响(改变)世界1、2、3、4。套用马克思的表达方式，世界化时间性的场既是世界1、2、3、4的前提又是世界1、2、3、4的结果。

人与自然的关系大致对应于意义世界和利益世界，人与人的关系可用经济基础和上层建筑来刻画，人与自然关系和人与人的关系对应于人的生产和物的生产领域。社会化历史性的场对应于超越性和每个人的不可用本模型穷尽的无限丰富性，落脚点在于现实的每个人与超现实(意识形态化)的人类社会。

采用阿多诺的非同一性哲学，每个人都是社会化历史性的场和世界化时间性的场中的一个星丛[37]，这是我们的哲学平等地看待每个人和人与人之间和平共处的特色。个体与人类社会之间是相互生成的关系，比如美是艺术在个体中的凝固，艺术是美在人类社会中的展开。同样文化是人类文明在个体中的凝固，文明是文化在人类社会和人类世界中的展开。这里的表述不仅体现了本书前三卷所说的文化以文化物、以句明意的意思，更增加了文化以文化人的特点。这里化也可以理解为教化，突出了文化的教育人的功能。

① 人与自然＝人和自然＝人和物＋事物。事物＝人化自然＋自然化人＋自然化人和人化自然＋在当下时段与人无关的自然＝自然之中与社会之外的人。

② 人与人＝存在论上的人类＝共在着的每个人＝当下时段活着的每个人＝承载着社会关联的每个人＝非对象性活动中的每个人。

③ 人与自然和人与人＝物质生产和人的生产＝对人处事和待人接物的每个人＝对象性活动中的每个人＝从事实性价值导致映射性价值的世界。

④ 社会化历史性的场＝一切关联的总和＝个人与人类社会的相互生成＝每个对象性活动的前提加上对象性活动的结果加上非对象性活动的解释加上非对象性活动的理解＝每个人的存在和本质＝整个人类社会的存在和本质 $T\in[T_0, T_0+\Delta T]$。

①＋②＋③＋④＝世界化时间性的场，在现实性上，自然最大，万事万物都在自然之中。在信息化生存的意义上，在人类精神的意义下，在客观不实在的意义上(自然也有演化，也有信息化)，当下最大的天(人在其中的自然)作为定在。由于人为意义的超越性和每个人的主观能动性，已现实化的自然也总由人类社会所超越，人类存在加上人类意识作为人类社会存在又总是发展的，而且是与时俱进发展的。但对每一发展完成的时段，又仍然在自然之中。人类社会的每个人与每个人之间具有双向的互动(不同时可强制同时)，个人与人类社会统一之后又是奔腾向前的，主要由人类社会的与时俱进的发展，次要由自然界的演化，导致整个自然的与时俱进的发展和演化。天外无天，天最大，在定在的意义上，天＝神＝自然＝主体；在信息化的意义上，每一时刻人的意识、人的意志、人的言行等一切存在活动的无限发展和自然的演化没有尽头，所以人化自然又总是发展着的，特别是与人无关的自然的演化自在的不可穷尽性、物质不灭性、人类社会的社会化历史性的场，

除了在三重意义上双向互动外（个人与个人、社会与社会、个人与社会），本身还是奔腾向前的，与时俱进的（T_0 是单调上升的）。因而世界化时间性的场类似于热力学第二定律总是奔腾向前的，时光是一去不复返的，社会化历史性的场在微观上（ΔT 固定以后）时间是永恒轮回的，时间是可以不同时强制同时的，而在宏观上，因 T_0 奔腾向前导致时间区间 $[T_0, T_0+\Delta T]$ 奔腾向前。关键点是世界世界着，一方面，世界在每一时段都大于人类社会；另一方面，每一时段之后，人类社会又发展了，自然也演化着，特别是无（与人无关的自然）也无着。所以随着 T_0 的与时俱进，人类社会（以社会化历史性的场为代表）和整个世界（自然）也在发展和演化。

人与言语、语言（人与人）、人与言语与语言、无言的自然作为背景（人和物、人化自然、自然化人、人化自然与自然化人、与人无关）的自然（语言的运动着的界限）。

以上给出了本节哲学体系的第一种排法，按照阿多诺非同一性哲学，既可以从世界 1 开始，也可以分别从世界 2、3、4 开始，形成下列矩阵：

$$\begin{bmatrix} \text{世界 1} & \text{世界 2} & \text{世界 3} & \text{世界 4} \\ \text{世界 2} & \text{世界 1} & \text{世界 3} & \text{世界 4} \\ \text{世界 3} & \text{世界 1} & \text{世界 2} & \text{世界 4} \\ \text{世界 4} & \text{世界 1} & \text{世界 2} & \text{世界 3} \end{bmatrix}$$

第一行前面解释过了，在这个矩阵中，第一列的元素是第一重要的，在并列的四个元素中，如果突出第一列的元素的话，我们可以得到另外三种解释，比如第二行人与人的关系摆在第一位，就可更好地理解历史唯物主义；第三行将人的生产和物的生产摆在第一位，又能更好地突出实践，与实践唯物主义的观点则更为接近；第四行将社会化历史性的场摆在首位，则有利于讨论哲学、艺术、美学、宗教等问题。第一行则是通常辩证唯物主义的排列方式，所以本节的哲学可以称为辩证的、历史的、实践的、人本的唯物主义。

（九）唯一的历史科学

沈湘平写道[40]34：“马克思甚至还从学科、科学的角度把自然科学与人的科学看成是一门科学：历史本身是自然史的即自然界生成为人这一过程的一个现实部分。自然科学往后将包括关于人的科学，正像关于人的科学包括自然科学一样：这将是一门科学。人是自然科学的直接对象……自然界是关于人的科学的直接对象，自然界的社会的现实和人的自然科学或关于人的自然科学，是同一说法。”马克思的这段话为研究自然科学出身的人了解人的科学指明了方向，也为本书在自然科学著作中包括人的科学提供了依据。

在文献[40]的扉页上引用了马克思更重要的论断：“我们仅知道一门唯一的科学，即历史科学，历史可以从两方面来考察，可以把它划分为自然史和人类史。但这两方面是不可分割的，只要有人存在，自然史和人类史就彼此相互制约。自然史，即所谓自然科学，我们这里不谈，我们需要深入研究的是人类史，因为几乎整个意识形态不是曲解人类史，就是完全撇开人类史。意识形态只不过是这一历史的一个方面。”从马克思这段话，我们知道自然科学与人的科学是不可分割、相互制约的。所以研究自然科学的人应该了解一点人类史。

沈湘平继续写道[40]166：“在我们看来，与法国相比，中国缺少理论大师的现状更甚，其中一个不可避免的重要原因就在于中国知识分子大多没有足够的哲学修养，能够真正把

握马克思思想体系的精髓并自觉地以之为基础研究的理论指导。这一作为科学的思想体系,研究其他学问的基础的科学理论就是马克思奠定的整体的,‘一门唯一的’历史科学。”

这段话为作者写作本书以提升自然科学工作者的哲学修养提供了支持。同时现在确实有历史唯物主义而忘记历史的不良现象发生,作者认为强调马克思的“我们仅知道一门唯一的科学,即历史科学”是合适的。本书强调社会化历史性的场算是从历史科学到历史哲学的一种尝试。

参 考 文 献

[1] 毛泽东选集(第二卷). 北京:人民出版社,1991.

[2] 思履,文若愚. 论语·中庸·大学详解. 北京:中国华侨出版社,2013.

[3] 任伟. 数学化的场论:球面世界的哲学. 北京:科学出版社,2013.

[4] 王正行. 近代物理学. 2版. 北京:北京大学出版社,2010.

[5] 于学刚. 狭义相对论和量子理论一元化表述. 北京:科学出版社,2012.

[6] 赵峥,刘文彪. 广义相对论基础. 北京:清华大学出版社,2012.

[7] 何香涛. 观测宇宙学. 2版. 北京:北京师范大学出版社,2007.

[8] 卢建新. 理论物理及其交叉学科前沿 I. 北京:北京大学出版社,2014.

[9] 郭树源. 时间与物理学. 北京:科学出版社,2011.

[10] 邵亮,邵丹,邵常贵. 空间时间的量子理论. 北京:科学出版社,2011.

[11] 梁九卿,韦联福. 量子物理新进展. 北京:科学出版社,2011.

[12] Thomas A G. Electricity and Magntetism for Mathematicians: A Guided Path from Maxwell's Equations to Yang-MiLls. Cambridge:Cambridge Univrersity Press,2015.

[13] Chan H M, Tsun T S. Some Elementary Gauge Theory Concepts. Singapore: World Scientific,1993.

[14] 际秉乾,舒幼生,胡望雨. 电磁学专题研究. 北京:高等教育出版社,2001.

[15] 曹昌祺. 辐射和光场的量子统计理论. 北京:科学出版社,2006.

[16] 王俊龙.《周易》经传数理研究. 北京:人民出版社,2015.

[17] 蔡圣善,朱耘,徐建军. 电动力学. 北京:高等教育出版社,2002.

[18] 陈蜀乔. 引力场及量子场的真空动力学图像. 北京:电子工业出版社,2010.

[19] 罗恩泽. 真空动力学:物理学的新架构. 上海:上海科学普及出版社,2003.

[20] Jackson J D. Classical Electrodynamics. New York:Wiley,1999.

[21] Chanyal B C. Split octonion reformulation of generalized linear gravitational field equations. Journal of Mathematical Physics,2015,56:051702.

[22] Filipa R Prudencia,et al. Exact image method for radiation problems in stratified Isorefractive Tellegen media. IEEE Transactions on Antennas and Propagation,2014,62(9):4637.

[23] Nikitin A G. Laplace-Runge-Lenz vector for arbitrary spin. Journal of Mathematical Physics,2013,54:123506.

[24] O L de Lange,Raas R E. Multipole theory and the Hehl-Obukhov decomposition of the electromagnetic constitutive tensor. Journal of Mathematical Physics,2015,56:053502.

[25] Ivan Ferrandey-Corbaton,et al. Electromagnetic duality symmetry and helicity conservation for the macroscopic Maxwell's equations. Physical Review Letters,2013,111:060401.

[26] Fedorov A V,Kalashnilou E G. Extended symmetrical classical electrodynamics. Physics Review E,

2008,77:036610.

[27] Dhiraj Sinha,Amaratunga Gehan A J. Electromagnetic radiation under explicit symmetry breaking. Physical Review Letters,2015,114:147701.

[28] Futton T,et al. Conformal invariance in physics. Review of Modem Physics,1962,34(3):442.

[29] Andrey Akhmeteli. One real function instead of the Dirac spinor function. Journal of Mathematical Physics,2011,52:082303.

[30] Wu T T,Yang C N. Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields. Physics Review:D,1975,12:3845.

[31] lWu T T,Yang C N. Dirac's monopole without strings: Classical lagrangian theory. Physics Review:D,1976,14:437.

[32] Chan H M,Tsou S T. Non-Abelian generalization of electric-magnetic duality:a brief review. International Journal of Modern Physics:A,1999,14:2139.

[33] Nelson D F. Generalizing the Poynting vector. Physical Review Letters,1996,76:4713.

[34] Lin Q,Fan S. Light guiding by effective gauge field for photons. Physics Review:X,2014,4:031031.

[35] Carlo Rizza,et al. One-dimensional chirality: Strong optical activity in epsilon-near-zero metamaterials. Physical Review Letters,2015,115:057401.

[36] 邓晓芒. 实践唯物论新解:开出现象学之维. 武汉:武汉大学出版社,2007.

[37] 张一兵. 无调式的辩证想象:阿多诺《否定的辩证法》的文本学解读. 2 版. 南京:江苏人民出版社,2016.

[38] 刘彦顺. 西方美学中的时间性问题:现象学美学之外的视野. 北京:北京大学出版社,2016.

[39] 张世英. 哲学导论. 北京:北京大学出版社,2002.

[40] 沈湘平. 唯一的历史科学:马克思哲学的自我规定. 北京:中国社会科学出版社,2016.

第一章　传输线的函数变换解

解析方法和数值方法是电磁场工程中的两类基本方法，由于计算电磁学的发展，越来越多的问题可用数值方法进行求解。虽然具有经典意义的解析解的问题越来越少，但是，解析方法的研究仍然是电磁场理论的一个重要部分。即使在专门论述计算的文章中也把解析预处理放在十分重要的位置上，特别是受计算机容量和科研经费的限制，更需要在解析上下点工夫。

林为干院士多次向作者提出：能不能用更简单的方法解决一些问题？几年来，在他的指导下，在他科学思想的深刻影响下，在学习了他的大部分论文和专著的基础上，作者在这方面作了一些尝试。

传输线的函数变换解，是林为干最擅长的领域之一。继硕士论文之后，作者对微波工程上常用的各种双导体结构作了系统的研究，给出了其特征阻抗和电磁场分布易于工程设计的公式，这是本章的主要内容。保角变换在广义相对论上有重要作用，麦克斯韦方程的尺度不变性也是借助于保角变换证明的，见本书第二版导论。

随着微波理论与技术研究的不断深入，人们提出并分析了各种各样的传输线[1~4]。这些传输线广泛用于各种结构之间的过滤转换和宽带匹配。

分析传输线问题的方法很多，数值方法可用于任意截面传输线的分析，但数值方法有两个主要缺点：一是只能对具体尺寸进行计算，尺寸一旦变化又得重算，没有结论性的公式，不便于计算机辅助设计；二是精度不便于估计且难以进一步提高。另一方面，实用上的传输线也没有必要做成任意截面，通常遇到的是条带、矩形、圆、椭圆和正 N 边形，因而可以针对具体结构进行分析。

传输线理论的研究，和特征阻抗相比，场分布的研究以前稍显不足[5]，而场分布的研究在电磁场工程上具有基本的重要性，本章在深入研究特性阻抗的同时，也对场分布进行了系统的讨论。

本章对以下几种结构的传输线进行了阐述：由圆（包括直线）及正 N 边形组成的同轴线、外矩内圆同轴线、外圆内矩同轴线、外椭圆内圆同轴线、外圆内椭圆同轴线，以及外矩形内条带同轴线。而仅对由圆及正 N 边形组成的同轴线的研究作详尽的阐述。

1.1　由圆及正 N 边形组成的同轴线的研究

由圆及正 N 边形组成的同轴线的研究，是近年来较为热门的课题[6~8]，人们提出了很多种方法来解决这一问题，传统的函数变换法对于两导体较为接近的情况误差变大，潘生根提出的解决这一问题的方法，利用了双导体结构的电容与其间距的变化规律较为准确地估计了电容，但计算也并不简单，后又提出近似公式使计算得到了简化[7]。近年来，区域变分原理也被用于解决同一问题[9]，但是当双导体结构的间距变小时，第一次保角变换后的图形并不满足区域变分原理的适用条件，尽管这样计算电容的误差并不大，但电场

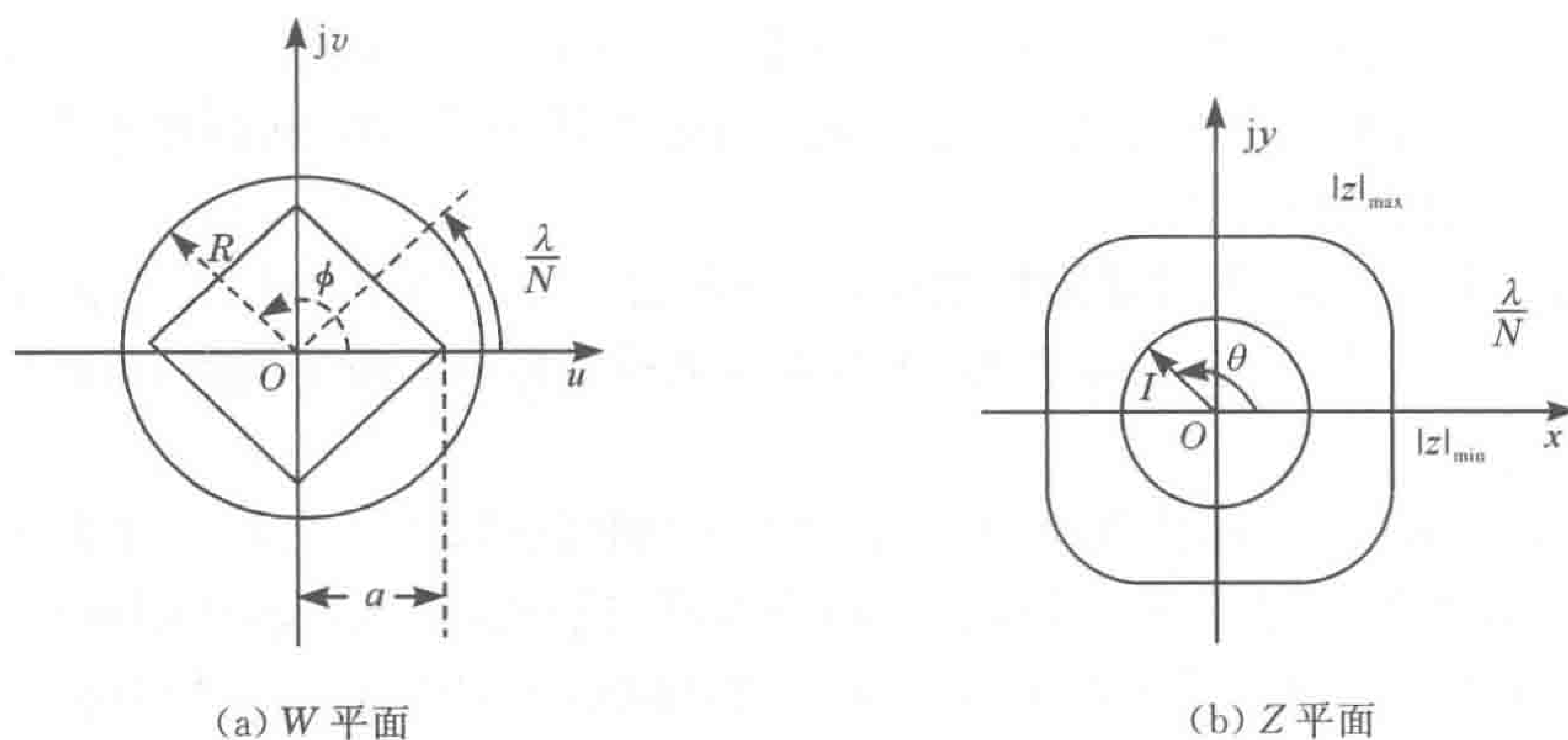
的分布将产生较大的误差，文献[8]首先提出了将第一次保角变换的图形再作一次变换的思想，方法是将不规则曲线的两个向径极值点拉平，使得图形更加接近于圆，文献[10]沿着这一方向前进了一步，但是文献[10]的变换仅仅对于特征阻抗的计算比较方便，对电场的近似计算很不方便，我们用初等变换达到了文献[10]想达到的目的，并利用 möbius 变换理论，研究了第二次变换后的图形，使得第二次变换后的图形适用于区域变分原理的条件，从而较为彻底、简单地解决了这一难题。

解决上述问题的一个关键步骤是实现了第一次保角变换函数的解析反演，由于保角变换（如许瓦兹公式）给出的通常是隐式公式，不便于求解，人们一直在追求显式关系[11]，本章充分注意接近于圆的双导体结构的特点，提出反演变换得到显式关系的方法，并与区域变分原理、本征函数展开、möbius 变换理论等早期和近代方法联合使用，它具有严格的数学基础和简明的表达式。

1.1.1　级数反演方法及其精度

如图 1.1 所示的外圆正 N 边形同轴线，用变换

$$\begin{cases} W = C(N)az\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}z^{-nN}\right) \\ C(N) = \dfrac{N\Gamma^2\left[1+\dfrac{1}{N}\right]\sin\dfrac{\pi}{N}}{\pi\Gamma\left(1+\dfrac{2}{N}\right)} \\ \alpha_{nN} = \dfrac{(-1)\cdot 2\cdot(2-N)\cdots[2-(n-1)N]}{n!N(1-Nn)} \end{cases} \tag{1.1}$$



(a) W 平面　　(b) Z 平面

图 1.1　外圆内正 N 边形同轴线及其保角变换

将 W 平面上的正 N 边形的外部变成 Z 平面上单位元的外部，a 为正 N 边形的外接圆半径，半径为 R 的外圆则变换成位于 $|z|_{\max}=\Gamma_3$，$|z|_{\min}=\Gamma_1$ 之间的具有与正 N 变形相同对称性的闭曲线。

$$\begin{cases} R\,|_a = C(N)\left[r_1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}r_1^{-nN+1}\right] \\ R\,|_a = C(N)\left[r_3+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}r_3^{-nN+1}\right] \end{cases} \tag{1.2}$$

在文献[8]中截取 20 项解方程的办法得到 Γ_1,Γ_3。本章提出级数反演的方法:式(1.1)的反变换设为

$$\begin{cases} z = \dfrac{W}{C}\left[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}\left(\dfrac{1}{W^{nN}}\right)\right] \\ C = C(N)\alpha \end{cases} \tag{1.3}$$

将式(1.3)代入式(1.1)得

$$\begin{aligned} 1 = &\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}W^{-nN}\right]\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}\left(\frac{1}{C^{nN}}\right)\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}W^{-nN}\right)^{-nN}\right] \\ &+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}\left(\frac{1}{C^{nN}}\right)W^{-nN}\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}W^{-nN}\right)^{-nN} \end{aligned} \tag{1.4}$$

令 $\alpha_{0N}=1$,则

$$\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}W^{-nN}\right]^{-nN} = \sum_{n=0}^{\infty}C_{nN}W^{-nN}$$

$$\begin{cases} C_{0N} = 1 \\ C_{nN} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}[-knN-n+k]\alpha_{kN}C(n-k)\cdot N \end{cases} \tag{1.5}$$

令 $\alpha'_{nN}=\frac{\alpha_{nN}}{C^{nN}}$,则

$$\begin{aligned} &1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}\left(\frac{1}{C^{nN}}\right)W^{-nN}\times\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}W^{-nN}\right)^{-nN} \\ &= 1+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha'_{nN}W^{-nN}+\sum_{n=2}^{\infty}\beta_{nN}W^{-nN} = \sum_{n=0}^{\infty}\beta_{nN}W^{-nN} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \beta_{0N} = 1 \\ \beta_{1N} = \alpha'_{1N} \\ \beta_{nN} = \alpha'_{nN}+\sum\limits_{k=1}^{n-1}\alpha'_{kN}C_{(n-k)N} \end{cases} \tag{1.6}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_{nN}W^{-nN}\sum_{n=0}^{\infty}\beta_{nN}W^{-nN} = \sum_{n=0}^{\infty}\gamma_{nN}W^{-nN} \tag{1.7}$$

$$\gamma_{0N} = 1$$

$$\gamma_{nN} = \sum_{k=0}^{n}\alpha_{kN}\beta_{(n-k)N}$$

由此得

$$\begin{cases} \alpha_{0N} = 1 \\ \alpha_{1N} = -\beta_{1N} \\ \alpha_{nN} = -\sum\limits_{k=0}^{n}\alpha_{kN}\beta_{(n-k)N} \end{cases} \tag{1.8}$$

由上述可推导过程可以看出,我们可以严格地算出 α_{nN},$N=3,4,5,6$ 的 $C(N)$,α_{nN} 值列于表 1.1。

表 1.1 式(1.8)中的数值列表

	$N=3$	$N=4$	$N=5$	$N=6$
C	0.730 478 0	0.834 627 1	0.888 590 7	0.920 378 6
α_1	−0.129 927	$-0.808\ 758\times10^{-1}$	$-0.553\ 999\times10^{-1}$	$-0.405\ 236\times10^{-1}$
α_2	$-0.163\ 688\times10^{-1}$	$-0.238\ 276\times10^{-1}$	$-0.163\ 688\times10^{-1}$	$-0.119\ 430\times10^{-1}$
α_3	$-0.814\ 526\times10^{-2}$	$-0.119\ 850\times10^{-1}$	$-0.814\ 526\times10^{-2}$	$-0.589\ 723\times10^{-2}$
α_4	$-0.497\ 528\times10^{-2}$	$-0.739\ 937\times10^{-2}$	$-0.497\ 528\times10^{-2}$	$-0.357\ 853\times10^{-2}$
α_5	$-0.339\ 579\times10^{-2}$	$-0.509\ 926\times10^{-2}$	$-0.339\ 579\times10^{-2}$	$-0.242\ 946\times10^{-2}$
α_6	$-0.248\ 545\times10^{-2}$	$-0.376\ 466\times10^{-2}$	$-0.248\ 545\times10^{-2}$	$-0.177\ 044\times10^{-2}$
α_7	$-0.190\ 876\times10^{-2}$	$-0.291\ 384\times10^{-2}$	$-0.190\ 876\times10^{-2}$	$-0.135\ 477\times10^{-2}$
α_8	$-0.151\ 830\times10^{-2}$	$-0.233\ 438\times10^{-2}$	$-0.151\ 830\times10^{-2}$	$-0.107\ 441\times10^{-1}$
α_9	$-0.124\ 054\times10^{-2}$	$-0.191\ 992\times10^{-2}$	$-0.124\ 054\times10^{-2}$	$-0.875\ 644\times10^{-3}$
α_{10}	$-0.103\ 525\times10^{-2}$	$-0.161\ 204\times10^{-2}$	$-0.103\ 525\times10^{-2}$	$-0.729\ 182\times10^{-3}$
α_{11}	$-0.878\ 828\times10^{-3}$	$-0.137\ 634\times10^{-2}$	$-0.878\ 828\times10^{-3}$	$-0.617\ 889\times10^{-3}$
α_{12}	$-0.765\ 649\times10^{-3}$	$-0.119\ 142\times10^{-2}$	$-0.756\ 649\times10^{-3}$	$-0.531\ 170\times10^{-3}$
α_{13}	$-0.659\ 224\times10^{-3}$	$-0.104\ 334\times10^{-2}$	$-0.659\ 224\times10^{-3}$	$-0.462\ 174\times10^{-3}$
α_{14}	$-0.580\ 169\times10^{-3}$	$-0.922\ 708\times10^{-3}$	$-0.580\ 169\times10^{-3}$	$-0.406\ 300\times10^{-3}$
α_{15}	$-0.515\ 056\times10^{-3}$	$-0.822\ 977\times10^{-3}$	$-0.515\ 056\times10^{-3}$	$-0.360\ 365\times10^{-3}$
α_{16}	$-0.460\ 728\times10^{-3}$	$-0.739\ 467\times10^{-3}$	$-0.460\ 728\times10^{-3}$	$-0.322\ 103\times10^{-3}$
α_{17}	$-0.414\ 883\times10^{-3}$	$-0.668\ 756\times10^{-3}$	$-0.414\ 883\times10^{-3}$	$-0.289\ 866\times10^{-3}$
α_{18}	$-0.375\ 809\times10^{-3}$	$-0.608\ 292\times10^{-3}$	$-0.375\ 809\times10^{-3}$	$-0.262\ 429\times10^{-3}$
α_{19}	$-0.342\ 210\times10^{-3}$	$-0.556\ 136\times10^{-3}$	$-0.342\ 210\times10^{-3}$	$-0.238\ 868\times10^{-3}$
α_{20}	$-0.313\ 089\times10^{-3}$	$-0.510\ 794\times10^{-3}$	$-0.313\ 089\times10^{-3}$	$-0.218\ 472\times10^{-3}$

在式(1.3)中取 20 项,得到特性阻抗的上下限值及其几何平均值

$$\begin{cases} z_l = 59.952\ln r_1 \\ z_u = 59.952\ln r_3 \\ z_0 = \sqrt{z_l z_u} \\ r_1 = \dfrac{1}{[C(N)a](R/a)\left[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}(R/a)^{-nN}\right]} \\ r_3 = \dfrac{1}{[C(N)a](R/a)\left[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}(R/a)^{-nN}\right]} \end{cases} \tag{1.9}$$

将这里给出的算法与用文献[8]方法得出的值同时列于表 1.2,从表中可见,无论是 z_u 与 $z_{\max}$,z_l 与 $z_{\min}$,还是 $\sqrt{z_u z_l}$ 与 $\sqrt{z_{\max} z_{\min}}$,都符合很好。

表 1.2 算法值比较

	$a/\cos\frac{2}{N}\pi$	z_l	z_{min}	z_u	z_{max}	$\sqrt{z_u z_l}$	$\sqrt{z_{max} z_{min}}$	z 偏心
$N=3$	0.05	156.87	156.87	156.88	156.88	156.87	156.87	156.87
	0.1	115.25	115.25	115.38	115.38	115.32	115.32	115.32
	0.2	73.25	73.24	74.25	73.25	73.75	73.25	73.74
	0.3	47.63	47.61	51.02	51.02	49.30	49.29	49.25
	0.4	27.20	27.19	35.63	35.63	31.13	31.12	30.93
	0.45	16.87	16.84	29.76	29.76	22.41	22.39	22.06
$N=5$	0.05	173.96	173.96	173.96	173.96	173.96	173.96	173.96
	0.1	132.42	132.40	132.42	132.40	132.42	132.40	132.41
	0.2	90.86	90.84	90.87	90.85	90.86	90.84	90.86
	0.3	66.53	66.50	66.58	66.56	66.56	66.53	66.56
	0.4	49.21	49.18	49.41	49.39	49.31	49.28	49.31
	0.5	35.62	35.58	36.22	36.21	35.92	35.89	35.92
	0.6	24.20	24.15	25.69	35.63	25.68	24.94	24.92
	0.7	13.80	13.75	17.16	17.15	15.39	15.36	15.35

从 z_u 与 z_{max}，z_l 与 z_{min} 都符合很好，由此可知 r_1，r_3 的精度，而 $|z|_{max}e^{j\frac{\pi}{n}}$，$|z|_{min}$ 两点刚好是变换函数式(1.1)具有最大、最小变化率的两点，因而由级数反演的方法得到的式(1.2)的准确度位于 $|z|_{max}$，$|z|_{min}$ 的准确度之间，而 $|z|_{max}$，$|z|_{min}$ 的求法是严格的，这又从数值上证实了式(1.3)的严格性以及推导的无误。同样，对于由外正 N 边形内圆组成的同轴线，用变换[8]

$$W = b/[\cos(\pi/N)B(1/N,1-(1/N))]\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\begin{pmatrix}-\frac{2}{N}\\ k\end{pmatrix}z^{k\beta}/(kN+1) \tag{1.10}$$

将内切圆半径为 b 的正 N 边形的内部变成单位圆的内部，用前述介绍的方法得到式(1.10)的反函数为

$$z = \beta_{0N}W/b[1+\sum_{n=1}^{\infty}\beta_{nN}\ (W/b)^{nN}] \tag{1.11}$$

β_{0N}，β_{nN} 的公式与 α_{nN} 的公式相仿，不再列出。β_{0N}，β_{nN} 的值列于表 1.3，用这种方法得到的阻抗值列于表 1.4 以供比较。

表 1.3 公式中的系数表

	$N=3$	$N=4$	$N=5$	$N=6$
C	1.132 093 4	1.078 705 0	1.052 460 0	1.037 540 0
β_1	$-0.114\,869$	$-0.738\,556\times10^{-1}$	$-0.516\,275\times10^{-1}$	$-0.381\,726\times10^{-1}$
β_2	$-0.150\,798\times10^{-1}$	$-0.454\,366\times10^{-2}$	$-0.726\,926\times10^{-3}$	$-0.784\,618\times10^{-3}$

续表

	N=3	N=4	N=5	N=6
β_3	$-0.187\,655\times10^{-2}$	$-0.284\,077\times10^{-3}$	$-0.121\,970\times10^{-3}$	$-0.193\,367\times10^{-3}$
β_4	$-0.234\,689\times10^{-3}$	$-0.177\,553\times10^{-4}$	$-0.119\,482\times10^{-4}$	$-0.388\,803\times10^{-4}$
β_5	$-0.293\,341\times10^{-4}$	$-0.110\,971\times10^{-5}$	$-0.262\,182\times10^{-5}$	$-0.947\,635\times10^{-5}$
β_6	$-0.366\,679\times10^{-5}$	$-0.693\,566\times10^{-7}$	$-0.554\,333\times10^{-6}$	$-0.254\,418\times10^{-5}$
β_7	$-0.458\,348\times10^{-6}$	$-0.433\,479\times10^{-8}$	$-0.128\,544\times10^{-6}$	$-0.732\,090\times10^{-6}$
β_8	$-0.572\,935\times10^{-7}$		$-0.313\,356\times10^{-7}$	$-0.221\,638\times10^{-6}$
β_9	$-0.716\,168\times10^{-8}$		$-0.795\,971\times10^{-8}$	$-0.697\,621\times10^{-7}$
β_{10}				$-0.226\,436\times10^{-7}$
β_{11}				$-0.753\,507\times10^{-8}$
β_{12}				$-0.255\,957\times10^{-8}$

表 1.4　外正 N 边形内圆同轴线的特性阻抗

	$\frac{R}{b}$	z_l	$z_{\min}$	z_u	$z_{\max}$	$\sqrt{z_u z_l}$	$\sqrt{z_{\max} z_{\min}}$	z 偏心
N=4	0.05	184.14	184.14	184.14	184.14	184.14	184.14	184.14
	0.1	142.59	142.59	142.59	142.59	142.59	142.59	142.59
	0.2	101.02	101.02	101.04	101.04	101.03	101.03	101.03
	0.3	76.69	76.69	76.76	76.76	76.72	76.72	76.72
	0.4	59.36	59.36	59.59	59.59	59.47	59.46	59.47
	0.5	45.82	45.82	46.32	46.37	46.06	46.10	46.09
	0.6	34.59	34.59	35.74	35.74	35.16	35.16	35.15
	0.7	24.86	24.86	26.98	26.98	25.90	25.90	25.88
	0.8	16.09	16.09	19.72	19.72	17.81	17.81	17.78
	0.9	7.91	7.90	13.72	13.72	10.41	10.41	10.35

以上虽然都以由圆及正 N 边形组成的同轴线来叙述本书的方法，但是，该方法不受具体形状的限制，根据文献[7]，当接近于圆的导体为其他形状时，变换函数仍有式(1.1)、式(1.10)的形式，只是这时的各项系数不能由解析方法求出，而由数值方法求出。用本章方法容易求出这些反函数的系数。

1.1.2　möbius 变换理论

如图 1.2(a)所示的内圆外正 N 边形同轴线，我们取其 $2/N$ 部分来研究，在下列连续变换下，实现了将 Z 平面像曲线向径极值点拉平，而外正 N 边形仍然变成单位圆。

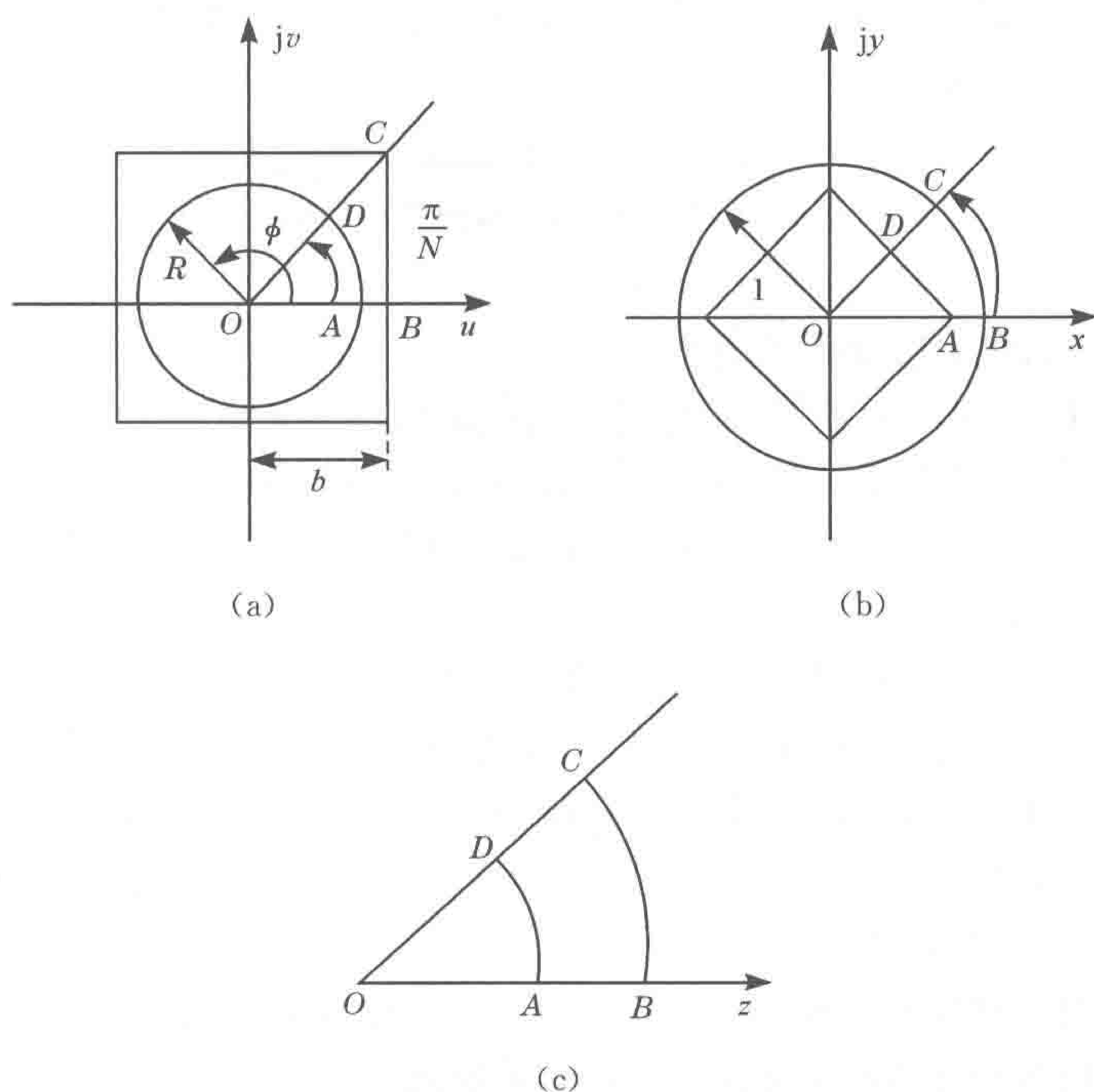


图 1.2　内圆外正 N 边形同轴线及其变换

$$\begin{cases} z_1 = \sqrt[N]{(z^N - a_1)/(z^N - b)} \\ a_1 = \dfrac{1}{2D}\left[(1 + D^2 - R_2^2) + \sqrt{(D^2 + 1 - R_2^2)/D^2 - 4}\right] \\ b_1 = 1/a, R_2 = 0.5 \times (|z|_{\max}^N + |z|_{\min}^N), D = 0.5 \times (|z|_{\max}^N - |z|_{\min}^N) \\ |z|_{\max} = \beta_{0n} R/b\left[1 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \beta_{nN}\ (R/b)^{nN}\right] \\ |z|_{\min} = \beta_{0n} R/b\left[1 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \beta_{nN}\ (R/b)^{nN}\ (-1)^n\right] \end{cases} \tag{1.12}$$

这里从 W 平面到 Z 平面以及从 Z 平面到 W 平面的变换分别由式(1.10)、式(1.11)完成。由文献[10]及保角变换的唯一性可知，经一对数变换，本节的变换和文献[10]的可以互换，特别是我们注意到，文献[10]是以 $N=2$ 来作的数值验证，如果根据本节推导和区域变分原理的一阶近似结果[9]，不难发现，对 $N>2$ 的情况，无论外正 N 边形，还是内正 N 边形的情况，在 Z 平面上的曲线与圆的接近程度都优于 $N=2$ 的情况，而对于 $N=2$ 的情况，其径向傅里叶展开

$$\rho(\theta) = \rho_0 (1 + a_{1N} \cos N\theta + \cdots) \tag{1.13}$$

中的首项系数 $a_{1N} < 5\%$ 满足区域变分原理关于

$$a_{1N}^2 \ll 1$$

的条件。同时注意到 1947 年的关于近圆同轴线的本征函数展开[12]解可由区域变分原理结合 Pade 近似得到，因而在本征函数解中作进一步的近似[13]得到场的准确到 a_{1N}^2 数量级的解。

关于式(1.13)中 $\rho_0, a_{1N}, a_{2N}, \cdots$ 的确定，简明而普适的办法是通过计算 W 平面上 $\phi=$

0,π/2N,π/N 三点的像插值得到。具体地,设以上三点的像为$(\rho_1,0)$,(ρ_2,θ_1),$(\rho_3,\pi/N)$,则

$$\rho_1=\rho_0(1+a_{1N}+a_{2N})$$
$$\rho_2=\rho_0(1+a_{1N}\cos N\theta_1+a_{2N}\cos 2N\theta)$$
$$\rho_3=\rho_0(1-a_{1N}+a_{2N})$$

由此可得 ρ_0,a_{1N},a_{2N}的直接显明表达式。

对于内圆外正 N 边形同轴线,还有更加巧妙的方法确定式(1.13)中 ρ_0,a 等,这就是利用龚昇 1983 年得到的关于 möbius 变换的成果,文献[14]和[15]关于级数运算的公式,这样可以确定 ρ_0,a_{1N},a_{2N},a_{3N},a_{4N}的准确值,具体推导是不难的,但较繁,见作者的一篇专著[16]。

以上讨论均是基于区域变分原理的一阶近似结果,还可以建立更加严格的二阶近似理论[13],方法是导出任意近似于圆的闭曲线的显式保角变换式,从而可隐式地确定式(1.13)中的各个未知数,但在以简明为特色的本书中,将这部分内容删去了[17]。

为了简明起见,尽管提出了以上一些方法来确定场分布,这里仍然采用点匹配法来确定场分布,只是作了一些修正。

前人的工作对于传输线的电容已有多种准确的方法,根据变分原理,当尝试场与真实场比较接近时阻抗接近于真值,取电位的本征函数展开

$$u=A_0\cdot\ln r+\sum_{n=1}^{\infty}A_n(r^{nN}-r^{-nN}) \tag{1.14}$$

由式(1.14)可知,特性阻抗为

$$z_0=59.925A_0^{-1} \tag{1.15}$$

因此可以用算得的准确阻抗值 A_0,其他 A_n 的值可由点匹配法得到,这样做有一个优点,就是在式(1.14)中,取三项近似仅需两个匹配点,取四项近似也就足够了,而二、三个匹配点的 A_n 的表达式可显式表达,便于计算。当然,本节场分布的计算之所以成功,主要是完成了由 W 平面到 Z 平面变换的显式反演。

以上虽然只针对内圆外正 N 边形同轴线展开讨论,但基于插值和修正点匹配法的方法,仍然适用于外圆正 N 边形的情况,以及其他具有与正 N 边形相同对称性的图形[4,18]。也看出本书算法不仅比文献[10]简单,而且比文献[10]的适用范围广,例如,对于外圆内正 N 边形的情况,文献[10]的方法(一种非常有技巧性的方法)就不适用,而本书基于的变换式(1.12)对于这种情况仍然适用,而且不必像文献[10]那样对不同的 N 分开讨论,可以统一处理。

关于将本书想法用于求解正 N 边形双线明线的特性阻抗和场的分布,内外根相切圆柱、外圆、外矩、外椭圆柱传输线的特性阻抗,可参照文献[18]进行。

关于本书讨论的传输线的衰减常数的计算,由于准确地求出了电容,因而可参照文献[19]用增量电感法[20]很方便地求出。以后不再说明。

作为本节理论的一个应用,可近似地求出外圆内正 N 边形内圆同轴线的等效偏心圆[6,7]。方法是先将其$\frac{2}{N}$部分用 N 次方的变换,变成“偏心同轴线”,偏心距为

$$D=|z|_{\max}^{N}-|z|_{\min}^{N}$$

“偏心圆”半径为

$$R=(|z|_{\max}^{N}+|z|_{\min}^{N})/2$$

用这种方法得到的阻抗值分别列于表 1.2 表 1.3，从表中可见，这样得到的值是准确的，也就是说，这样的偏心同轴线等效是准确的，因而文献[6]和[7]所追求的偏心率随导体间距的变化规律在这种情况下是可以准确地求出的。

1.2　单根和耦合正 N 边形平板线特性阻抗计算

对于平行板内圆柱单根和耦合传输线已有大量的研究成果[21,22]，曾令儒提出平行板内正 N 边形耦合传输线的特性阻抗可直接由平行板内圆柱耦合传输线特性阻抗的计算公式计算。本节利用反演保角变换与图形逼近相结合的思想[23]，给出了更加严格的分析，得到了这类传输线特性阻抗的上下界及准确值，文献[23]是对内导体进行等效。本书是对外导体进行逼近。对于文献上讨论较少的正 N 边形平板线也进行了分析。

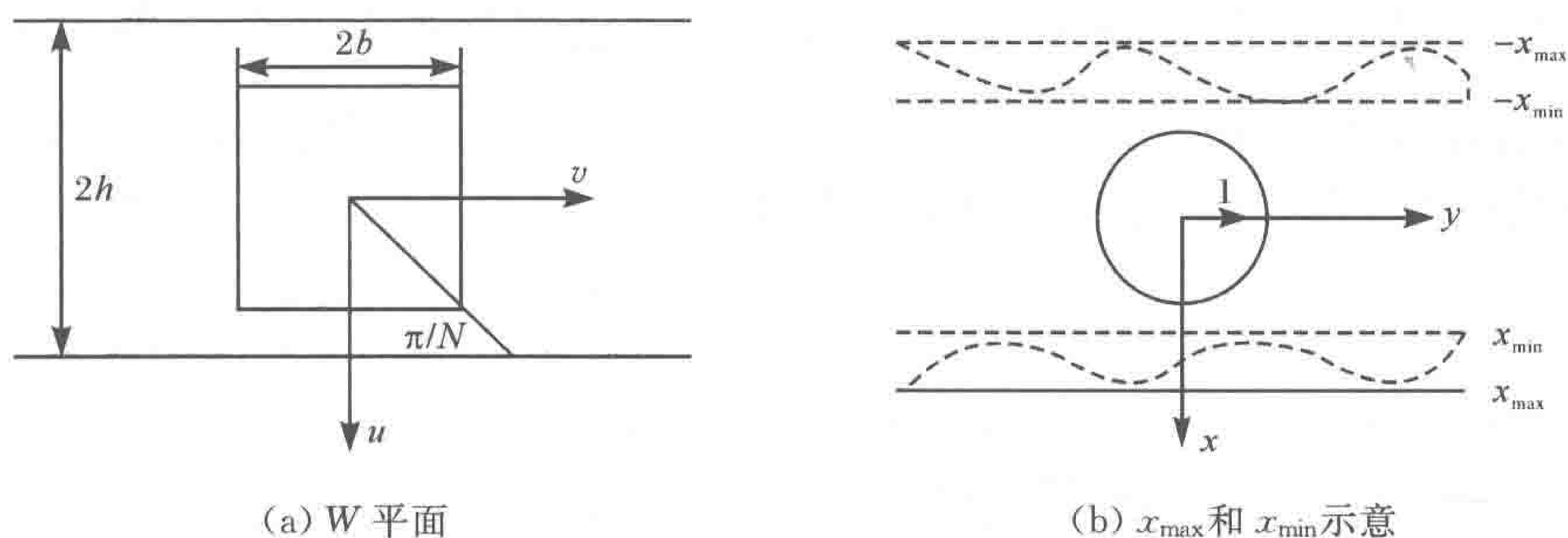
1.2.1　正 N 边形平板线的分析

如图 1.3(a)所示的正 N 边形平板线，用变换

$$\begin{cases}W=C(N)bz[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\alpha_{nN}/z^{nN}]\\C(N)=N\Gamma^{2}(1+1/N)\sin(\pi/N)/[\pi\Gamma(1+2/N)]\\\alpha_{nN}=[(-1)2(2-N)\cdots(2-(n-1)N)]/[n!N(1-nN)]\end{cases}\tag{1.16}$$

将内切圆半径为 b 的正 N 边形的外部变到单位圆的外部，上述关系给出的是从 W 平面到 Z 平面的隐式关系，不便于计算，利用级数反演，可得显式关系，在变换式(1.16)下，$u=\pm h$ 的直线变成介于$(x_{\max},x_{\min})$和$(-x_{\max},-x_{\min})$之间的曲线，且有

$$\begin{cases}x_{\max}=[1/C(N)]h/b[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\alpha_{nN}(h/b)^{-nN}]\\x_{\min}=[1/C(N)]h/b[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\alpha_{nN}(h/b\cos\dfrac{\pi}{N})^{nN}]\end{cases}\tag{1.17}$$



(a) W 平面　　(b) $x_{\max}$和 $x_{\min}$示意

图 1.3　边与 u 轴垂直的正 N 边形平板线

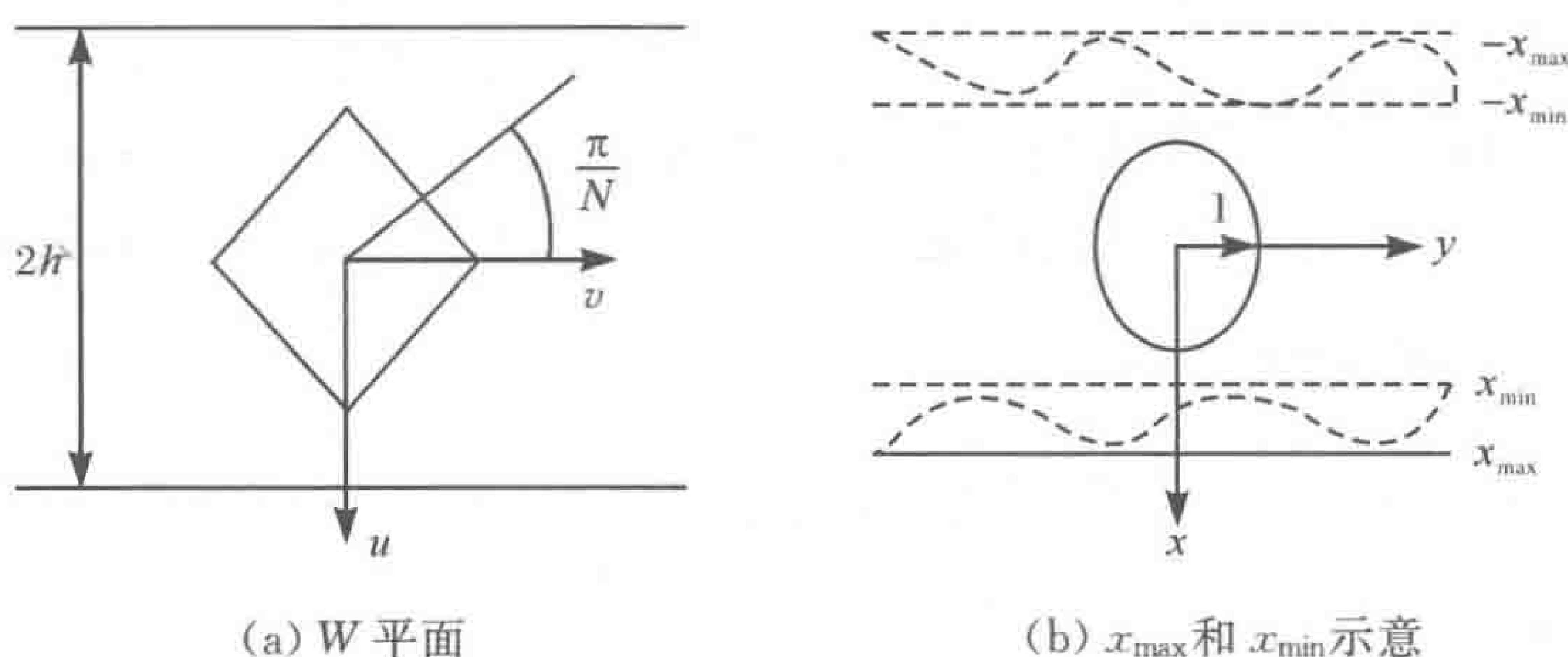
式(1.17)的准确性已由 1.1 节证实，且 α 的值已列在表 1.1 中。根据图形逼近原理，这种传输线的特性阻抗应以半径为 1，平板间距为 $2x_{\max}$的传输线的特殊性阻抗为其上限，而以半径为 1，平板间距为 $2x_{\min}$的传输线的特殊性阻抗为其下限。根据文献[21]的公式

$$\begin{cases}z_{0}=59.952\ln[4/(\pi(d/h)F)]\\F=[1-(d/h)^{4}/5.905]^{\frac{1}{2}}\cdot\{1+\exp[16(d/a)-1.142]\}\end{cases}\tag{1.18}$$

取 $d/h=1/x_{\max}$ 得到阻抗上限,取 $d/h=1/x_{\min}$ 得到阻抗下限,取上下限的几何平均值得到阻抗的准确值。由于作了保角变换,这时上下限已相差很小,精度很高(这里 $x_{\max}$ 与 $x_{\min}$ 之差比内正 N 边形外圆情况下的 $|z|_{\max}$, $|z|_{\min}$ 之差还小)。

如图 1.4(a)所示的正 N 边形平板线,用变换式(1.1)将外接圆半径为 a 的正 N 边形的外部变成单位圆的外部,而 $u=h$ 的直线则变成位于 (x_1,x_2) 之间的曲线,$u=-h$ 的直线的像与 $u=h$ 的像关于 y 轴对称。且有

$$\begin{cases} x_1=[h/(C(N)\cos(\pi/N)a)][1+\sum\alpha_{nN}\ (h/a\cos(\pi/N))^{nN}] \\ x_2=[h/C(N)a][1+\sum\alpha_{nN}\ (h/a)^{nN}] \end{cases} \tag{1.19}$$



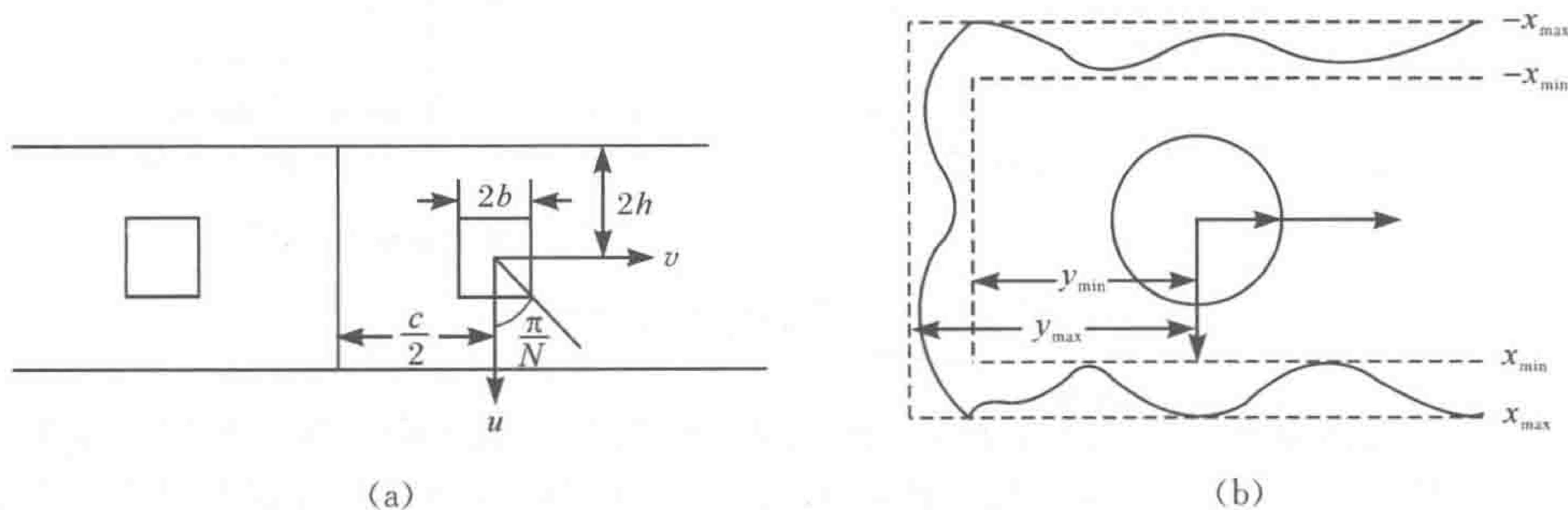
(a) W 平面　　(b) $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$ 示意

图 1.4　对角线与 u 轴一致的正 N 边形平板线

根据图形逼近原理,在式(1.18)中取 $d/h=1/x_1$, $d/h=1/x_2$ 则分别得到阻抗上下限,取上下限几何平均值得到准确阻抗值。

1.2.2　耦合正 N 边形平板线的分析

如图 1.5(a)所示正 N 边形耦合平板线,当边壁为电壁时为奇模,当边壁为磁壁时为偶模。用变换式(1.16)将内切圆半径为 b 的正 N 边形的外部变到单位圆的外部,而 $u=\pm h$ 的直线变成介于 $(x_{\max},x_{\min})$ 和 $(-x_{\max},-x_{\min})$ 之间的曲线,y_1, y_2 由式(1.17)中取 $h=\dfrac{C}{2}$ 得到。根据图形逼近原理,这种传输线的奇偶模特性阻抗的上限为半径为 1, $d/h=1/x_{\max}$, $c/h=\max(y_1,y_2)/x_{\max}$, $c-d=2[\min(y_1-y_2)-1]$ 的耦合圆棒平板线的奇偶模阻抗值可由文献[22]给出的简单公式算出。



(a)　　(b)

图 1.5　边与 u 轴垂直的正 N 边形耦合平板线

$$\begin{cases} x=d/h \\ y=c/d \\ Z_{0e}=59.925\ln[0.523962/(f_1(x)\cdot f_2(x,y)\cdot f_3(x,y))] \\ Z_{0o}=59.925\ln[0.523962/(f_3(x,y)/(f_1(x)\cdot f_4(x,y)))] \end{cases} \tag{1.20}$$

$$f_1(x)=x\cdot a(x)/b(x)$$

$$f_2(x,y)=\begin{cases} C(y)-xd(y)+e(x)\cdot g(y), & y<0.9 \\ 1+0.004\exp(0.9-y), & y\geqslant 0.9 \end{cases}$$

$$f_3(x,y)=\tanh[\pi(x+y)/2]$$

$$f_4(x,y)=\begin{cases} k(y)-x(y)+m(x)n(y), & y<0.9 \\ 1, & y\geqslant 0.9 \end{cases}$$

$$a(x)=1+\exp(16x-18.202)$$

$$b(x)=\sqrt{5.905-x^4}$$

$$c(x)=-0.8107y+1.3401y-0.6929y+1.0892+1.014002/y-0.00636/y$$

$$d(y)=0.11-0.83y+1.64y-y$$

$$e(x)=-0.15\exp(-13x)$$

$$g(x)=2.23\exp(-7.01y+10.24y-27.58y)$$

$$k(y)=1+0.01(-0.0726-0.2154/y+0.222573/y-0.012823/y)$$

$$l(y)=0.01(-0.26+0.6866/y+0.0831/y-0.0076/y)$$

$$m(x)=-0.1098+1.2138x-2.2538x+1.1313x$$

$$n(y)=-0.019-0.016/y+0.0362/y-0.00243/y$$

如图 1.6 所示正 N 边形耦合平板线，我们用变换式(1.1)将外接圆半径为 a 的正 N 边形的外部变成单位圆的外部，$u=\pm h$ 的直线变成分别位于(x_1,x_2)，$(-x_1,-x_2)$之间的曲线，而 $v=-c/2$ 的直线则变成位于$(-y_1,-y_2)$之间的曲线，这里 x_1,x_2 由式(1.19)给出，y_1,y_2 由式(1.19)中令 $h=c/2$ 得到。特性阻抗的计算可仿照前面的讨论进行。

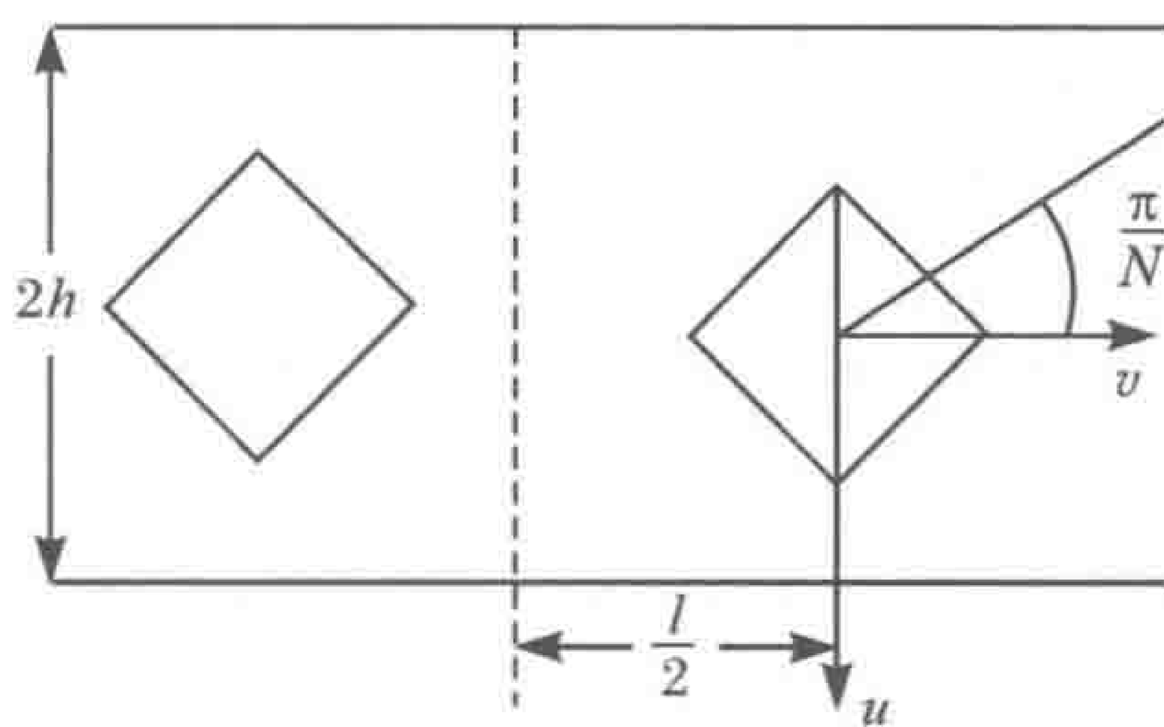


图 1.6　对角线与 u 轴垂直的正 N 边形耦合平板线

对于实用结构，一般有 $a/h<0.8$，$b/h<0.8$，这是在文献[22]公式的适用范围内的，对于满足文献[21]和[22]公式适用范围的单根和耦合下正 N 边形平板线，本节方法不管用于上下限计算还是阻抗值计算都会得到准确的结果。与文献[23]比较，本节显得更加严格，文献[23]的解法是一种直观近似解。例如，两种取向的正 N 边形耦合线的阻抗差异没法计算，本节是一种准确近似解。

1.3　由圆及矩形组成的同轴线新研究

对于内圆外矩同轴线的特性阻抗以及电磁场分布的研究,Guston 认为林为干、钟祥礼的函数变换解[24]为最好的结果,同时认为对这种传输线没有简单的解析表达式可供利用,潘生根[7]提出了简单的公式,但经我们验证,文献[7]中 a 的表达式是有误差的,在第 1.1 节的理论框架下,展开对这种传输线的分析。首先,对特性阻抗的上下限,提出了基于严格变换函数的近似计算公式,然后经过和 1.1.2 节类似的变换,使得内导体的像更加近似于圆,从而可以用区域变分原理或者插值法得到内导体的近似像曲线方程,可以用区域变分原理或者修正点匹配法计算电磁场分布。

通过对内导体像曲线的研究发现,外矩内圆同轴线的内导体在第一次保角变换的像曲线的向径的极值总是在 $\theta=0,\pi/2$ 两处,基于这一结论和近似上下限公式,计算平行板之间的耦合棒问题变得容易[25]。进而使矩形内的耦合圆棒问题的解变得容易[26]。这些耦合棒问题的解在微波工程上是很有意义的[25~27]。

对于外圆内矩同轴线,现有方法[28]仅能对其特性阻抗作数值计算,但该方法不仅矩形的尺寸变化时又得重新计算,每一步计算又得解超越方程,十分不方便,本书提出一种直接方法,矩形固定后,对任意的外圆半径 R 有统一的公式,不需要每一步都解超越方程。

1.3.1　外矩内圆同轴线的区域变分原理解

如图 1.7(a)所示的外矩内圆同轴线,变换

$$\begin{cases} z=[\mathrm{sn}(Kw/2a\cdot k)\mathrm{dn}(Kw/2a\cdot k)]/[\mathrm{cn}(Kw/2a\cdot k)] \\ K'(k)/K(k)=b/a\geqslant 1 \end{cases} \tag{1.21}$$

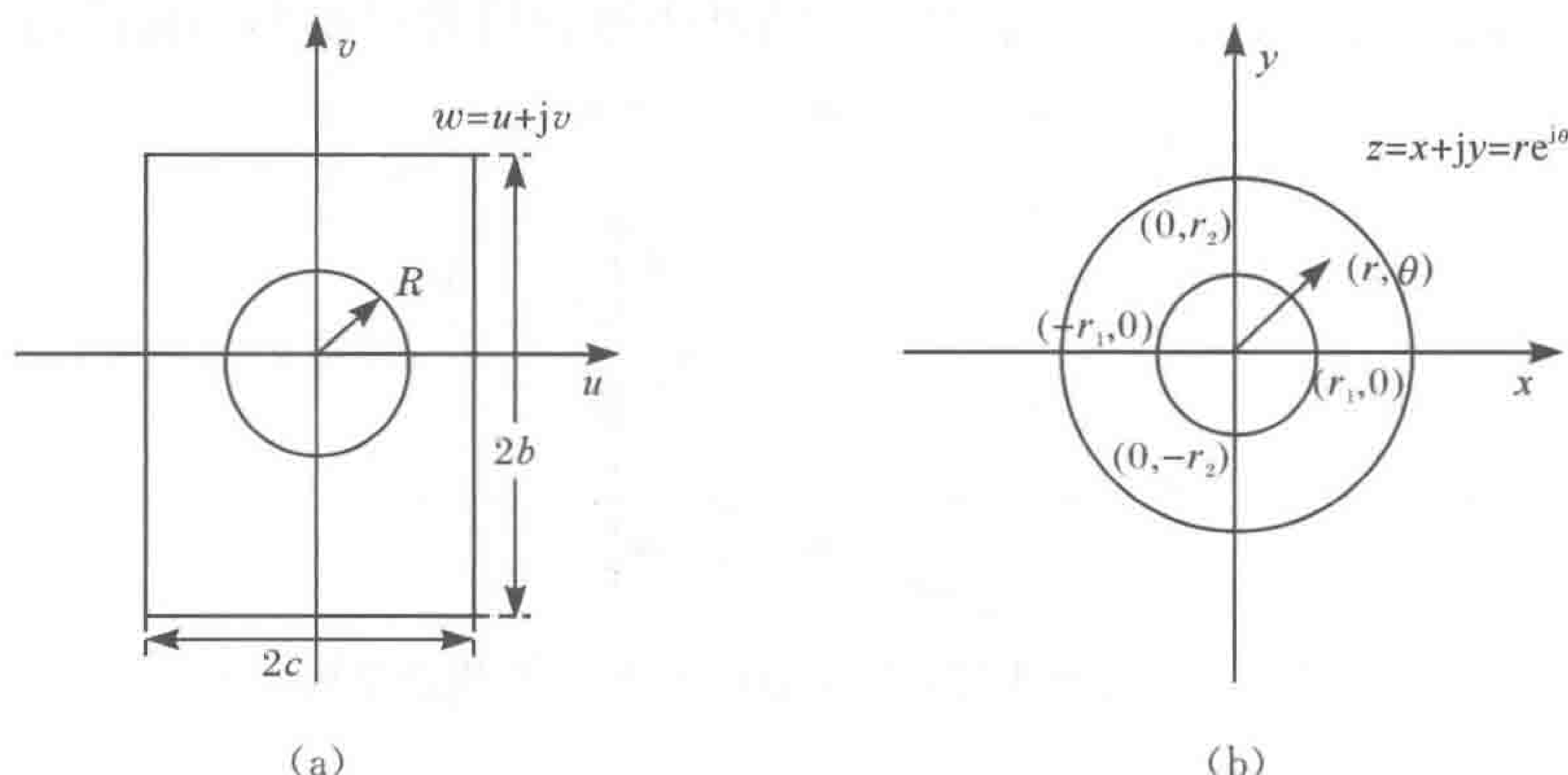


图 1.7　外矩内圆同轴线及其边界的变换

将 W 平面上的矩形变成 Z 平面上的单位圆,W 平面的圆将近似地变成一个圆,由于变换函数的复杂性,难以进一步研究这个近似于圆的图形。以前的工作是研究这个近似于圆的曲线的最大、最小向径来研究这个图形与圆的偏离的,而且用这种方法得到的阻抗上下限是“至今最准确的方法”。对于这个近似圆曲线,Epele 等[13]曾用区域变分原理作

过研究，只是在他们研究的问题中变换函数直接就是幂级数形式，而变换式(1.21)不是这种形式，注意到椭圆函数有幂级数展开式[12,29]，而且幂级数的乘除运算有直到前四项的解析公式，因而问题化成可用区域变分原理解的问题，由文献[12]有

$$
\begin{cases}
\mathrm{sn}(u,k) = u-(1+m)\dfrac{u^3}{3!}+(1+14m+m^2)\dfrac{u^5}{5!} \\
\qquad -(1+135m+135m^2+m^3)\dfrac{u^7}{7!}+\cdots \\
\mathrm{cn}(u,k) = 1-\dfrac{u^2}{2!}+(1+4m)\dfrac{u^4}{4!}-(1+44m+16m^2)\dfrac{u^6}{6!} \\
\qquad +(1+408m+912m^2+64m^3)\dfrac{u^8}{8!}+\cdots \\
\mathrm{dn}(u,k) = 1-m\dfrac{u^2}{2!}+(4+m)m\dfrac{u^4}{4!}-(16+44m+m^2)m\dfrac{u^6}{6!} \\
\qquad +(64+912m+408m^2+m^3)m\dfrac{u^8}{8!}+\cdots \\
z = k/(2a)w[1+\sum_{n=1}^{4} b_n\,[(Kw)/(2a)]^{2n}+\cdots]
\end{cases}
\tag{1.22}
$$

根据区域变分原理，若设该曲线的方程为

$$\rho(\theta)=\rho_0(1+\sum_{n=1}^{4}\alpha_n\cos 2n\theta+\cdots) \tag{1.23}$$

则

$$\rho_0=K(m)/2R/b$$

$$\alpha_1=b_1\rho_0^2$$

$$\alpha_2=b_2\rho_0^4$$

$$\alpha_3=b_3\rho_0^6$$

$$\alpha_4=b_4\rho_0^8$$

$$c_1=-\frac{1}{2!}$$

$$c_2=\frac{1}{4!(1+4m)}$$

$$c_3=-(1+44m+16m^2)\frac{1}{6!}$$

$$c_4=(1+408m+912m^2+64m^3)\frac{1}{8!}$$

$$d_1=-m\frac{1}{2!}$$

$$d_2=(4+m)m\frac{1}{4!}$$

$$d_3=-(16+44m+m^2)m\frac{1}{6!}$$

$$d_4=(64+912m+408m^2+m^3)m\frac{1}{8!}$$

$$\begin{cases} S_1=-(1+m)\dfrac{1}{3!} \\ S_2=(1+14m+m^2)\dfrac{1}{5!} \\ S_3=-(1+135m+135m^2+m^3)\dfrac{1}{7!} \\ S_4=(c_4d_1+c_3d_2+c_2d_3+c_1d_4)\times 8!/9! \end{cases} \tag{1.24}$$

$$\begin{cases} a_1=S_1+d_1 \\ a_2=S_2+S_1d_1+d_2 \\ a_3=S_3+d_1S_2+S_1d_2+d_3 \\ a_4=S_4d_1+S_3d_2+S_2d_3+S_1d_4 \\ b_1=a_1-c_1 \\ b_2=a_2-(c_1b_1+c_2) \\ b_3=a_3-(c_1b_2+c_2b_1+c_3) \\ b_4=a_4-(c_1b_3+c_2b_3+c_3b_1+c_4) \end{cases} \tag{1.25}$$

$$m=(e^{\pi a/b}-2)/(e^{\pi a/b}+2)$$

$$m=1-m_1$$

$$K(m)=1.3862944+0.1119723m_1+0.07252296m_1^2 +\ln(1/m_1)\times(0.5+0.1213478m_1+0.0288729m_1^2) \tag{1.26}$$

这里式(1.25)根据文献[1]得到,式(1.26)是文献[30]中的一个公式。采用和得到的式(1.24)相同的思想,并注意到椭圆 cn,dn,sn 的导数公式[28]不难将式(1.22)中的展开式进行下去,直到任意次方。因而,虽然 cn,dn,sn 的幂级数无一般通式,但可根据 cn,dn,sn 的低次幂递推地产生高次幂的系数。b_1,b_2,b_3,b_4 表达式可以直接地表示成 m 的多项式,但数值计算时,本节的表达式也就行了。

有了式(1.23),即可得到基于区域变分原理和 Pade 近似的阻抗表达式

$$z_0=59.925\{\ln(1/\rho_0)-1/2\sum[2i(1+\rho_0^{2i})/(1-\rho_0^{2i})-1/2]a_i^2\} \tag{1.27}$$

由式(1.27)算出的阻抗值列于表 1.5,同时列出了文献[6]的结果以供比较,从表中可见符合得很好。同表还列出了 a_1,a_2,a_3,a_4 的值,供进一步研究用。

表 1.5 外矩内圆同轴线的特性阻抗

$\frac{b}{a}$	$\frac{R}{a}$	a_1	a_2	a_3	a_4	z_0	文献[6]
1.25	0.10	0.001	0.000	0.000	0.000	147.89	147.96
	0.30	0.010	0.000	0.000	0.000	82.02	82.24
	0.50	0.028	0.003	0.000	0.000	51.35	51.56
	0.70	0.054	0.013	0.001	0.000	30.88	31.04
	0.90	0.089	0.036	0.005	0.000	14.16	14.30
	0.95	0.099	0.045	0.007	0.000	9.69	9.65

续表

$\frac{b}{a}$	$\frac{R}{a}$	a_1	a_2	a_3	a_4	z_0	文献[6]
1.75	0.10	0.002	0.000	0.000	0.000	152.08	151.61
	0.30	0.018	0.000	0.000	0.000	86.20	85.71
	0.50	0.049	0.003	0.000	0.000	55.43	54.74
	0.70	0.096	0.012	0.001	0.000	34.49	33.65
	0.90	0.159	0.033	0.007	0.001	15.87	15.67
	0.95	0.177	0.041	0.009	0.002	10.41	10.43
2.0	0.10	0.002	0.000	0.000	0.000	152.43	152.44
	0.30	0.018	0.000	0.000	0.000	86.55	86.32
	0.50	0.051	0.003	0.000	0.000	55.77	55.09
	0.70	0.100	0.012	0.001	0.000	34.79	33.78
	0.90	0.165	0.033	0.007	0.001	15.99	15.66
	0.95	0.184	0.041	0.009	0.002	10.43	10.40
3.0	0.10	0.002	0.000	0.000	0.000	152.51	152.47
	0.30	0.018	0.000	0.000	0.000	86.63	86.22
	0.50	0.051	0.003	0.000	0.000	55.84	54.90
	0.70	0.100	0.012	0.001	0.000	34.85	33.57
	0.90	0.166	0.033	0.007	0.001	16.01	15.54
	0.95	0.185	0.041	0.009	0.002	10.44	10.32

1.3.2　外矩内圆同轴线特性阻抗的简化计算

关于外矩内圆同轴线的同轴线上下限，可用林为干，钟祥礼方法得到严格的值，但这一值是通过计算椭圆函数的值得到的，比较麻烦[1]。基于近似展开式(1.23)得到特性阻抗上下限的近似表达式

$$\begin{cases} z_{\max}=59.925\ln\rho_0(1+a_1+a_2+a_3+a_4) \\ z_{\min}=59.925\ln\rho_0(1-a_1+a_2-a_3+a_4) \end{cases} \tag{1.28}$$

之所以有式(1.28)，是通过表1.5列出的 a_1,a_2,a_3,a_4 的值发现，$\rho(\theta)$ 仅在 $0,\pi/2$ 两处出现极值。换句话说，文献[1]给出的用超越方程解极值点的方法是不必要的，或者说，文献[1]给出的那个超越方程只是 $\theta=0,\pi/2$ 两个解。

由于 $\theta=0,\pi/2$ 两点为极值点，且在 Z 平面的像点可以如此容易地求出来，自然想到利用1.1.2节的möbius变换理论来进一步将内导体的像变圆，限于篇幅，不再详述。经过类似于1.1.2节的处理之后，在 Z 平面上，在类似于式(1.23)的展开式中，始终有 $\alpha_1<0.05$ 满足 $\alpha_1^2<1$ 的条件。从而可以准确地求出特性阻抗(用区域变分原理)和电磁场分布(利用区域变分原理得到的电容值和三个匹配点进行场匹配，即修正点匹配法)。

作为近似处理，可以用1.1.2节的方法，得出外矩内圆同轴线的近似等效偏心同轴线，该方法是先用平方变换将第一次保角变换后的图形(如图1.7(b)所示)的1/2变成

“偏心同轴线”,取偏心距和偏心圆半径为

$$\begin{cases} D = z_{\max}^2 - z_{\min}^2 \\ R = (z_{\max}^2 + z_{\min}^2)/2 \end{cases} \tag{1.29}$$

从而可按偏心同轴线公式[6,28]算出其特性阻抗。本节近似处理与文献[1]的严格处理得到的阻抗式以及等效偏心同轴线算出的值、区域变分原理算出的值,同时列于表 1.6,由表可见,本节近似公式(1.28)和(1.29)有很好的准确性。

表 1.6 近似方法与严格方法的比较

$\frac{b}{a}$	$\frac{R}{a}$	$z_{\min}$	z_l	$z_{\max}$	z_u	$\sqrt{z_{\max}z_{\min}}$	$\sqrt{z_u z_l}$	z 偏心	z_0
1.25	0.05	189.37	189.43	189.40	189.46	189.39	189.45	189.45	189.45
	0.10	147.81	147.83	147.94	147.96	147.88	147.89	147.89	147.89
	0.20	106.06	106.07	106.59	106.60	106.33	106.33	106.33	106.34
	0.30	81.41	81.41	82.60	82.60	82.00	82.00	82.00	82.09
	0.40	63.65	63.65	65.76	65.76	64.70	64.70	61.69	64.76
	0.50	49.56	49.56	52.87	52.87	51.19	51.19	51.17	51.35
	0.60	37.70	37.70	42.47	42.48	40.02	40.02	39.98	40.33
	0.70	27.26	27.27	33.78	33.79	30.34	30.35	30.30	30.88
	0.80	17.72	17.75	26.28	26.31	21.58	21.61	21.58	22.40
	0.90	8.73	8.81	19.65	19.72	13.10	13.18	13.11	14.16
	0.95	6.10	6.21	17.79	17.88	40.42	10.53	10.47	11.54
	0.95	4.35	4.48	16.58	16.59	8.49	8.64	8.59	9.69
	0.97	2.61	2.76	13.39	13.51	6.33	6.54	6.50	7.72
	0.99	0.87	1.05	14.21	14.36	3.51	6.88	3.85	5.58
2.00	0.05	193.51	193.61	193.59	193.66	193.55	193.63	193.63	193.63
	0.10	151.94	151.96	152.18	152.20	152.06	152.08	152.08	152.08
	0.20	110.04	110.05	110.99	110.99	110.52	110.52	110.52	110.52
	0.30	85.14	85.14	87.26	87.26	86.19	86.19	86.18	86.20
	0.40	67.03	67.03	70.80	70.81	68.89	68.89	68.86	68.91
	0.50	52.52	52.52	58.42	58.42	55.39	55.39	55.32	55.43
	0.60	40.16	40.16	48.67	48.67	44.21	44.21	44.08	44.26
	0.70	29.16	29.16	40.77	40.77	34.48	34.48	34.28	34.49
	0.80	19.01	19.02	34.25	34.24	25.52	25.52	25.26	25.37
	0.90	9.39	9.40	28.79	28.77	16.44	16.45	16.18	15.87
	0.95	6.65	6.71	27.32	27.30	13.38	13.40	13.15	12.69
	0.95	4.68	4.68	26.39	26.36	11.11	11.14	10.91	10.41
	0.97	2.81	2.84	25.48	25.45	8.45	8.51	8.31	7.95
	0.99	0.93	0.98	24.60	24.56	4.80	4.91	4.79	5.28

续表

$\frac{b}{a}$	$\frac{R}{a}$	z_{min}	z_l	z_{max}	z_u	$\sqrt{z_{max}z_{min}}$	$\sqrt{z_u z_l}$	z 偏心	z_0
2.50	0.05	193.83	193.96	194.00	194.02	193.91	193.99	193.99	193.99
	0.10	152.28	152.31	152.55	152.56	152.42	152.43	152.43	152.43
	0.20	110.38	110.39	111.36	111.36	110.87	110.87	110.87	110.87
	0.30	85.45	85.46	87.65	87.65	86.55	86.55	86.53	86.55
	0.40	67.32	67.32	71.23	71.23	69.25	69.25	69.21	69.26
	0.50	52.77	52.77	58.89	58.89	55.75	55.75	55.67	55.77
	0.60	40.37	40.37	49.19	49.19	44.56	44.56	44.42	44.58
	0.70	29.32	29.32	41.36	41.66	34.82	34.82	34.61	34.79
	0.80	19.12	19.13	34.92	34.91	25.84	25.84	25.56	25.60
	0.90	9.44	9.46	29.56	29.54	16.71	16.71	16.42	15.99
	0.95	6.60	6.62	28.13	28.11	13.62	13.64	13.36	12.75
	0.95	4.71	4.74	27.21	27.19	11.32	11.35	11.10	10.43
	0.97	2.82	2.86	26.33	26.30	8.62	8.67	8.46	7.94
	0.99	0.94	0.99	25.48	25.44	4.89	5.01	4.87	5.21
3.00	0.05	193.95	194.03	194.09	194.09	194.02	194.06	194.06	194.06
	0.10	152.36	152.38	152.63	152.63	152.50	152.51	152.51	152.51
	0.20	110.45	110.46	111.44	111.44	110.95	110.95	110.95	110.95
	0.30	85.52	85.52	87.74	87.74	86.62	86.62	86.61	86.63
	0.40	67.38	67.38	71.32	71.32	69.32	69.32	69.28	69.33
	0.50	52.83	52.83	58.99	58.99	55.82	55.82	55.74	55.84
	0.60	40.41	40.41	49.30	49.30	44.64	44.64	44.49	44.65
	0.70	29.35	29.35	41.48	41.48	34.89	34.89	34.68	34.85
	0.80	19.15	19.15	35.06	35.05	25.91	25.91	25.63	25.65
	0.90	9.45	9.47	29.72	29.70	16.76	16.77	16.47	16.01
	0.95	6.60	6.63	28.29	28.27	13.67	13.69	13.41	12.77
	0.95	4.71	4.74	27.39	27.36	11.36	11.39	11.33	10.44
	0.97	2.83	2.86	26.51	26.47	8.65	8.70	8.49	7.93
	0.99	0.94	0.99	25.66	25.62	4.91	5.03	4.89	5.20

1.3.3 平行板间的耦合圆棒

平行板间的耦合圆棒和矩形内的耦合圆棒是实用上有用的结构。如图 1.8 所示,平行板间的耦合圆棒的解,可分解为奇偶模进行求解。其中奇偶解就是外矩内圆同轴线的解。下面只讨论偶模解。

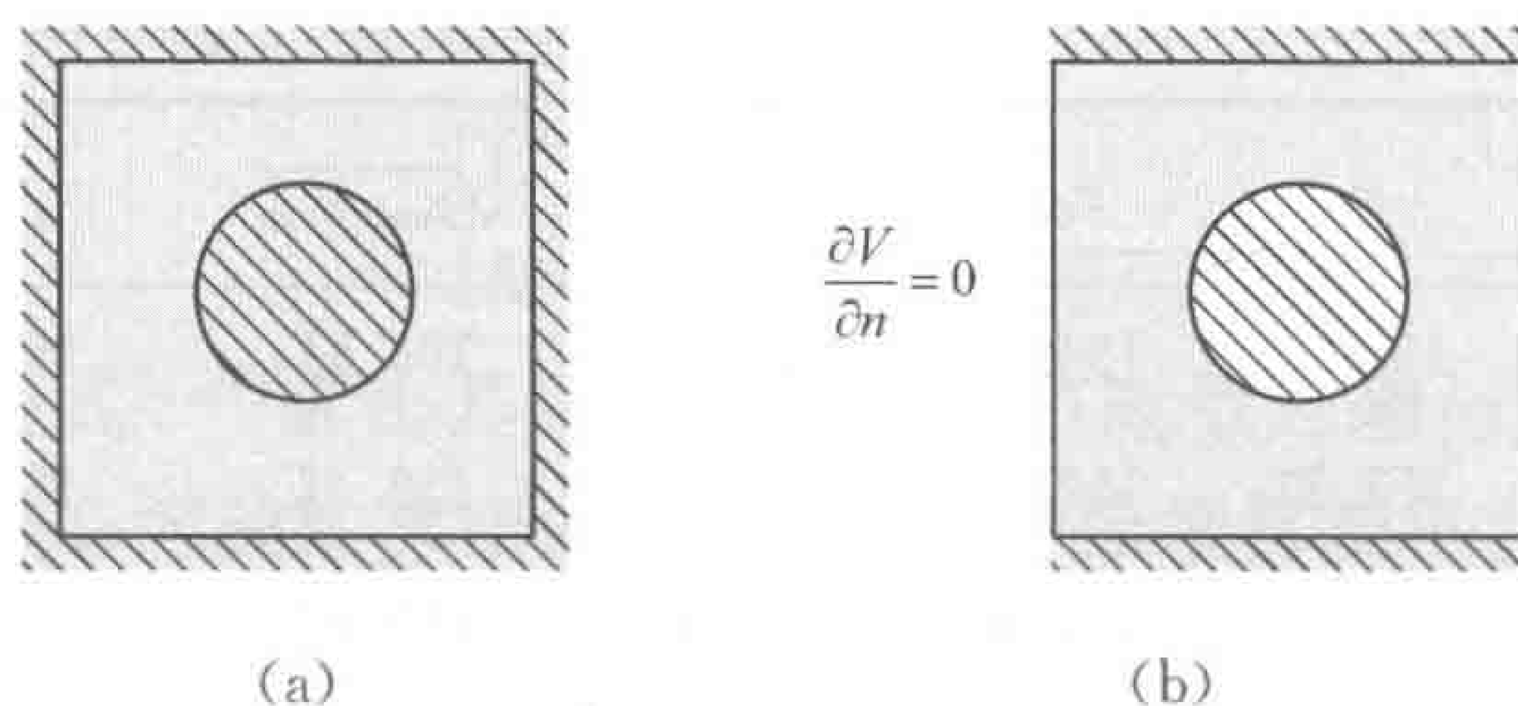


图 1.8　耦合圆棒奇偶模激励的等效边值问题

仍用变换式(1.21)将矩形的内部变成单位圆的内部,只是这时外边界由导体和磁壁共同组成,这是文献[31]充分研究过的图形,这时其特性阻抗可用椭圆函数表达。进一步注意到,当 $R/a\geqslant 0.24$ 时,分式中出现的椭圆函数还可以用初等函数准确计算,方法是不用文献[31]的椭圆正弦变换,而采用文献[32]的椭圆正弦变换,这时利用椭圆函数的 $k\to 0$ 和 $k\to 1$ 的表达式[30]。而公式 $R/a\leqslant 0.24$ 时,是属于小线情况,可用文献[25]给出的显明公式作准确计算。以上公式使得偶模阻抗的上下限计算变得直截了当,从而可以快速准确地确定偶模阻抗取上下限几何平均值。这里利用了上一节的简化公式。

möbius 变换理论照样适用于偶模解,而且也是文献[31]研究过的情形,只是这时需要利用近似像曲线公式确定向径极限点,如果不用等效偏心用轴线概念的话。由于篇幅的限制,在此只给出了求解的主要步骤,读者可参考作者的两篇论文[33,34]。

关于矩形内的耦合棒问题,对文献[26]做出以下几点改进。首先,不用只适用于细线的镜像近似,而代以适用于粗线的外矩内圆线的简化分析解(1.3.2 节)以考虑边壁效应。其次,不用基于平行板耦合圆棒解[21,22]的近似分解得到矩形内圆棒奇偶模阻抗的近似值,而代以本节给出的准确奇偶模解。文献[35]在考虑其他问题时采用过类似的方法,但文献[35]的偶模解公式过于复杂。

1.3.4　外圆内矩同轴线

外圆内矩同轴线的解是一个困难的问题[36],潘生根给出了一个统一的公式。只要确保保角变换的首项系数就可以算出其特性阻抗,在这里[28]

$$\rho_0=C=a/\{2[E(\cos\theta_1)-K(\cos\theta_1)\sin^2\theta_1]\}\tag{1.30}$$

而 θ_1 由

$$b/a=[E\sin\theta_1-K\sin\theta_1\ \cos^2\theta_1]/[E\cos\theta_1-K\sin\theta_1\ \sin^2\theta_1]\tag{1.31}$$

确定。对于正方形的情况,文献[7]已作出了验证,精度较好。

但是,潘生根的方法只适用于求阻抗,对场分布问题则没有讨论,我们仍然沿用本章研究的函数变换方法来研究这一问题。

由于矩形的情况,W 平面和 Z 平面[28]的边界对应关系已经求出,因而可以用它来求出正变换函数的级数形式,用 1.1 节的方法求出其反变换,从而像研究外圆内正 N 边形那样研究外圆内矩同轴线。

1.4 由圆和椭圆组成的同轴线分析外椭圆内圆同轴线的解

1.4.1 外椭圆内圆同轴线的解

如图 1.9 所示外椭圆内圆角同轴线[37],有变换

$$\begin{cases} W=\sqrt{K}\mathrm{sn}[2K/\pi \arcsin(z/c)] \\ (a-b)/(a+b)=\exp[-(\pi K')/K] \\ k=\left[\dfrac{e^{\pi K(k)/K'(k)}-2}{e^{\pi K(k)/K'(k)}+2}\right]^2, \quad 1\leqslant\dfrac{K(k)}{K'(k)}\leqslant\infty \\ k'=\left[\dfrac{e^{\pi K'(k)/K(k)}-2}{e^{\pi K'(k)/K(k)}+2}\right]^2, \quad 0\leqslant\dfrac{K(k)}{K'(k)}\leqslant 1 \end{cases} \tag{1.32}$$

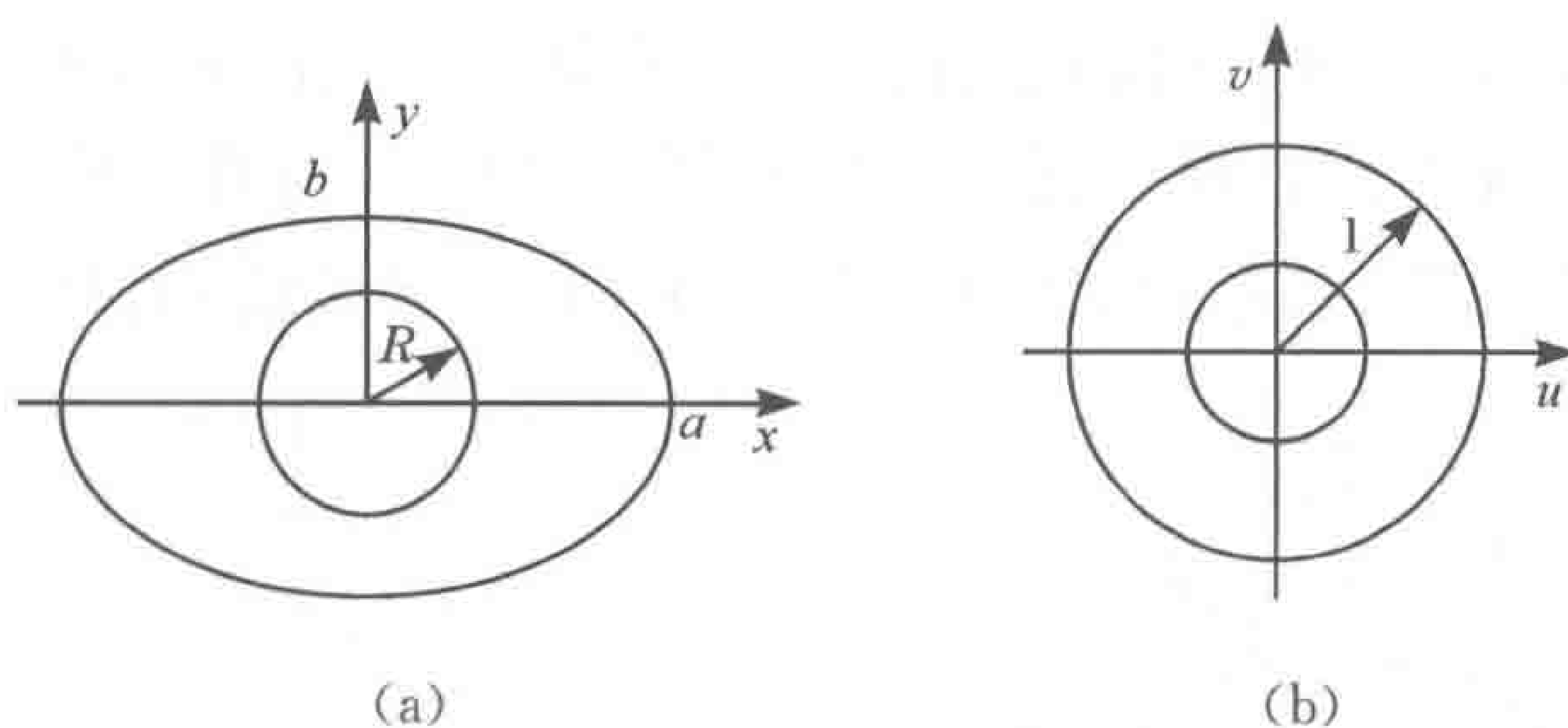


图 1.9 外椭圆内圆同轴线及其保角变换

将椭圆的内部变成单位圆的内部,而半径为 R 的圆则变成一具有与椭圆相同对称性的图形,$\theta=0,\pi/2$ 两点分别为圆的像曲线向径的极小极大点,为了便于用 1.1.2 节的 möbius 变换理论来研究这一问题,还需要把式(1.32)展开成关于 Z 的幂级数,首先在 $|z|<C$的范围内实施这种展开,由文献[30]有

$$\arcsin z=z+z^3/(2\cdot 3)+(1\cdot 3)/(2\cdot 4\cdot 5)z^5+(1\cdot 3\cdot 5)/(2\cdot 4\cdot 6)z^7+\cdots$$

$$S_n(K\cdot z)=z-(1+k^2)z^3/3!\ +(1+14k^2+k^4)z^5/5!\ -(1+135k^2+135k^4+k^6)z^7/7!$$

再由文献[14]中的公式

$$\sum_{k=1}^{\infty}b_k y^k=\sum_{k=1}^{\infty}c_k x^k, \quad y=\sum_{k=1}^{\infty}a_k x^k$$

则

$$\begin{aligned} c_1&=a_1b_1 \\ c_2&=a_2b_1+a_1^2b_2 \\ c_3&=a_3b_1+2a_1a_2b_2+a_1b_3 \\ c_4&=a_2^2b_2+a_4b_1+3a_1^2a_2b_3+a_1^4b_4 \end{aligned}$$

则得到 W 关于 z 的幂级数展开的前四个非零系数,再利用 1.1.2 节的 möbius 变换理论,就将圆的像曲线进一步变圆了,从而可以像 1.1 节那样展开讨论了[34]。值得指出,虽然以上是在$|z|<c$ 的情况下展开的,但由解析开拓原理幂级数展开可以适用于我们研究的情况。

1.4.2　外圆内椭圆同轴线的解

如图 1.10 所示的外圆内椭圆同轴线,用儒可夫斯基变换

$$\begin{cases} C=\sqrt{a^2-b^2} \\ W=\dfrac{C}{2}(z+1/z) \end{cases} \tag{1.33}$$

将椭圆的外部变成圆 $r_0=(a+b)/c$ 的外部,为了更加准确地计算其特性阻抗,研究辅助图形 1.10(c)及其变换 1.10(d),在式(1.33)的变换下,宽 $2c$ 的条带变成了单位圆,而图 1.10(b)和图 1.10(d)中外边界是相同的,再利用 1.1 节的 möbius 变换理论,同时对图 1.10(b)和图 1.10(d)进行变换,以更加适用于区域变换原理的适用条件(外曲线更加近似于圆)。用区域变分原理计算其特性阻抗,这样得到的图 1.10(a)和图 1.10(c)的同轴线的特性阻抗是近似的,而图 1.10(c)的同轴线的特性阻抗是可以严格计算的,利用近似值与准确值的相对误差和绝对误差,得到用区域变分原理计算这种同轴线阻抗的误差,用这一误差修正用区域变分原理得到的外圆内椭圆同轴线的特性阻抗,将得到更加准确的阻抗值[38]。这是由于在区域变分原理的公式中,对双导体结构的间距并无限制。

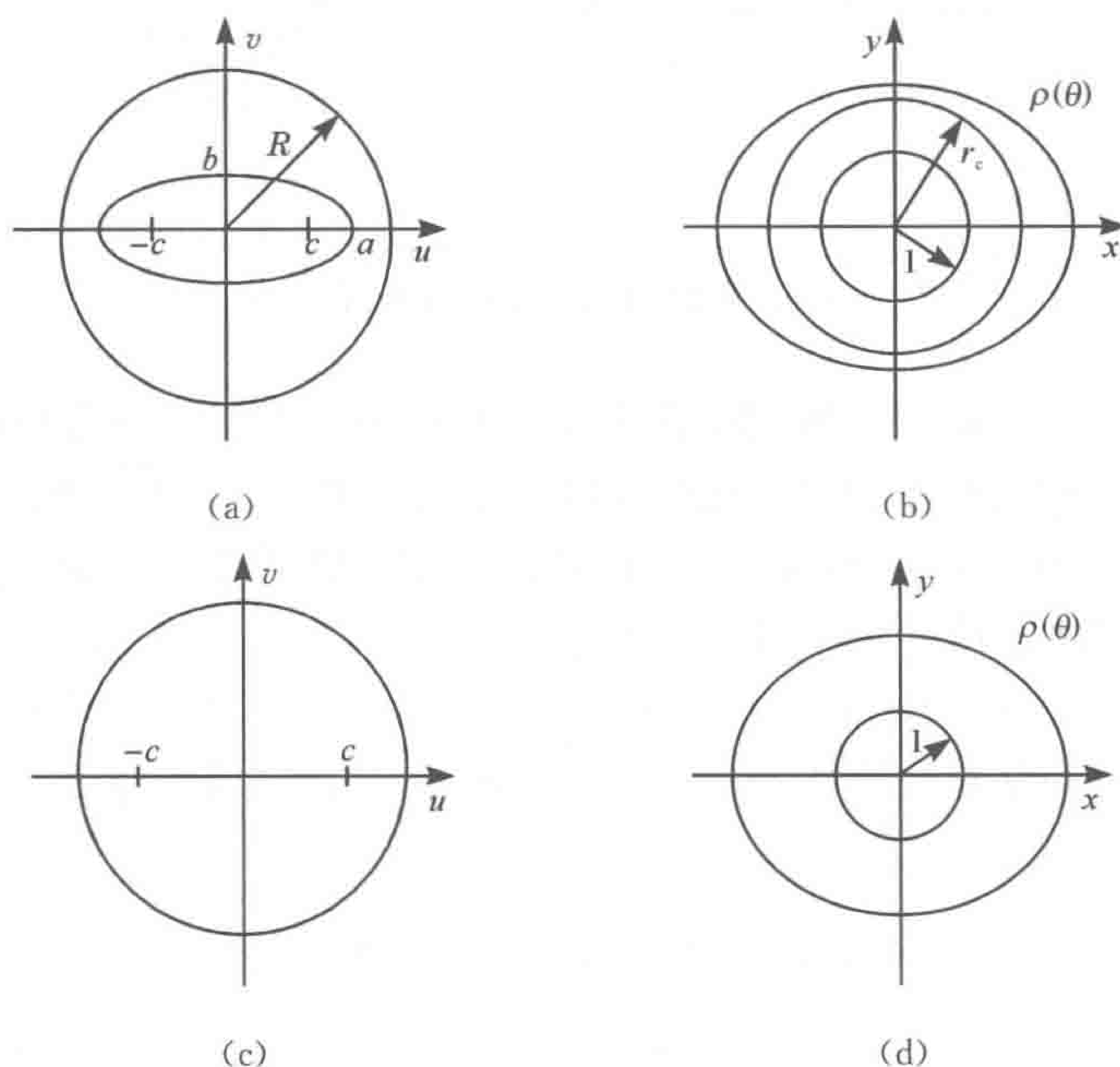


图 1.10　外圆内椭圆同轴线的解

1.5　分析电磁小室的新方法

在生物医学工程上[39],以横电磁波(transverse electromagnetic wave,TEM)小室形式出现的矩形同轴传输线的研究越来越受到人们的重视[39~47]。

对于零厚度矩形同轴线,文献[32]和[48]已用保角变换进行过分析,由于在将复杂几

何形状变成平板的过程中涉及椭圆函数的计算，比较麻烦，因而提出了某些近似方法。其中文献[32]和[48]的近似对带线参数的范围有限制。本节利用椭圆函数论中的已有成果[30]，给出了对称矩形同轴带线的宽边 $a \geqslant b$ 时的更加准确的特性阻抗初等函数表达式，还巧妙地利用将矩形的内容变成单位元的内部的保角变换，得到了 $a \geqslant b$ 时特性阻抗的准确初等函数表达式，这些公式对带线参数没有限制。

在计算传输线中的等效电路参量时[49,50]，在用对偶 TEM 小室进行屏蔽有效测量时也都需要知道电磁场的分布。目前文献上或是采用椭圆函数（实际上是一级数）表示[42]，或是采用级数表达式，这些表达式都不大便于计算，例如文献[50]指出，在整个带线参数范围内需取 500 项才能得到准确的结果。本书基于改进后的保角变换，得到 TEM 小室电场分布的闭式初等函数表达式，具有较大的理论和使用价值。

内导体放在等宽介质切片上的对称同轴线矩形带线是一种很有使用价值的结构[39]，为了实现与空同轴线的阻抗匹配，知道其特性阻抗具有基本的重要性。Das 等由于不能给出复函数及椭圆正弦变换的具体算式，使得在确定变换后的介质分界面上的每一点时都需要解一个复杂的超越方程。而解方程的每一步又需要先确定两个已知其值和模的椭圆积分的宗量，代入一个非线性方程组，求解非线性方程组的根非常复杂。本书巧妙地应用椭圆函数和椭圆积分中的已有成果[30]，给出了这一算式，初步估计，这种直接方法的计算时间仅为 Das 等所用方法的 1%左右，使文献[39]提出的分析和设计这种 TEM 小室过渡段的方法向实用化的方向迈进了一步。

1.5.1　电磁小室的保角变换分析

如图 1.11(a) 所示的矩形同轴带线，用下列连续变换将图 1.11(a) 变到图1.11(b)[32]。

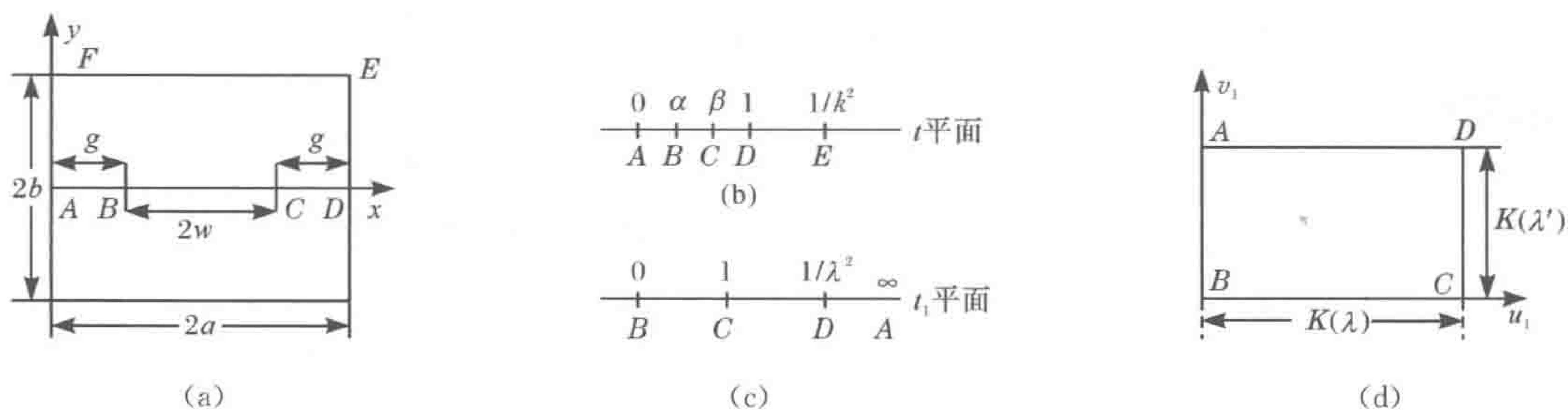


图 1.11　$a \geqslant b$ 的矩形同轴带线及其保角变换

$$mz = \int_0^t \mathrm{d}t' / \left[4t'(1-t')(1-k^2 t')\right]^{\frac{1}{2}} \tag{1.34}$$

$$t = \mathrm{sn}^2(mz \cdot k) \tag{1.35}$$

$$K(k)/K(k') = 2a/b \geqslant 2 \tag{1.36}$$

$$m = K(k')/b \tag{1.37}$$

$$k = \left[(\mathrm{e}^{2\pi a/b} - 2)/(\mathrm{e}^{2\pi a/b} + 2)\right]^2 \approx 1 \tag{1.38}$$

$$k' = \sqrt{1-k^2} \approx 0 \tag{1.39}$$

$$\alpha = \mathrm{sn}^2(mg) = \mathrm{sn}^2\xi, \quad \xi = mg \tag{1.40}$$

$$\beta = \mathrm{sn}^2 m(2a-g) = \mathrm{cn}^2\xi/\mathrm{dn}^2\xi \tag{1.41}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\beta/t[(t-a)/(\beta-a)]} = t_{1r} + \mathrm{j}t_{1i} \\ &= \sqrt{|\beta/t[(t-a)/(\beta-a)]|}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\arg[\frac{\beta(t-a)}{t(\beta-a)}]/2} \end{aligned} \tag{1.42}$$

$$w_1 = u_1 + \mathrm{j}v_1 = F(\phi_1, \lambda)/K(\lambda) + \mathrm{j}v_0 \tag{1.43}$$

$$v_0 = K(\lambda')/K(\lambda) \tag{1.44}$$

$$\phi = \arcsin(t_{1r} + \mathrm{j}t_{1i}) = \xi_1 + \mathrm{j}\eta_1 \tag{1.45}$$

在以上诸式中 sn,cn,dn 为雅可比椭圆函数,$K(k)$为第一类完全椭圆积分,$F(\phi_1,\lambda)$为第一类不完全椭圆积分,宗量为复数 ϕ_1,模为 λ。式(1.42)中的多值函数已按对应关系取定单值解析分支。这时同轴线的电容为

$$\begin{aligned} C/\varepsilon_0 &= 2/K(\lambda)/K(\lambda') \\ &= \begin{cases} \dfrac{2}{\pi}\ln\dfrac{1+\sqrt{\lambda}}{1-\sqrt{\lambda}}, & \dfrac{1}{2} \leqslant \lambda^2 \leqslant 1 \\ \dfrac{2}{F_2(\lambda)}, & 0 \leqslant \lambda^2 \leqslant \dfrac{1}{2} \end{cases} \end{aligned} \tag{1.46}$$

$$\lambda' = K'(\mathrm{sn}\,\xi/\mathrm{cn}\,\xi)^2, \quad \lambda = \sqrt{1-\lambda^2} \tag{1.47}$$

利用文献[16]有

$$\mathrm{sn}\,\xi = \tan\xi + k'^2\,\mathrm{sech}^2\,\xi(\sinh\xi\cosh\xi - \xi)/4 \tag{1.48}$$

$$\mathrm{cn}\,\xi = \mathrm{sech}\,\xi - k'^2\tanh\xi\,\mathrm{sech}\,\xi(\sinh\xi\cosh\xi - \xi)/4 \tag{1.49}$$

在文献[32]中所作的近似相当于在式(1.48)、式(1.49)中仅取一项,这里给出的表达式不仅比文献[32]精确,而且同样是初等函数表达式。

在 W_1 平面上,V_1 为电位函数,u_1 为通量函数,设两电极间的电位差为 1V,则电位函数为

$$V_1 = V/V_0 \tag{1.50}$$

电场为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E} = E_x + \mathrm{j}E_y &= 1/V_0[-\mathrm{j}(\mathrm{d}w/\mathrm{d}z)] \\ &= 1/V_0[-\mathrm{j}(\mathrm{d}w_1/\mathrm{d}t_1 \cdot \mathrm{d}t_1/\mathrm{d}t \cdot \mathrm{d}t/\mathrm{d}z)] \end{aligned} \tag{1.51}$$

由式(1.35)、式(1.42)、式(1.43)可得

$$\mathrm{d}w_1/\mathrm{d}t_1 = 1/K(\lambda)\sqrt{(1-t_1^2)(1-k^2t_1^2)} \tag{1.52}$$

$$\mathrm{d}t_1/\mathrm{d}t = \beta/(\beta-\alpha)(1-\alpha/t^2)/\sqrt{\beta/t\cdot(t-\alpha)/(\beta-\alpha)} \tag{1.53}$$

$$\mathrm{d}t/\mathrm{d}z = 1/m(\mathrm{d}z/\mathrm{d}t) = 1/m\,[4t(1-t)(1-k^2t)]^{\frac{1}{2}} \tag{1.54}$$

注意到

$$\begin{aligned} \mathrm{sn}(mz\cdot k) = [&\mathrm{sn}(mx,k)\mathrm{dn}(my,k') + \mathrm{j}\,\mathrm{cn}(mx,k)\mathrm{dn}(mx,k)\mathrm{sn}(my,k') \\ &\mathrm{cn}(my,k')]/[\mathrm{cn}^2(my,k') + k^2\,\mathrm{sn}^2(mx,k)\mathrm{sn}^2(my,k')] \end{aligned} \tag{1.55}$$

当 $k=1$ 时[10]

$$\begin{cases} \mathrm{sn}(u,k) = \tanh u + k'^2\,\mathrm{sech}^2(\sinh u\cosh u - u)/4 \\ \mathrm{cn}(u,k) = \mathrm{sech}\,u + k'^2\tanh u\,\mathrm{sech}\,u(\sinh u\cosh u - u)/4 \\ \mathrm{dn}(u,k) = \mathrm{sech}\,u + k'^2\tanh u\,\mathrm{sech}\,u(\sinh u\cosh u - u)/4 \end{cases} \tag{1.56}$$

当 $k\leqslant 1$ 时

$$\begin{cases}\text{sn}(u,k)=\sin u-k^2\cos u(u-\sin u\cos u)/4\\ \text{cn}(u,k)=\cos u+k^2\sin u(u-\sin u\cos u)/4\\ \text{dn}(u,k)=1-(k^2\sin^2 u)/2\end{cases}\tag{1.57}$$

1.5.2　$a\leqslant b$ 时的均匀矩形同轴线的分析

对于如图 1.12 所示 $a\leqslant b$ 时均匀同轴带线，以往关于特性阻抗及电磁场分布的简化分析讨论较少，原因是文献[32]的方法不能直接应用。在此取如下变换[11]

$$\begin{aligned}z&=\text{sn}[Kw/a,K]\text{dn}[Kw/a,K]/\text{cn}[Kw/a,K]\\&=\sqrt{\{1-\text{cn}[2Kw/a,K]\}/\{1+\text{cn}[2Kw/a,K]\}}\end{aligned}\tag{1.58}$$

$$K'(k)/K(k)=2b/a\geqslant 2\tag{1.59}$$

$$\begin{cases}K'=[(e^{2\pi b/a}-2)/(e^{2\pi b/a}+2)]\approx 1\\ K=\sqrt{1-K'^2}\approx 0\end{cases}\tag{1.60}$$

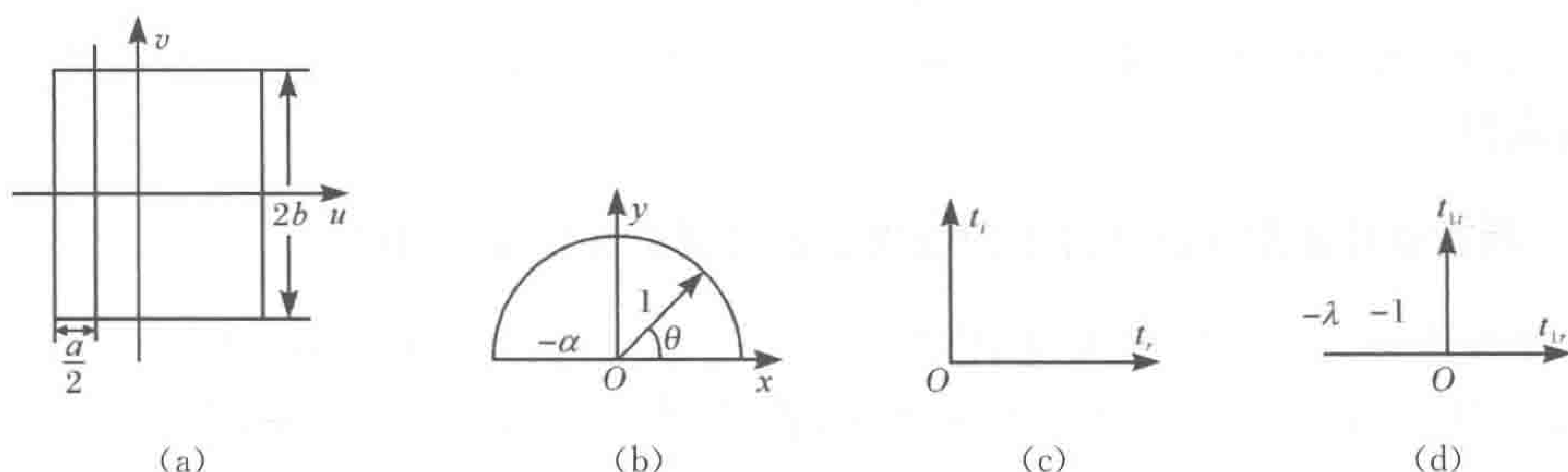


图 1.12　$a\leqslant b$ 的矩形同轴带线及其保角变换

将图 1.12(a)所示矩形的内部变成单位圆的内部，其中多值函数式(1.58)已按文献[19]取定单值解析分支。图 1.12(b)中

$$\begin{cases}\alpha=\sqrt{\{1-\text{cn}[2k/a(a/2-w),k]\}/\{1+\text{cn}[2k/a(a/2-w),k]\}}\\ e^{j\theta}=\sqrt{(1+jK'/K)/(1-jK'/K)}\\ \theta=\arctan(K'/K)\\ \beta=\pi-\theta\end{cases}\tag{1.61}$$

再用变换

$$t=[-(z+1)/(z-1)]^2\tag{1.62}$$

将图 1.12(b)的上半单位圆变为如图 1.12(c)所示的上半平面，又用

$$t_1=\sqrt{t+K'/K}/\sqrt{K'/K}=\sqrt{K/K'}\sqrt{t+K'/K}\,e^{j\arg(t+k''/k)/2}\tag{1.63}$$

将图 1.12(c)变成图 1.12(d)，其中 $\lambda=\sqrt{K/K'}/\sqrt{(a+1)/(a-1)+K'/K}$，$\lambda'=\sqrt{1-\lambda^2}$，用变换式(1.43)～(1.45)将图 1.11(c)变成图 1.11(d)，只是电壁与磁壁刚好与第一段互换。这时电容为

$$C/\varepsilon_0=4[K(\lambda')/K(\lambda)]=\begin{cases}4F_2(\lambda'),&0\leqslant\lambda\leqslant 1/2\\ 4/F_2(\lambda),&1/2\leqslant\lambda\leqslant 1\end{cases}\tag{1.64}$$

在式(1.64)中 $F(\lambda)$的定义见式(1.46)，由于 $K\leqslant 1$，因此利用式 1.57(b)给出了电容初等

函数表达式，这是文献上没有的结果。

在 W_1 平面上，U_1 为电位函数，V_1 为通量函数，设两电极之间的电位差为 1V 则电位函数为

$$U=U_1 \tag{1.65}$$

电场为

$$-E_x+\mathrm{j}E_y=\mathrm{d}w_1/\mathrm{d}w=(\mathrm{d}w_1/\mathrm{d}t_1)(\mathrm{d}t_1/\mathrm{d}t)(\mathrm{d}t/\mathrm{d}z)(\mathrm{d}z/\mathrm{d}w) \tag{1.66}$$

其中 $\mathrm{d}w_1/\mathrm{d}t_1$ 由式(1.52)给出。

$$\begin{cases}\mathrm{d}t_1/\mathrm{d}t=\sqrt{K/K'}/\sqrt{t+K'/K}\\ \mathrm{d}t/\mathrm{d}z=4(z+1)/(z-1)^3\\ \mathrm{d}z/\mathrm{d}w=4\mathrm{cn}(2k/a,wk)/[1+\mathrm{cn}(2K/a,wk)]\end{cases} \tag{1.67}$$

仿照式(1.55)，注意到

$$\mathrm{cn}(u+\mathrm{j}v)=[\mathrm{cn}(u,k)\mathrm{cn}(v,k')-\mathrm{j}\mathrm{sn}(u,k)\mathrm{dn}(u,k)\mathrm{sn}(v,k')\mathrm{dn}(v,k')]/[1-\mathrm{sn}^2(v,k')\,\mathrm{dn}^2(u,k)] \tag{1.68}$$

这里有 $K\approx1,K'\approx0$，利用式(1.56)和式(1.57)方便地求出同轴线内一点的电场，磁场可由电场求出。

1.5.3 隔板放在等宽介质切片上的电磁小室的直接保角变换分析

这里仅以 $a\geqslant b$ 的情况为例来阐述新方法，$a\leqslant b$ 的情况可按这里的处理参见 1.1.1 节进行。对于图 1.13(a)所示的矩形同轴线，用下列连续变换将图 1.13(a)变至图1.13(d)。

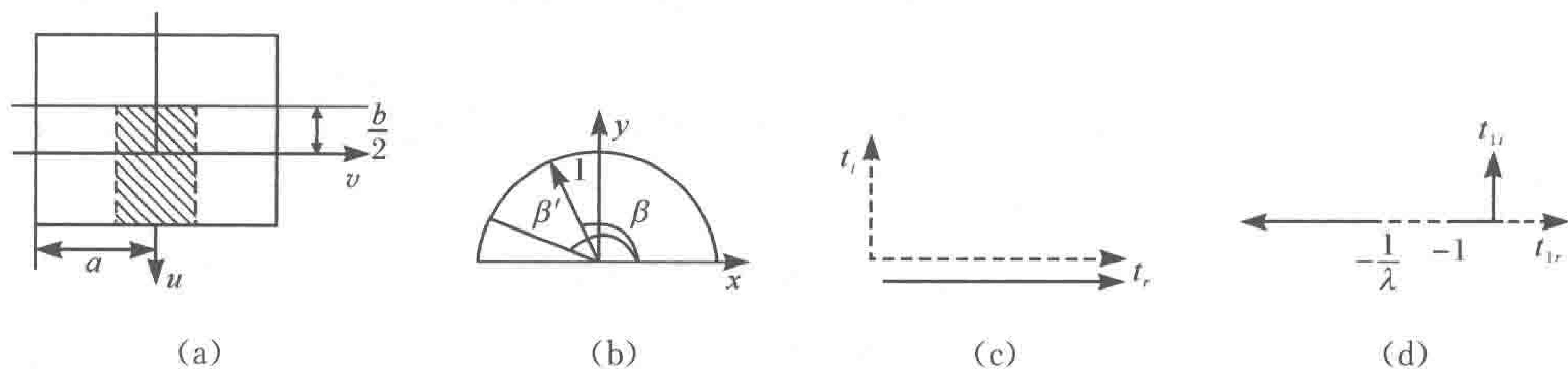


图 1.13　隔板放在等宽介质切片上的 TEM 小室

$$\begin{cases}z=[\mathrm{sn}(kw/b,k)\mathrm{dn}(kw/b,k)]/[\mathrm{cn}(kw/b,k)]\\ \quad=\sqrt{[1-\mathrm{cn}(sk/bw,k)]/[1+\mathrm{cn}(sk/bw,k)]}\\ K(k')/K(k)=2a/b\geqslant2\\ k'=(\mathrm{e}^{2\pi a/b}-2)/(\mathrm{e}^{2\pi a/b}+2)\approx1\\ k=\sqrt{1-k'^2}\approx0\end{cases} \tag{1.69}$$

$$\begin{cases}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta'}=\sqrt{\{1-\mathrm{cn}[2k/b(-b/2+\mathrm{j}w),k]\}/\{1+\mathrm{cn}[2k/b(-b/2+\mathrm{j}w),k]\}}\\ \theta'=\arctan[k'\mathrm{sn}(w,k')\mathrm{dn}(w,k')]/[1-k'^2\ \mathrm{sn}^2(w,k')]=\arctan z\\ \beta'=\pi-\theta'\end{cases} \tag{1.70}$$

$$\beta=\pi-\theta,\quad \theta=\arctan(k'/k) \tag{1.71}$$

$$t=[-(z+1)/(z-1)]^2 \tag{1.72}$$

$$t_1=\sqrt{t+k'/k}/\sqrt{k'/k-\gamma}=\sqrt{|t+k'/k|/\sqrt{k'/k-\gamma^2}}\,e^{j\arg(t+k'/k)/2} \tag{1.73}$$

$$\lambda=\sqrt{k/k'}\sqrt{k'/k-\gamma^2} \tag{1.74}$$

再用变换

$$w_1=u_1+jv_1=F(\phi_1,\lambda)/K(\lambda)+jK(\lambda')/K(\lambda) \tag{1.75}$$

$$w_1=u_1+jv_1=F(\phi_1,\lambda)/K(\lambda)+jK(\lambda')/K(\lambda) \tag{1.76}$$

具有副宗量的第一类不完全椭圆积分 $F(\phi_1,\lambda)$ 按照文献[16]可分解成

$$F(\phi_1,\lambda)=F(\xi_1+j\eta_1,\lambda)=F(\beta_1,\lambda)+jF(\gamma_1,\lambda') \tag{1.77}$$

$\cot^2\beta_1$ 为方程

$$x^2-[\cot^2\xi_1+\lambda^2\sinh^2\eta_1\csc^2\xi_1-\lambda'^2]x-\lambda'^2\cot^2\xi_1=0 \tag{1.78}$$

的正根，而

$$\lambda^2\tan^2\gamma_1=\tan^2\xi_1\cot^2\beta_1-1 \tag{1.79}$$

由此可以定出 $\cot\beta_1$ 和 $\cot\gamma_1$ 的绝对值，取反三角函数可以求出 β_1,γ_1，但由于反三角函数的多值性，还须利用其他条件定 β_1 和 γ_1。首先，由于

$$F(\beta_1+n\pi,\lambda)=2nk(\lambda)+F(\beta_1,\lambda)$$

$$F(\gamma_1+n\pi,\lambda')=2nk(\lambda')+F(\gamma_1,\lambda')$$

因此对于

$$U_1=[F(\beta_1,\lambda)]/K(\lambda)\in[-1,1] \tag{1.80}$$

$$V_1=K(\lambda')/K(\lambda)-F(\gamma_1,\lambda')/K(\lambda)\in[0,K(\lambda')/K(\lambda)] \tag{1.81}$$

有

$$\beta\in[-\pi/2,\pi/2] \tag{1.82}$$

$$\gamma\in[0,\pi/2] \tag{1.83}$$

另一方面，由

$$\begin{aligned}t_{1r}&=\sin\xi_1\cosh\eta_1\\&=[\sin\beta_1(1-\lambda'^2\sin^2\gamma_1)]/[\cos^2\gamma_1+\lambda^2\sin^2\beta\sin^2\gamma_1]\end{aligned} \tag{1.84}$$

$$\begin{aligned}t_{1i}&=\cos\xi_1\sinh\eta_1\\&=[\cos\beta_1\sin\gamma_1\cos\gamma_1(1-\lambda^2\sin\beta)^{\frac{1}{2}}]/[\cos^2\gamma_1+\lambda^2\sin^2\beta_1\sin^2\gamma_1]\end{aligned} \tag{1.85}$$

可知

$$\beta_1=|\beta_1|\,\mathrm{sgn}\,\xi_1=|\beta_1|\,\mathrm{sgn}\,t_{1r} \tag{1.86}$$

$$\gamma_1=|\gamma_1|\,\mathrm{sgn}\,\xi_1=|\gamma_1|\,\mathrm{sgn}\,t_{1i} \tag{1.87}$$

这样 β_1,γ_1 可由$\xi_1+j\eta_1$ 完全确定，而 $\varphi_1=\xi_1+j\eta_1$ 可由

$$\begin{aligned}\varphi_1&=\xi_1+j\eta_1=\arcsin(t_{1r}+jt_{1i})\\&=\begin{cases}\arcsin t_{1r}+j0, & t_{1i}=0\text{ 且 }|t_{1r}|\leqslant 1\\ \pi/2\,\mathrm{sgn}\,t_{1r}+j\,\mathrm{sgn}\,t_{1r}\ln(|t_{1r}|+\sqrt{|t_{1r}|^2-1}), & t_{1i}=0\text{ 且 }|t_{1r}|>1\\ \arcsin t_{1r}/\delta+j\,\mathrm{sgn}\,t_{1i}\ln(\delta+\sqrt{\delta^2-1}), & t_{1i}\neq 0\end{cases}\end{aligned} \tag{1.88}$$

$$\delta=\frac{1}{2}\left[\sqrt{(t_{1r}+1)^2+t_{1i}^2}+\sqrt{(t_{1r}-1)^2+t_{1i}^2}\right] \tag{1.89}$$

正确算出[51]。至此，对于介质分界面上的任意一点，可由本节给出的显式变换关系式直接求出它在 W 平面上的位置。这一数字关系式将在数学物理和工程技术的若干问题中找到它的应用。

1.5.4 保角变换结合对偶变分原理方法及应用

林为干首先提出保角变换结合变分原理准确估计电容上下限的方法,用这一方法,已得到了由圆及正 N 边形组成的同轴线的特性阻抗的准确值[19]。在他的著作中[29],林为干又用尝试电位函数的方法建立了计算电容上下限的对偶变分原理,直到最近才有人重新导出了这一原理[52]并将其用于估计均匀传输线电容上下限,取得了令人满意的结果。本节提出保角变换结合对偶变分原理的方法分析非均匀介质填充传输线的方法。

对于微波集成电路上常用的非均匀介质填充传输线,可以用保角变换的方法将它变成如图 1.14 所示的平行电容器[53],设上板电位为 1,下板电位为 0,内部充有 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_N$ 等 N 种介质,ε_i 与 ε_{i+1} 的分界面曲线为 $f_i(u)$,为方便计,记 $V=0$ 为 $f_0(u)$,$V=V_0$ 为 $f_N(u)$。

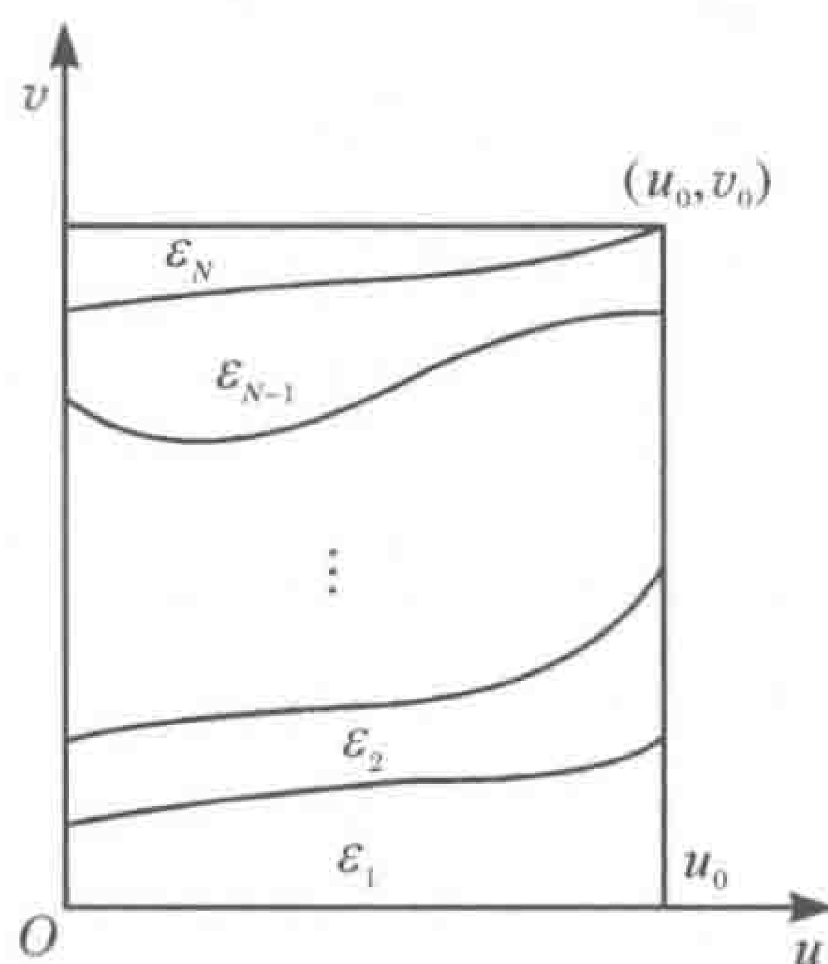


图 1.14 非均匀介质填充平板电容器

取下列电容上下限的变分表达式来估计图 1.14 所示平板电容器的电容[23]。

$$C^-=(\varepsilon E')^2/<\varepsilon E',\quad E'\geqslant\left(\int\varepsilon E'\cdot n\mathrm{d}l\right)^2\Big/\iint E'\cdot E'\mathrm{d}u\mathrm{d}v \tag{1.90}$$

$$C^+\leqslant\varepsilon\,\nabla\phi',\quad \nabla\phi'\geqslant\iint\varepsilon\,\nabla\phi'\cdot\nabla\phi'\mathrm{d}u\mathrm{d}v \tag{1.91}$$

式中,C^- 代表电容下限,C^+ 代表电容上限。当用式(1.58)作计算时,E 必须满足的条件为[29,52]

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0 \tag{1.92}$$

当我们用式(1.59)作计算时,ϕ' 必须满足第一类边界条件(强迫边界条件),即在 $V=0$ 处,$\phi'=0$;在 $V=V_0$ 处,$\phi'=1$;在 $V=f_i(u)$,ϕ' 连续。

对于图 1.14 所示的结构,设尝试电场为

$$\boldsymbol{E}=\begin{cases}\boldsymbol{E}_1=D/\varepsilon_1\hat{\boldsymbol{V}}, & 0\leqslant V\leqslant f_1(u)\\ \boldsymbol{E}_i=D/\varepsilon_i\hat{\boldsymbol{V}}, & f_{i-1}(u)\leqslant V\leqslant f_i(u),\quad u\in[0,u_0]\\ \boldsymbol{E}_N=D/\varepsilon_N\hat{\boldsymbol{V}}, & f_{N-1}(u)\leqslant V\leqslant V_0\end{cases}$$

即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_i=D/\varepsilon_i\hat{\boldsymbol{V}},\quad f_{i-1}(u)\leqslant V\leqslant f_i(u),\quad i=1,2,\cdots,N_0,\quad u\in[0,u_0] \tag{1.93}$$

式中，$\hat{V}$ 为 V 方向的单位矢量。

$$D=1/\sum_{i=1}^{N}[f_i(u)-f_{i-1}(u)]/\varepsilon_i \tag{1.94}$$

将式(1.60)、式(1.61)代入式(1.58)得

$$\varepsilon E'=(\int_0^{u_0}D\mathrm{d}u)^2 \tag{1.95}$$

$$\begin{aligned}\langle\varepsilon E',E'\rangle&=\int_0^{u_0}\sum_{i=1}^{N}\int_{f_{i-1}(u)}^{f_i(u)}D^2/\varepsilon_i\mathrm{d}u\mathrm{d}v\\&=\int_0^{u_0}D^2\sum[f_i(u)-f_{i-1}(u)]/\varepsilon_i\mathrm{d}u=\int_0^{u_0}D\mathrm{d}u\end{aligned} \tag{1.96}$$

因此得到

$$C^-/\varepsilon_0=\int_0^{u_0}D\mathrm{d}u \tag{1.97}$$

这正是文献[53]的增量电容法公式。

又尝试电位分布为

$$\phi'_i=A'+D/\varepsilon_iV,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{1.98}$$

$$A_1=0,\quad A_{i+1}=(1/\varepsilon_i-1/\varepsilon_{i+1})f_i(u)D+A'_i \tag{1.99}$$

$$A'_i=\sum_{j=1}^{i-1}(1/\varepsilon_j-1/\varepsilon_{j+1})f_j(u)D \tag{1.100}$$

代入变分表达式(1.91)得

$$\begin{aligned}C^+/\varepsilon_0&=\int_0^{u_0}\int_0^{v_0}D^2/\varepsilon_i\mathrm{d}u\mathrm{d}v+\int_0^{u_0}\int_0^{v_0}\varepsilon[\mathrm{d}A_i/\mathrm{d}u+\mathrm{d}D/\mathrm{d}uV/\varepsilon_i]\mathrm{d}u\mathrm{d}v\\&=C^-+\sum_{i=1}^{N}\int_0^{u_0}\int_{f_{i-1}(u)}^{f_i(u)}\varepsilon_i\,[\mathrm{d}A_i/\mathrm{d}u+\mathrm{d}D/\mathrm{d}uV/\varepsilon_i]^2\mathrm{d}u\mathrm{d}v\\&=C^-+\sum_{i=1}^{N}\{\int_0^{u_0}\varepsilon_i[f_i(u)-f_{i-1}(u)]\,(\mathrm{d}A_i/\mathrm{d}u)^2\mathrm{d}u\\&\quad+\int_0^{u_0}[f_i^2(u)-f_{i-1}^2(u)]\mathrm{d}A_i/\mathrm{d}u\cdot\mathrm{d}D/\mathrm{d}u\mathrm{d}u\\&\quad+\int_0^{u_0}1/3\varepsilon_i[f_i^3(u)-f_{i-1}^3(u)]\,(\mathrm{d}D/\mathrm{d}u)^2\mathrm{d}u\}\end{aligned} \tag{1.101}$$

对于本节的两层结构，只需要令以上普遍公式中 $N=2$ 即可。本节采用的尝试电场的正确性已由文献[48]的数值结果证实，而尝试电位函数对应的电场在 V 方向的分量，实际上就是用增量电容法计算电容时的电场，为了满足分界面上电位连续的强迫边界条件，加上了 u 方向的分量，因为这样的尝试函数是有道理的，并且在均匀填充的情况，已由文献[23]证实了它的正确性。求得了 $f_i(u)(i=1,2,\cdots,N)$，则可以用插值的方法求出 $\mathrm{d}f(u)/\mathrm{d}u$，根据所考虑问题的物理意义，式(1.97)、式(1.101)中的被积函数都有良好的性态，因而用数值积分法可以算出精确的电容上下限。

本节给出的算式尤其便于考虑薄带厚度的影响，这只需要将 $f_0(u)$或 $f_N(u)$或两者同时代以近似为直线的曲线方程。由于这时尝试电场和电位都较好地逼近了真实场，因而可由本节给出的算式得出薄带线的阻抗标准，而过去则一直缺乏有效的方法[43]。

本章对实用上常用的,近年来学术界感兴趣的大多数传输线问题展开了讨论,巧妙地利用 möbius 变换理论、区域变分原理、级数反演等数学工具进行了深入细致的讨论,显示了保角变换这一古老数学方法的新的生命力。本章的另一个显著特点是:简单。不需要解方程,不需要矩阵反演,所有公式都具有表达式简单的明显优点,这是对问题的关键深入地、实质地理解的结果,也是使各种数学方法深入浅出的结果。

硕士论文在《中国科学》发表,对我学术生涯的鼓舞很大。这章参考文献中很多文章可能这辈子也不一定有时间整理发表了,但保角变换是我年轻时投入了大量精力弄懂的数学问题,写下来很有历史意义。林为干院士一辈子做出很多好的工作,我的同学万长华、祝宁华也经常向我请教有关问题,对我的博士论文而言,这是一个不错的承上启下的题目。林院士给了我最大的自由,很早就认为我可毕业。林院士似乎 1988 年就认为我可答辩,但拖到 1990 年才答辩。我们那时候能够在学校读书是很幸福的。我的同学和师弟程大军也多读了一年博士,林院士问我,程大军可不可以毕业,我说现在答辩可以,再读一年也行,林先生说那就再读一年。很快活地和我一起写了四篇英文杂志论文,多学了不少东西,日后当然是大有用处了。

参考文献

[1] Guston M A R. Microwave Transmission Line Impedance Data. London:VNR,1972.
[2] 林为干,增令儒. 物理学报,1981,30(1):1～12.
[3] 曾令儒. 物理学报,1982,31(6):709.
[4] 庞小峰,王慧. 科学通报,1987,(4):263.
[5] 林为干. 全国微波会议论文集,1985:5.
[6] 潘生根. 中国科学 A 辑,1986,(9):998.
[7] Pan S G. IEEE Transactions on MTT,1988,36(5):917～921.
[8] 任伟,万长华. 中国科学 A 辑,1987,(5):536.
[9] Epele,et al. Proceedings of IEEE,1984,72(2):223～224.
[10] Lin W,Wan C. Micvowave and Optical Techniques Letters,1988,1(5).
[11] Riblet H J. IEEE Transactions on MTT,1987,34,(11).
[12] Prazen P. Jounal of Applied Physics,1947,18:774～776.
[13] Epele,et al. International Journal of Electron,1984,56(1):111～120.
[14] Gradshteyn I S. Table of Integrals:Sevies and Products. New York:Academic Press,1980.
[15] 龚昇. 比贝尔巴赫猜想. 北京:科学出版社,1989:145～151.
[16] 任伟,林为干. 关于 möbius 变换的应用. 数学物理学报(待发表).
[17] 任伟,林为干. 关于区域变分原理的一点注记.
[18] 任伟,林为干. 复杂截面传输线的分析. 电子科学学刊,1990,(1).
[19] Perlow S M. IEEE Transactions on MTT,1987,35(5):522～529.
[20] Wheeler H A. Proceedings of IRE,1942,30:412～424.
[21] Stracca G B,et al. IEEE Transactions on MTT,1986,34(3):359～362.
[22] Rosloniec S. Ibid,IEEE Transactions on MIT,1989,(1):258～261.
[23] 曾令儒. 科学通报,1982,(23):1420.
[24] 林为干,钟祥礼. 物理学报,1963,(4),19:249.

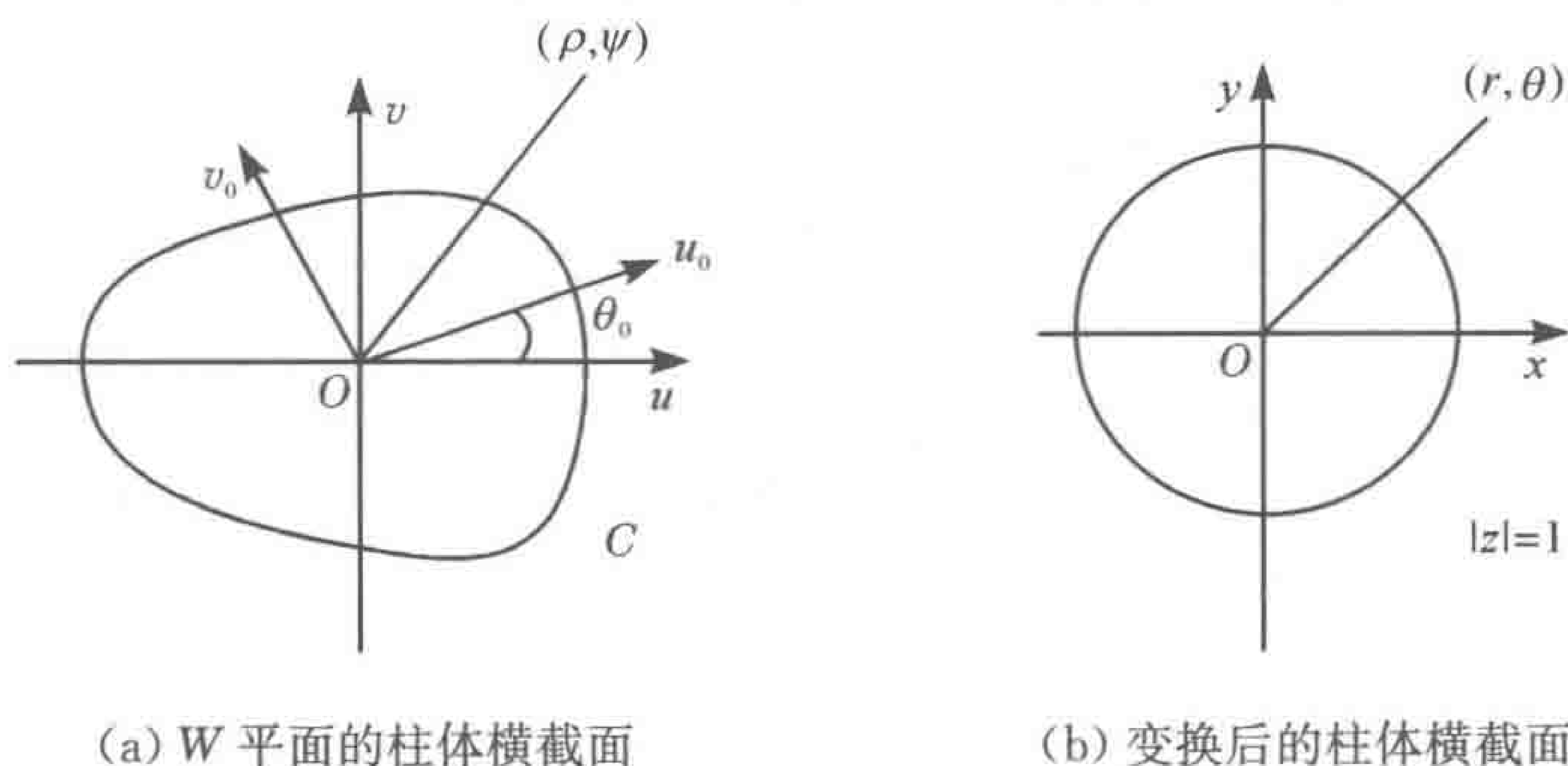
[25] Cristal E. IEEE Transactions on MTT, 1964, 12(4): 428～439.
[26] Agarwal A, et al. Electron Letters, 1989, 25(1): 66～67.
[27] 林为干. 微波网络. 北京: 国防工业出版社, 1978.
[28] 林为干. 电磁场工程. 北京: 人民邮电出版社, 1982: 91～121.
[29] 林为干. 微波理论与技术. 北京: 科学出版社, 1979.
[30] Abramegitz M, Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions. 5th ed. New York: Dover, 1968.
[31] Zheng L R. Scientia Sinica, Series A. 1982, XXM(10): 1099～1113.
[32] Tippet J C, et al. IEEE Transactions on MTT, 1976, 24: 602～604.
[33] 任伟, 林为干. 平行板间的耦合棒.
[34] 任伟, 林为干. 矩形内的耦合棒.
[35] Rao K V S, et al. IEEE Transactions on MTT, 1989, 37(8): 1260～1263.
[36] 任伟, 林为干. 外圆内矩同轴线的解.
[37] 任伟, 林为干. 外椭圆内圆同轴线的解.
[38] 任伟, 林为干. 外圆内椭圆同轴线的解.
[39] Das B N, et al. IEEE Transactions on EMC, 1985, 27(1): 1～6.
[40] Crawford M L. Ibid, EMC, 1974, 16(2): 189～195.
[41] Hill D A. IEEE Transactions on MTT, 1982, 30(11): 1847～1854.
[42] Tippet J C, et al. IEEE Transactions on EMC, 1976, 18(4): 134～140.
[43] Weil C M. Ibid, MTT, 1978, 26(4): 238～242.
[44] Wilson P F, et al. IEEE Transactions on EMC, 1985, 27(3): 137～142.
[45] Ibid, EMC, 1984, 26(4): 154～161.
[46] Ibid, EMC, 1986, 26(3): 125～130.
[47] Tankn Y, et al. Ibid, EMC, 1986, 28(4): 179～184.
[48] Izatt J B. Proceedings of IEEE, 1964, 111: 1551～1555.
[49] Jinken J H. IEEE Transactions on MTT, 1980, 28(7): 711～714.
[50] Das B N, et al. Ibid, MTT, 1984, 32(11): 1427～1433.
[51] 熊规景. 数学物理学报, 1986, 6(3): 347～357.
[52] Tsiboukis T D. Proceedings of IEEE, 1985, 132(3): 171～175.
[53] Rao K V S, et al. Ibid, MTT, 1987, 35(2): 169～174.

第二章　导电柱体的低频散射

2.1　关于早期工作的注记

2.1.1　引言

任意方向的入射波都可分解为 E 平行于柱体的轴线及 H 平行于柱体的轴线的两种极化波的叠加，前者称为 E 波，后者称为 H 波。对于任意一种极化波又可分解为 E(或 H)平行于 u 轴及平行于 v 轴的两种传输情况来讨论，如图 2.1 所示。



(a) W 平面的柱体横截面　　(b) 变换后的柱体横截面

图 2.1　W 平面的柱体横截面和变换后的柱体横截面

导电柱体的低频散射是工程界和数学界共同关心的问题[1~5]，其中，怎样利用偶极子计算 E 波散射波形和散射截面是低频散射中的典型难题[1,3,4]，本章用比较简便的方法解决了这一问题。

林为干和潘威炎用保角变换法对矩形和正 N 边形导体柱进行了分析，得到了电磁偶极矩的闭式表达式和矩形截面的电偶极矩和磁偶极矩之间的关系，但他们没有指出导致这种关系的原因，也没有更进一步探讨保角变换函数的系数与电磁偶极矩之间的关系。我们通过对矩形导体柱电磁偶极矩的重新研究发现了其中的规律性，并将这一结果推广于任意横截面导体柱。这一理论与数值保角变换法相结合产生了分析和计算导电柱体低频散射的新方法，可供参考。

2.1.2　理论

1. 引论

本段所用符号的意义与文献[1]相同。

文献[1]证明了对于矩形导体柱，两种极化外加场下的电偶极矩与磁偶极矩之间有关系

$$p'/\varepsilon_0 = -m'/\mu_0, \quad m' = -42\mu_0 c^2\cos^2\theta = 2\pi\mu_0 A_1 \tag{2.1}$$

$$p'/\varepsilon_0 = -m'/\mu_0, \quad p' = 2\pi\varepsilon_0 cB'_1 = 4\pi\varepsilon_0 c^2\sin^2\theta_1 \tag{2.2}$$

文献[1]对上述等式没有作更多研究，下面用一种不同于文献[1]的方法来重新研究这一问题，根据复变函数论[6]，将矩形的外部变成单位圆的外部的变换函数，具有形式

$$w = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^{1-2k} = cz + a_1\frac{1}{z} + a_3\frac{1}{z^3} + \cdots$$

$$\mu(r,\theta) = cr\cos\theta + a_1/r\cos\theta + \cdots$$

$$v(r,\theta) = cr\sin\theta - a_1/r\sin\theta + \cdots$$

式中，μ, v 为 w 的实部和虚部，按照本书理论部分的方法，求得

$$B_1 = c + a_1, \quad B'_1 = c - a_1, \quad A_1 = -(c - a_1), \quad A'_1 = -(c + a_1)$$

这是与文献[1]所求得的 B_1 与 A'_1，A_1 与 B'_1 之间的关系完全符合的，并且，虽然没有求出 a_1，但由以上四式代入文献[1]的 A_1, B_1, B'_1, A'_1 都将求出相同的 a_1。因此，当用本节新方法研究矩形导体柱的问题时，只要求 B_1 的方法没问题，则求 A_1, A'_1, B'_1 的方法就没有问题了，因为文献[1]的 A_1, B_1, B'_1, A'_1 的求法都是正确的。以上研究表明：偶极矩的值仅与变换函数的 z 和 z^{-1} 的关系有关，而且电、磁偶极矩之间的关系正是通过这些系数联系起来的。

2. 电、磁偶极矩之间的普遍关系

如图 2.1 所示，将 Z 平面上的单位圆变换成 W 平面的闭曲线的保角变换具有形式

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} z^{1-n}(a_n + \mathrm{j}b_n) \tag{2.3}$$

当 W 平面上有 u 方向的外加均匀电场时，在变换后的 Z 平面上，外加场是不均匀的，由于拉普拉斯方程在保角变换下的形式不变，故在 Z 平面上可取 $\varphi = -u + \sum_{n=1}^{\infty}(B_n r^{-1}\cos n\theta)$，当 $r = 1$ 时，由边界条件给出

$$U(1,\theta) = \sum(B\cos n\theta + A\sin n\theta)$$

由此得

$$B_1 = a_0 + a_2, \quad A_1 = -b_0 + b_2$$

故在 xOy 平面上的上阶扰动项为

$$(a_0 + a_2)/r\cos\theta + (b_2 - b_0)/r\sin\theta$$

由式(2.3)可见，当 $w \to \infty$ 时

$$w = \rho e^{\mathrm{j}\psi} = \sqrt{a_0^2 + b_0^2}\, e^{\mathrm{j}(\theta+\theta_0)}$$

$$\theta_0 = \arctan(b_0/a_0) \tag{2.4}$$

因此一阶扰动项为

$$\sqrt{a_0^2+b_0^2}/\rho(a_0+a_2)\cos(\psi-\theta_0) + (b_2-b_0)/\rho\sqrt{a_0^2+b_0^2}\sin(\psi-\theta_0)$$

这两项分别相当于沿 u_0 及 v_0 方向(见图 2.1)的偶极矩为

$$\begin{cases} P_{u_0} = 2\pi\varepsilon_0(a_0+a_2)\sqrt{a_0^2+b_0^2} \\ P_{v_0} = 2\pi\varepsilon_0(b_2-b_0)\sqrt{a_0^2+b_0^2} \end{cases} \tag{2.5}$$

的偶极子的贡献,其中 ε_0 为介质的介电常数。

同理可得,当入射电场为 v 方向时

$$\begin{cases} P'_{u_0} = 2\pi\varepsilon_0\sqrt{a_0^2+b_0^2}(b_0+b_2) \\ P'_{v_0} = 2\pi\varepsilon_0\sqrt{a_0^2+b_0^2}(a_0-a_2) \end{cases} \tag{2.6}$$

当在 W 平面上的外加均匀磁场为 u 方向时,在 Z 平面上的外加场是不均匀的,由于拉普拉斯方程在保角变换时形式不变,故 Z 平面上的磁位函数为

$$\psi = -u + \sum_{n=1}^{\infty}[A_n r^n \cos n\theta + (B_n/r^n)\sin n\theta]$$

由 $r=1$ 处的边界条件给出

$$A_1 = -(2/\pi)\int_0^{\pi}\frac{\partial u}{\partial r}\cos\theta \mathrm{d}\theta = a_2 - a_0$$

$$B_1 = (2/\pi)\int_0^{\pi}\frac{\partial u}{\partial r}\sin\theta \mathrm{d}\theta = b_0 + b_2$$

由此可得磁偶极矩为

$$\begin{cases} m_{u_0} = 2\pi\mu_0\sqrt{a_0^2+b_0^2}(a_2-a_0) \\ m_{v_0} = 2\pi\mu_0\sqrt{a_0^2+b_0^2}(b_0+b_2) \end{cases} \tag{2.7}$$

式中,μ_0 为介质的磁导率。同理可得

$$\begin{cases} m'_{u_0} = 2\pi\mu_0\sqrt{a_0^2+b_0^2}(b_2-b_0) \\ m'_{v_0} = 2\pi\mu_0\sqrt{a_0^2+b_0^2}(a_2+a_0) \end{cases} \tag{2.8}$$

这里,需要对本节所用符号做一些说明,下标 u_0,v_0 代表偶极子的方向,不带撇的量表示外加场为 u 方向,带撇的量表示外加场为 v 方向。从式(2.5)~(2.8),得到普遍关系

$$\begin{cases} p_{u_0}/\varepsilon_0 = -m'_{v_0}/\mu_0 \\ p_{v_0}/\varepsilon_0 = m_{u_0}/\mu_0 \\ p'_{u_0}/\varepsilon_0 = m_{v_0}/\mu_0 \\ p'_{v_0}/\varepsilon_0 = -m_{u_0}/\mu_0 \end{cases} \tag{2.9}$$

$$\begin{bmatrix} p_u \\ p_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{u_0} \\ p_{v_0} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

当柱体横切面有一个以上的对称轴时,可使 $\theta_0=\theta$。分别称

$$\mathbf{\Pi}_p = \begin{bmatrix} p_u/\varepsilon_0 & p'_{u_0}/\varepsilon_0 \\ p_{v_0}/\varepsilon_0 & p'_{v_0}/\varepsilon_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_m = \begin{bmatrix} m_u/\mu_0 & m'_u/\mu_0 \\ m_v/\mu_0 & m'_v/\mu_0 \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

为归一化极化电张量、磁张量。

3. 新方法的正确性论证

无论在文献[1]中,还是在本书中,都涉及保角变换函数及其一阶导数在边界上取值的问题,文献[1]对此没有讨论,而实际上假设了柯西黎曼方程在边界上成立,这对于 W 平面上的边界曲线分段解析的情况是对的(文献[1]讨论的多边形满足这一条件)。本书中则假设了单叶保角变换函数及其一阶径向导数的值等于令 $r=1$ 时的值,对于 H 波问

题，根据边界对称原理，在数学上是正确的。对于 E 波问题，根据解析函数的魏尔斯特拉斯定理及文献[7]关于单位圆内解析函数的边界导数值的证明（用到这里来只需小的改动）可知本书逐项求导的运算仅在一测度为零的边界点集上不成立，但这不影响求傅里叶系级数都截断成有限和，这样诸如求导之类的运算的正确性就更加不言而喻了。

作为新方法正确性的具体论证，以椭圆导体柱的电、磁偶极矩的值作进一步的验证（因为椭圆导体柱的电、磁偶极矩为已知，且是用解析方法求得的）。变换

$$w=c/2(z+1/z),\quad c=\sqrt{a^2-b^2}$$

将 W 平面的椭圆（半长轴为 a，半短轴为 b，半焦距为 c）的外部变成 Z 平面的半径为 $r_0=(a+b)/c$ 的圆

$$U(r,\theta)=c/2(r\cos\theta+1/r\cos\theta)$$

$$V(r,\theta)=c/2(r\sin\theta+1/r\sin\theta)$$

按照本书理论部分的方法求得

$$\begin{cases}B_1=c/2(r_0+1/r_0)\times r_0\\B_1'=c/2(r_0-1/r_0)\times r_0\\A_1=-r_0^2c/2(r_0-1/r_0)\\A_1'=-r_0^2c/2(r_0+1/r_0)\end{cases}\tag{2.12}$$

$$\begin{cases}p=2\pi\varepsilon_0\times c/2B_1=\pi\varepsilon_0a(a+b)\\p'=2\pi\varepsilon_0\times(c/2)B_1'=\pi\varepsilon_0b(a+b)\\m=2\pi u_0(c/2)A_1=-\pi u_0b(a+b)\\m'=-\pi u_0a(a+b)\end{cases}\tag{2.13}$$

以上结果与文献[3]的结果完全相同，而且式(2.1)仍然成立，这里，p,p' 及 m,m' 的值分别是由文献[3]一般表达式中分别令 $k=\infty$ 和 $k=0$ 得到的，其正确性在文献[6]有论述。

4. 新方法的应用

用上面介绍的新方法来简化正 N 边形导体柱的电、磁偶极矩的计算，由文献[8]知，变换

$$w=C(N)az\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}a_{nN}(1/z^{1-nN})\right]\tag{2.14}$$

$$C(N)=N\Gamma^2(1+1/N)/\pi\Gamma(1+2/N)\sin(\pi/N)$$

$$a_{nN}=(-1)2(2-N)\cdots[2-(n-1)N]/n!N(1-Nn)$$

将 W 平面的正 N 边形的外部变到 Z 平面单位圆的外部。

$$\mu(r,\theta)=C(N)\cos\theta\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}a_{nN}(1/r^{1-nN})\cos(1-Nn)\theta\right]$$

按照理论部分的方法，可得

$$P=2\pi\varepsilon_0\,[C(N)]^2a^2\tag{2.15}$$

$$m=-2\pi\mu_0\,[C(N)]^2a^2\tag{2.16}$$

$$P/(\varepsilon_0a)=-m/(\mu_0a)=2\pi[C(N)]\tag{2.17}$$

式中，P 为外加电（磁）场为正 N 边形顶角的平分线方向时的电（磁）偶极矩。以上公式，当 $N=4$ 时，与文献[1]完全相同（这时文献[1]的结果是根据椭圆函数严格计算得到的），

当 $N=3$ 时的 m 和 $N=5$ 时的 P 和 m 都和本节有一定的误差(差别不大),我们认为,误差来自文献[1]对积分的近似处理。

以上是用解析方法求级数形式的保角变换函数,当 W 平面上的导体为任意形状时,可以利用文献[6]、[8]、[9]介绍的数值方法求出级数形式的保角变换函数的系数,从而由理论部分的方法求出其电、磁偶极矩,并用下一节的公式计算散射波形和散射截面。对于正 N 边形的情况,把用解析方法和数值方法计算的保角变换函数的首项系数列于表 2.1,由于文献[6]、[8]所选坐标系不同,因而

$$a_0=C(N)/\cos(\pi/N) \tag{2.18}$$

表 2.1　a_0 的值

N	3	4	5	6
a_0(文献[7])	1.461 04	1.180 26	1.098 65	1.062 74
a_0(本节)	1.461 00	1.180 34	1.098 68	1.062 88

从表 2.1 看出,对于接近于圆的曲线,文献[6]的方法是准确的,该方法对初值比较敏感,但是,由于数学家们对数值保角变换已有充分的研究,只是多数方法都是求边界上 θ 与 ϕ 的关系,这一关系求出之后就可以求出很好的初值。所以数值方法是普遍实用的。由于利用了快速傅里叶变换,因而计算速度快。尽管这一方法也要解积分方程,但由于这一积分方程比原始问题积分方程研究得多,也有可取之处。

5. *E* 波散射截面

文献[1]是从磁场的横向分量出发进行研究,而横向磁场分量由电场的纵向分量求导得出,求导过程必然漏掉一常数,这就是文献[1]中 E 波散射截面出现差错的原因(H 波散射截面的计算有同样差错,出错的原因也相同)。另一方面,根据文献[10]和[1]方法求的 E_z,当 $k\to 0$ 时应有 $E\to 0$,但是在 E 波的低频散射中 $E_z\neq 0$。事实上

$$E_z^i=E_0^i\mathrm{e}^{-\mathrm{j}ku}\approx E_0^i(1-\mathrm{j}ku)$$

因此文献[1]的方法实际上只求出了由 $E_0^i(-\mathrm{j}ku)$一项激励出的散射场 $E_{zs}^{(1)}$,而由 $E_{zs}^{(0)}$一项激励出的散射场则被漏掉了,但文献[1]、[10]的方法对于求出 $E_{zs}^{(1)}$ 是完全正确的,因为它适合文献[11]给出的条件,文献[1]出错的原因是所求的场不适合 $E_z\xrightarrow{k\to 0}0$ 的条件(已如前述)。而 $E_{zs}^{(0)}$ 即对入射场仅取一项所产生的散射场,可由 Bladel 的方法求出。限于篇幅,这些细节就不给出了,最后得到散射波形为

$$E_{zs}=E_{zs}^{(0)}+E_{zs}^{(1)}=-\mathrm{j}\sqrt{(2\mathrm{j})/(\pi k)}E_0^i\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\rho}/\sqrt{\rho}[\pi/(2\ln kL)+\hat{\boldsymbol{\rho}}\cdot(\hat{\boldsymbol{z}}\times\boldsymbol{\Pi}_{\mathrm{m}}\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_m)] \tag{2.19}$$

式中,L 为导体柱横截面的周长;外加场为 $E_z^i=E_0^i\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\hat{u}}$;$\hat{\boldsymbol{\rho}},\hat{\boldsymbol{u}}_m$ 分别为圆柱坐标系径向的单位矢量和入射波传播方向的单位矢量;$\hat{\boldsymbol{u}}_m=\hat{\boldsymbol{z}}\times\hat{\boldsymbol{u}}$,而 $\boldsymbol{\Pi}_p$ 由式(2.19)定义,散射截面为

$$\sigma=k^3/8[2/(k\ln kL)+|\hat{\boldsymbol{u}}_m\cdot\boldsymbol{\Pi}_m|] \tag{2.20}$$

值得指出,按照本章方法,同样可得 H 波的散射波形和散射截面为

$$H_z^s=\mathrm{j}k^2/4\sqrt{(2\mathrm{j})/(\pi k)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\rho}/\sqrt{\rho}[S+\hat{\boldsymbol{\rho}}\cdot(\hat{\boldsymbol{z}}\times\boldsymbol{\Pi}_p\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_p)] \tag{2.21}$$

$$\delta=(k^3/8)[2S^2+|\mathbf{\Pi}_p\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_p|]$$

$$\hat{\boldsymbol{u}}_\rho=\hat{\boldsymbol{z}}\times\hat{\boldsymbol{u}}_i$$

式中，S 为导体柱的横截面积，这与 Bladel 的结果完全相同，因而说明我们提出的两项分别求解的方法是正确的。

2.2　导电柱体的低频散射

2.1 节通过对林为干、潘威炎和 Bladel 等的工作进行分析，得出了一些深刻的结论，本节将彻底完善提出的入射场展开法。

Colton 利用积分方程的算子谱理论，导出了二维 E 波的低频渐进解，他的解与 2.1 节的两项展开，分别求解策略有什么联系呢？这里有必要简要地叙述一下 Colton 的工作，他证明了在低频情况下有

$$\partial E_z/\partial v=(1/\ln k)\partial E_0/\partial v+\theta[1/(\ln k)^2] \tag{2.22}$$

这里的 $E_0(r,\theta)$ 是如下拉普拉斯方程外问题的解：

$$E_z(r,\theta)=\ln(1/r)+E_0(r,\theta)$$

$$\Delta E_0=0$$

$E_0=0$ 在边界上

$$\lim_{r\to\infty}E_0^s \text{ 有界} \tag{2.23}$$

又根据 Bladel 的理论有

$$1/(2\pi)\int_C J_{sz}\ln 1/(k\mid r-r'\mid)\mathrm{d}C'=-\mathrm{j}(1/w\mu_0) \tag{2.24}$$

$$J_{sz}=(1/Jw\mu_0)(\partial E_z/\partial n) \tag{2.25}$$

将式(2.25)代入式(2.24)得

$$1/(2\pi)\int_C(\partial E_z/\partial n)\ln(1/k)\mathrm{d}C'+1/(2\pi)\int_C(\partial E_z/\partial n)\ln(1/\mid r-r'\mid)\mathrm{d}C'=1 \tag{2.26}$$

又根据文献[12]，带电荷为 q 的复电位函数与文献[13]中的差一个负号，因此当柱体带电荷

$$q=\int_C\varepsilon_0(\partial E_z/\partial n)\mathrm{d}c=2\pi\varepsilon_0/\ln k \tag{2.27}$$

式(2.26)变成柱体上电荷密度的积分方程

$$1/(2\pi)\int(\partial E_z/\partial n)\ln(1/\mid r-r'\mid)\mathrm{d}C'=0 \tag{2.28}$$

这时导体上的电位为零，因此首先发现 Colton 的低频渐进解实际上满足 Bladel 零级近似的积分方程，换句话说，Bladel 导出的积分式(2.24)存在解析解，当用变换

$$w=f(z)=az+b+(c/z)+(d/z)+\cdots,\quad a>0 \tag{2.29}$$

实现了 W 平面上曲线 C 的外部保角变换到单位圆的外部时（注意 W，Z 的含义与 Colton 的相反）

$$E_0(\rho,\psi)=-\ln|z| \tag{2.30}$$

在均匀静电场入射时的解为

$$\phi=[z-(1/z)]a \tag{2.31}$$

在均匀静磁场入射时的解为

$$\psi=[z+(1/z)]a \tag{2.32}$$

值得指出,文献[1]和 2.1 节的方法并不是严格的,也接就是说,那种将入射场看成非均匀的(在变换后的平面),求出散射场,再利用无穷远点两平面的变换关系反求原始平面上的散射场的方法是错误的,而必须代以任意一点的反变换关系,实际上,根据上节的推导,将外加均匀场看成非均匀场也是对的,只是入射场和散射场由于边界关系的作用,相互抵挡了,只剩下式(2.31)、式(2.32)中的两项,好在根据第一章的求反变换的理论,对于求偶极子项,2.1 节的方法也是对的。因此,由 2.1 节的方法得出的结论也是对的。

利用在第一章给出的级数反演方法,可以得到散射场在 W 平面上的显示表达式,并利用比拟的方法[11,13],可以写出波方程的解,与 2.1 节建立的求一阶入射场的散射场方法结合使用,就彻底地解决了二维 E 波低频散射的理论分析,该工作对 Bladel、林为干、潘威炎、Colton 的论文均有改进。

关于本章理论在逆散射理论上的应用,读者不难从本章和文献[13]得出,详见作者另一篇专论[14]。

2.3 椭圆导体柱的低频散射

关于椭圆导体柱的低频散射,解析方面的工作见于文献[15]所载 Barakat 的公式,Wall 指出[16],该公式有较大的误差,但他的计算完全基于数值计算,并没有针对低频散射的特点进行简化计算。

马丢函数计算,一个费时的工作就是求特征值,我们发现当文献[15]和[16]中的 $c\leqslant 2$ 时,对应于文献[17]中的 q 小于 1 的情况,这时任意特征值有准确幂级数表达式(详见第三章),利用这一点和文献[18]算系数的办法,可以准确地进行有关计算,目前,贝塞尔函数的值已比较好算。不必像文献[15]那样作近似。

关于椭圆导体低频散射的问题,郭晓杰[19]曾对林为干和作者先后用不同的方法得到的偶极矩公式进行了否认,然而,由文献[20]的严格马丢函数理论,证实了作者的新方法的正确性,而否定了郭晓杰在这个问题上的结论。另外,她关于二维 E 波低频散射的工作也是不成立的,因为 $k\to 0$ 时,散射场 $E_z^s\to\infty$,因而不能用关于 k 的幂级数展开讨论。

2.4 高斯束对导体椭圆柱的散射

2.4.1 引言

近年来,高斯束对物体的散射特性研究以及高斯束本身的研究,是电磁场理论上的热点课题,从研究方法上有三种不同的方法:复点源法[21]能利用实点源的已有成果,方便地求解球和圆柱体边界的边值问题;平面波谱展开[22]也能解决这些问题,只是严格性方面没有复点源法好[23];还有一种方法就是直接边界匹配,数值积分[24],本质上也是一种散

射叠加法。从研究对象看，目前仍局限于圆柱，球和分层介质，本节解决了椭圆柱边界的电磁问题的理论分析。

2.4.2　分析

为了简单起见，考虑如图 2.2 所示的几何结构，以说明解决问题的思路。

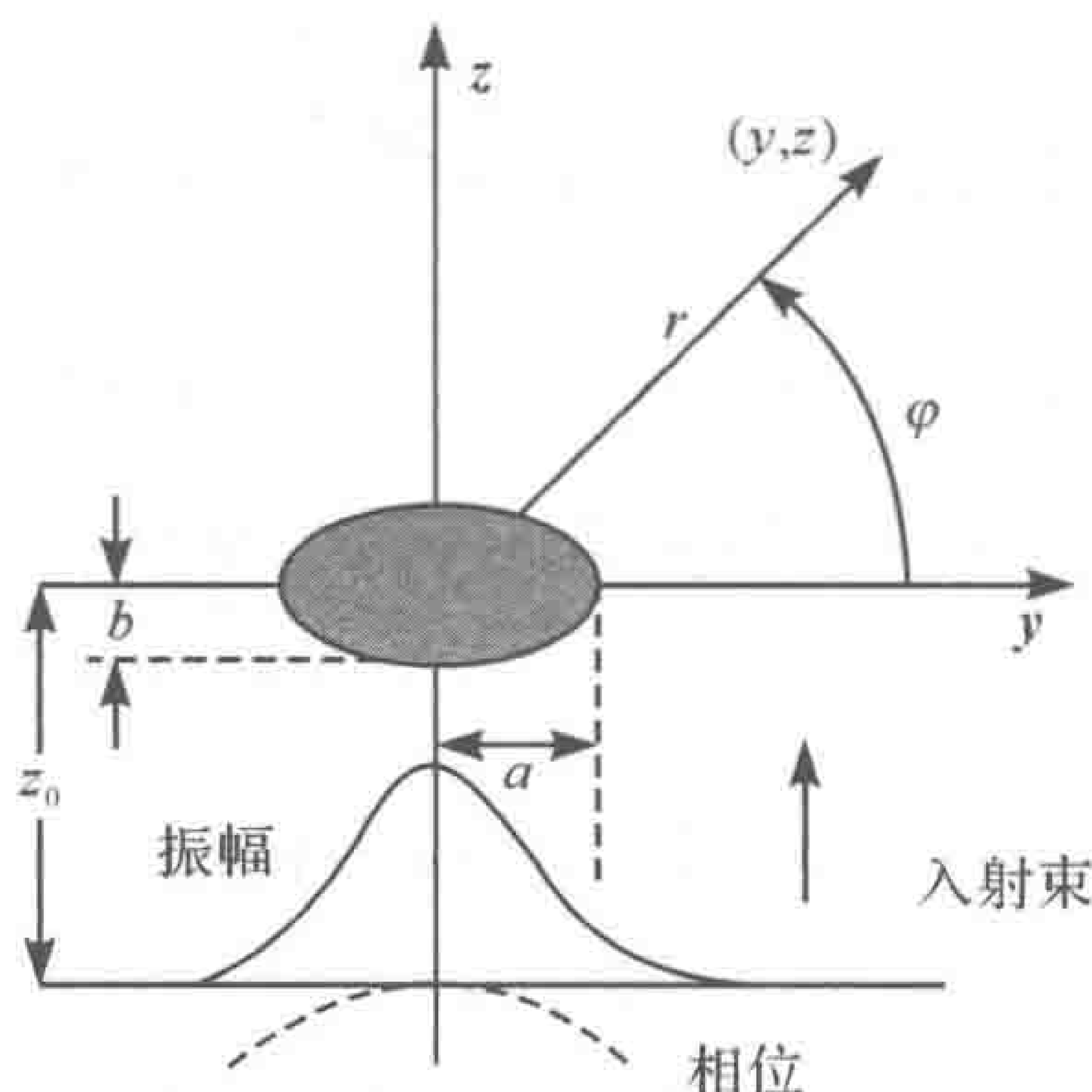


图 2.2　高斯束对椭圆导体柱的散射

对 H 波来说，这时入射束只有一个场分量 $E_x^i(y,z)$，且有

$$\frac{\partial^2 E_x^i}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x^i}{\partial z^2}+k_0^2 E_x^i=0 \tag{2.33}$$

式中，$k_0=\omega^2\mu_0\varepsilon_0$，$\omega,\mu_0,\varepsilon_0$ 分别是角频率、介电常数和磁导率。

为了求解方程(2.33)，采用反傅里叶积分[22]

$$E_x^i(y,z)=1/(2\pi)\int_{-\infty}^{+\infty}E_i(\alpha)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(z+z_0)\sqrt{k_0^2-\alpha^2}-\mathrm{j}\alpha y}\mathrm{d}\alpha \tag{2.34}$$

这里谱振幅由取束源的傅里叶变换得到

$$E_i(\alpha)=\int_{-\infty}^{+\infty}E_x^i(y,-z_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha y}\mathrm{d}y \tag{2.35}$$

如图 2.2 所示，考虑束源位于 $z=-z_0$ 处的情况，束源产生的远场可以表示为

$$E_x^i(y,-z_0)=E_0\mathrm{e}^{-\beta^2y^2} \tag{2.36}$$

式中，$\beta^2=a^2+\mathrm{j}b^2$ 而 $1/|\beta|$ 对应于束宽，将式(2.35)、式(2.36)代入式(2.34)得

$$E_x^i(y,z)=1/(2\sqrt{\pi}\beta)\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\alpha^2/4\beta^2-\mathrm{j}(z+z_0)\sqrt{k_0^2-\alpha^2}-\mathrm{j}\alpha y}\mathrm{d}\alpha \tag{2.37}$$

为了应用边界条件，将直角坐标(y,z)变换到椭圆坐标系

$$\begin{gathered}z\sqrt{k_0^2-\alpha^2}+y\alpha=k_0[z\cos\gamma(\alpha)+y\sin\gamma(\alpha)]\\ \gamma(\alpha)=\arcsin(\alpha/k_0)\end{gathered} \tag{2.38}$$

利用平面波的展开式[24]有

$$\begin{aligned}&\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0[z\cos z(\alpha)+y\sin z(\alpha)]}\\ &=(8\pi)^{\frac{1}{2}}\sum_{n=0}^{\infty}(-\mathrm{j})^n/N_n^e\mathrm{Je}_n(h,\mu)\mathrm{Se}_n(h,v)\mathrm{Se}_n(h,\gamma(\alpha))\\ &\quad+(8\pi)^{\frac{1}{2}}\sum_{n=0}^{\infty}(-\mathrm{j})^n/N_n^0\mathrm{Jo}_n(h,\mu)\mathrm{So}_n(h,v)\mathrm{So}_n(h,\gamma(\alpha))\end{aligned} \tag{2.39}$$

将式(2.39)代入(2.37)得

$$E_x^i/E_0=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-\mathrm{j})^n/N_n^e\mathrm{Je}_n(h,\mu)\mathrm{Se}_n(h,v)\overline{\mathrm{Se}}_n$$

$$+\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-\mathrm{j})^n/N_n^0\mathrm{Jo}_n(h,\mu)\mathrm{So}_n(h,v)\overline{\mathrm{So}}_n \tag{2.40}$$

式中

$$\overline{\mathrm{Se}}_n=1/(2\sqrt{\pi}\beta)\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\frac{a^2}{4\beta^2}-\mathrm{j}z_0\sqrt{k_0^2-a^2}}\mathrm{Se}_n(h,\gamma(a))\mathrm{d}a \tag{2.41}$$

$$\overline{\mathrm{So}}_n=1/(2\sqrt{\pi}\beta)\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\frac{a^2}{4\beta^2}-\mathrm{j}z_0\sqrt{k_0^2-a^2}}\mathrm{So}_n(h,\gamma(a))\mathrm{d}a \tag{2.42}$$

利用 $\mathrm{Se}_n(h,\gamma(a))$,$\mathrm{So}_n(h,\gamma(a))$的三角函数表达式,并注意到三角函数与指数函数的关系,如

$$\mathrm{Se}_{2n}(h,\gamma(a))=\sum_{n=0}^{\infty}B_{2n}\cos2n\gamma(a)$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}2n\gamma(a)}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2n\gamma(a)})B_{2n}$$

$$\overline{\mathrm{Se}}_n=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}B_{2n}(A_{2n}^h+A_{-2n}^h)$$

式中,A_n^h 的定义与文献[22]相同,并已给出值为

$$A_n^h\equiv A_{n1}^h=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0z_0}/\sqrt{1-\mathrm{j}z_0}\cdot\mathrm{e}^{-(n/k_0\cdot\beta)^2}/(1-\mathrm{j}z_0) \tag{2.43}$$

由于 $A_n^h\equiv A_{n1}^h$,所以在激励情况下没有奇对称性的项存在,从物理上看这是合理的。

现在假设入射的方向偏离椭圆的中心,用坐标变换

$$\begin{cases}z'=z+z\cos\theta_r+y\sin\theta_r\\ y'=z-z\cos\theta_r+y\sin\theta_r\end{cases} \tag{2.44}$$

式中,y',z'为入射束坐标系;y,z 为椭圆坐标系。

$$\begin{aligned}z'\cos\gamma(a)+y'\sin\gamma(a)&=z\cos\gamma(a)+y\sin\gamma(a)+z\cos\gamma(a)\cos\theta\\&\quad+y\cos\gamma(a)\sin\theta-z\sin\theta\sin\gamma(a)-\sin\gamma(a)\cos\theta\\&=z\cos\gamma(a)+y\sin\gamma(a)+z\cos[\gamma(a)-\theta_r]+y\sin[\theta_r-\gamma(a)]\end{aligned}$$

这时,利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\exp[-(ax^2+bx+c)]\mathrm{d}x=(\pi/2)^{\frac{1}{2}}\exp[b^2/(4a)-c] \tag{2.45}$$

并注意到

$$\begin{cases}\sin\gamma(a)=a/k_0\\ \cos\gamma(a)=\sqrt{k_0^2-a^2}/k_0\approx1/(1/2)(a^2/k_0^2)\end{cases} \tag{2.46}$$

这时 $\overline{\mathrm{Se}}_n$,$\overline{\mathrm{So}}_n$ 仍然解析可积。

本节关于导电椭圆柱对高斯束散射的公式,很具有理论和实用价值,因为这一结果可以推广运用于椭圆介质柱、涂层导体椭圆柱、多根椭圆柱以及椭圆和圆柱的组合结构。

本章是接着林为干和潘威炎老师的工作往下做,重点在体验一种研究的乐趣,同时也与潘威炎建立了良好的师生关系,包括师母沈阿姨,对我一直挺好,这么多年了,何云娇老

师和已故冯潮清老师多次向我提到潘老师，因为我们都是成都电讯工程学院（现电子科技大学）数学专业毕业。潘老师的为人令人敬重。学问要做好，首先要做好人。冯友兰教授说，哲学是使人成为人，科学是使人成为某种人。本书强调科技工作者在成为某种人的同时，首先也要成为人。良好的师传是中国的传统美德，中国人好的东西还是要坚持。现在有的学生对自己老师不感激，不谢恩，作者认为这是不对的。林为干老师和潘威炎老师都是我所敬重的，我从他们那里学习了做学问的方法和做人的道德。本书的一个主题就是尊师，是通过具体例子来显示的。

参考文献

[1] Lin W G，Pen W Y. Scientia Sinica，1964，XIV(9)：1381～1396.

[2] van Bladel. Electromagnetic Fields. New York：McGraw-Hill，1964.

[3] 林为干. IEEE Transactions on Microwave Theory Tech， 1980，28(11)：1190～1204.

[4] van Bladel. Mordevn Topics in Electromag Etics and Antennas. Pevegvinus，1977.

[5] Cofton D，et al. Proceedings of Royal Soc Edinburgh Sect，1980，86(A)：29～42.

[6] 林为干. 微波理论与技术. 北京：科学出版社，1979：357～359.

[7] 普瓦里诺夫. 解析函数的边值性质. 北京：科学出版社，1956：36～46.

[8] 任伟，万长华. 中国科学 A 辑，1987：526～536.

[9] 潘生根. 中国科学 A 辑，1986，(9)：1001～1008.

[10] 林为干. 物理学报，1959，15(9)：449～469.

[11] Trefthen L N. Special issue on numerical couformal mapping. Journal of Computational and Applied Mathematics，1986，14(1～2).

[12] 林为干. 微波理论和技术. 北京：科学出版社，1979：654.

[13] Colton D. IEEE Transactions on Antenna and Propogation，1983，29(3).

[14] 任伟，林为干. 导电柱体的低频散射与逆散射.

[15] Bowman J J，Senios T B A，Uslenghi P L E. Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes. Amesterdam，1969.

[16] Wall D J N. IEEE Transactions on Antenna and Propogation，23：301～303.

[17] Abramowitz M，Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions. New York：Dover.

[18] 蒋曼英，等. 电子科学学刊，1985，7(6)：45～0457.

[19] 郭晓杰. 成都：电子科技大学博士学位论文，1988.

[20] Jones K J. Acoustic and Electromagnetic Waves，1987.

[21] Yokota M，Taken T，Fukumitsa U. Radio Science，1987，22(2)：125～182.

[22] Kozak S. IEEE Transactions on Antenna and Propogation，1983，31(5)：795～799.

[23] Barton J P，Alexander D R. Joumal of Applied Physics，1989，65(8)：2900～2905.

[24] Morse P M，Feshbach H. Theoretical Physics Method，1953：1421.

第三章　椭圆直波导理论

3.1　引　　言

20 世纪 40 年代前后[1]，椭圆波导的研究工作已经比较成熟，出现了一些经典论文，沿用到 70 年代，但 40 年代及后来的 30 年的时间内，人们研究椭圆波导是为了能够定出圆波导的制造公差，即是说把椭圆波导作为小椭圆度或小偏心率的。由于微波雷达和微波通信普遍要求高性能的微波传输线，椭圆波导以其易于制造，其截面的微小变形不易出现极化平面的旋转和滑动，以及容易与圆波导和矩形波导连接等优点，而重新受到重视。椭圆波导作为长距离、可弯曲波导，应用于大天线，如卫星通信的 30m 天线中。作为主波导用，是属于大椭圆度的，因此需要研究大偏心率的波导。另一方面，近年来，椭圆微带天线以其良好的性能受到学术界的重视[2,3]，基于腔膜理论，椭圆微带天线的问题又化成了小偏心率的波导问题，这说明，小偏心率和大偏心率的椭圆波导的研究都是很有实际意义的，中等偏心率的椭圆波导理论主要用于研究圆波导和椭圆波导之间的过渡，本章不讨论这种情况。

椭圆波导衰减常数的计算一直是学术界感兴趣的问题，有两种不同的观点。一种是朱兰成 1938 年建立的渐进方法[1]，另一种是基于一阶摄动的方法[4,5]，1979 年，文献[4]已阐明一阶摄动的方法是正确的而渐进方法是不必要的，然而，两种方法所得结果的误差是不小的。我们证明了，渐进方法是不正确的。

椭圆波导研究的焦点在于第一类径向马丢函数的处理，关于径向马丢函数有三种数学上等价的级数展开式，即双曲级数、贝塞尔函数级数，以及贝塞尔函数乘积级数。然而，在数值处理方面，各种展开式又有它自己的特点，现在文献上流行的处理是采用贝塞尔函数乘积展开式，因为展开式收敛最快。但是，在计算衰减常数、特性阻抗等有关参数时，将遇到马丢函数的积分。目前，文献上都是采用数值积分，注意到各国标准椭圆直波导产品的特点，提出采用双曲函数级数展开的处理，这种方法可以处理这些积分。

3.2　基 本 方 程

将图 3.1 所示的平面椭圆坐标沿 z 轴平移，则在直角坐标 x, y, z 中，ξ, η, z 构成一正椭圆柱坐标系。现设$\xi=\xi_0$，这一椭圆柱面为一理想导电壁，如图 3.2 所示，截面椭圆的长、短半轴分别为 a 和 b，半焦距为 $h=\sqrt{a^2-b^2}$，假设谐合时间变化及波的正 z 方向传播，且因子 $e^{j(\omega t-\beta z)}$ 被略去。

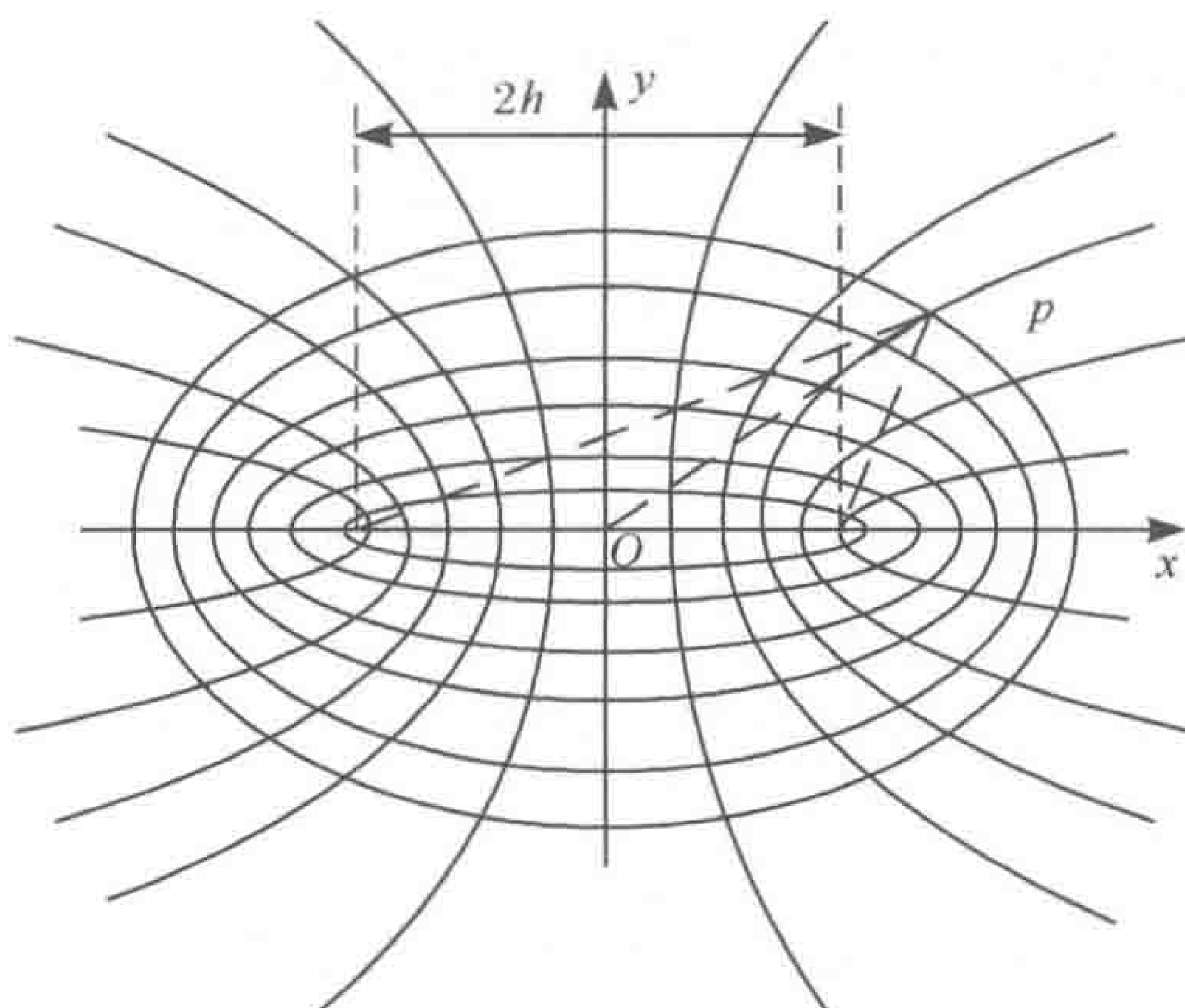


图 3.1　平行椭圆坐标系中正交的共焦距圆图及双曲线图

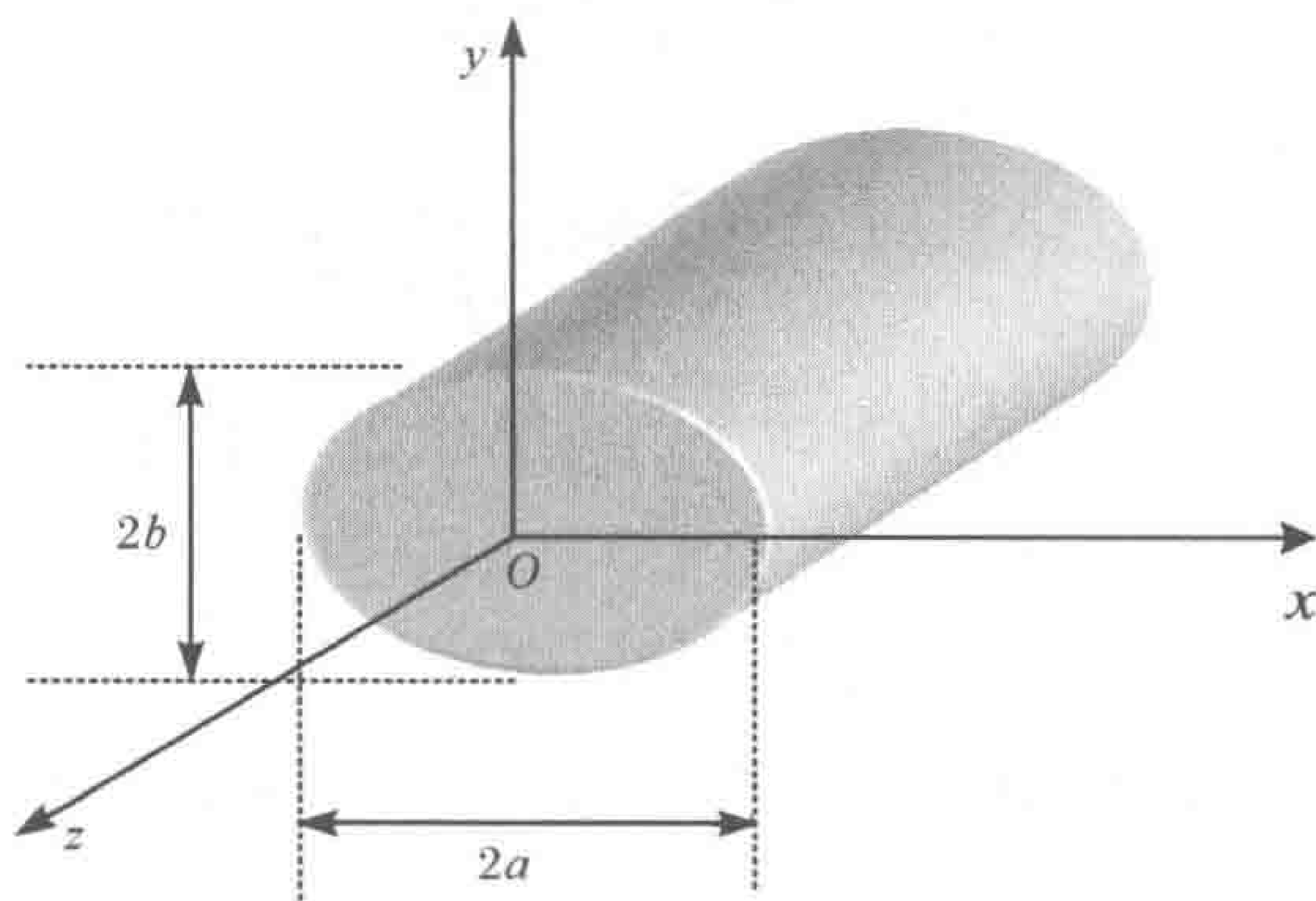


图 3.2　椭圆直波导

在这个空心椭圆导中的场,可分解为恒磁波(TM 场)及横电波(TE 场),这两个场的分量可由 E_z 及 H_z 表出。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}+(h^2k_c^2)/2(\mathrm{ch}2\xi-\cos2\eta)\right]_{H_z}^{E_z}=0 \tag{3.1}$$

$$k_c^2=k^2-\beta^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_0-\beta^2$$

记

$$q=(h^2k_c^2)/4$$

则波动方程(3.1)的解为

$$\begin{aligned}E_z&=\mathrm{Ce}_m(\xi,q)\mathrm{ce}(\eta,q)\\H_z&=\mathrm{Se}_m(\xi,q)\mathrm{se}(\eta,q)\end{aligned} \tag{3.2}$$

式中,$\mathrm{Ce}_m(\xi,q)$,$\mathrm{Se}_m(\xi,q)$为第一类变态马丢函数;$\mathrm{ce}(\eta,q)$,$\mathrm{se}(\eta,q)$是阶为 m 的第一类马丢函数,它们分别满足方程

$$y''-(a-2q\mathrm{ch}2\xi)y=0 \tag{3.3}$$

$$y''+(a-2q\cos2\eta)y=0 \tag{3.4}$$

值得指出,式(3.4)中的 a 并不是椭圆的半长轴,而是一个分离常数,由于只有单调周期函数才能正确地表达椭圆波导中的场,所以 a 只有取以下的无穷级数形式才能保证解的周期性:

$$\begin{cases} y = \mathrm{ce}_{2n}(\eta,q) = \sum\limits_{r=0}^{+\infty} A_{2r}^{(2n)} \cos 2r\eta \\ y = \mathrm{ce}_{2n+1}(\eta,q) = \sum\limits_{r=0}^{+\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \cos(2r+1)\eta \\ y = \mathrm{se}_{2n+1}(\eta,q) = \sum\limits_{r=0}^{+\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \sin(2r+1)\eta \\ y = \mathrm{se}_{2n}(\eta,q) = \sum\limits_{r=0}^{+\infty} A_{2r+2}^{(2n+2)} \sin(2r+1)\eta \end{cases} \tag{3.5}$$

将式(3.5)代入式(3.4)后,将导出特征值及其傅里叶系数[6,7]。

对于变态的马丢函数,即式(3.3)的阶,可以在式(3.5)中以 jξ代替 η 得出。

$$\begin{cases} \mathrm{ce}_{2n}(\xi,q) = \sum\limits_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)} \mathrm{ch} 2r\xi \\ \mathrm{ce}_{2n+1}(\xi,q) = \sum\limits_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \mathrm{ch}(2r+1)\xi \\ \mathrm{Se}_{2n+1}(\xi,q) = \sum\limits_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{2n+1} \mathrm{sh}(2r+1)\xi \\ \mathrm{Se}_{2n+2} = \sum\limits_{r=0}^{\infty} B_{2r+2}^{2n+2} \mathrm{sh}(2r+2)\xi \end{cases} \tag{3.6}$$

由式(3.2)及理想导电壁上的边界条件知,对奇型和偶型 TM 模,分别有

$$\begin{cases} \mathrm{Se}(\xi_0,q)=0 \\ \mathrm{Ce}(\xi_0,q)=0 \end{cases} \tag{3.7}$$

而对奇型和偶型 TE 模,分别有

$$\begin{cases} \mathrm{Se}'(\xi_0,q)=0 \\ \mathrm{Ce}'(\xi_0,q)=0 \end{cases} \tag{3.8}$$

式(3.7)和式(3.8)的解 q_{smr},q_{cmr}及 q_{smr},q_{cmr}给出各个波型的长,从而给出传播常数 β。

$$\begin{cases} \lambda_c=(\pi a e)/\sqrt{q} \\ \beta=k\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2} \\ e=1/\mathrm{ch}\,\xi_0 \end{cases} \tag{3.9}$$

式中,a 为椭圆的半长轴;e 为椭圆的偏心率。

3.3 衰减常数问题

关于椭圆波导的衰减常数的计算,长期以来,一直沿用朱兰成 1938 年提出的基于渐近解的方法[1],而基于一阶扰动场分布求解的一般方法反而受到怀疑。1979 年,日本学者[4]证明了文献[5]的方法是正确的,而其他与朱兰成的方法类似的方法则是不必要的。

但是,这两种方法的计算结果差别并不小,文献[4]没有指出朱兰成等的方法是不对的,由于马丢函数本身在计算上的复杂性,人们一般都不愿意去验证别人发表的数据,而且还涉及马丢函数作为被积函数的数值积分,会不会是不同作者对马丢函数所作数值处理方法不同而导致的差别呢? 这个问题似乎并没有公开发表的鉴定性研究。

不妨来看一看朱成兰等是怎样进行衰减抗数计算的,以 TM 场为例,假设

$$\begin{cases} E_\xi^{\mathrm{e}} = B\mathrm{Ce}_m(\xi_0,q)[y(\xi,q')/y(\xi_0,q')]\mathrm{ce}(\eta,q) \\ H_\eta^{\mathrm{e}} = (-\sigma/k_c'^2)B\mathrm{Ce}_m'(\xi_0,q)[y'(\xi,q')/h_1y(\xi_0,q')]\mathrm{ce}(\eta,q) \\ B=(k_c'^2/k_c^2)(\mathrm{j}\omega\varepsilon)/\sigma(1/(\mathrm{j}2q'^{\frac{1}{2}}\sqrt{\mathrm{ch}2\xi_0/2})) \end{cases} \tag{3.10}$$

代表波导壁内的场。

场表达式的正确与否,有两个判断:一是看它满不满足方程,二是看它满不满足边界条件。通过系数 B 满足了,然而式(3.10)并不满足它应满足的式(3.1),这是因为函数 $y(\xi,q')$满足的是

$$y''-(a(q'))-2q'(\mathrm{cj}2\xi)y=0 \tag{3.11}$$

而 $\mathrm{ce}(\eta,q)$满足的是波导内的场所应满足的方程

$$c''e_m(\eta,q)+(a(q)-2q\cos2\eta)\mathrm{ce}_m(\eta,q)=0 \tag{3.12}$$

由于 q 和 q' 根本不同,导致 $a(q)$ 与 $a(q')$ 的差很大,因而使式(3.1)不能满足(详查式(3.3)、式(3.4)的得到过程,不难发现这一点)。

因此,今后椭圆波导的衰减常数计算应以文献[8]的公式

$$\begin{cases} \alpha_{\mathrm{CTE}}^{\sqrt{a^3\sigma}} = \left[\dfrac{\pi\varepsilon_0 af_0}{1-(f_e/f_0)^2}\right]^{\frac{1}{2}} \mathrm{Ce}_m^2(\varepsilon_0,q) \\ \cdot\dfrac{\dfrac{4q}{e^2}\left(\dfrac{f_e}{f_0}\right)^2\displaystyle\int_0^{2\pi}\mathrm{ce}_m^2(\eta,q)\sqrt{1-e^2\cos^2\eta}\,\mathrm{d}\eta+\left[1-\left(\dfrac{f_e}{f_0}\right)^2\right]\displaystyle\int_0^{2r}\dfrac{\mathrm{ce}_m'^2(\eta,q)}{\sqrt{1-e^2\cos^2\eta}}\mathrm{d}\eta}{2\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\xi_0}[\mathrm{Ce}_m^2(\xi,q)\,\mathrm{ce}_m^2(\eta,q)+\mathrm{Ce}_m^2(\xi,q)\,\mathrm{ce}_m'^2(\eta,q)]\mathrm{d}\eta\mathrm{d}\xi} \\ \alpha_{\mathrm{CTM}}^{\sqrt{a^3\sigma}} = \left[\dfrac{\pi\varepsilon_0 af_0}{1-(f_e/f_0)^2}\right]^{\frac{1}{2}} \\ \cdot\dfrac{\mathrm{Ce}_m'^2(\varepsilon_0,q)\displaystyle\int_0^{2\pi}\dfrac{\mathrm{ce}_m^2(\eta,q)}{\sqrt{1-e^2\cos^2\eta}}\mathrm{d}\eta}{2\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\xi_0}[\mathrm{Ce}_m'^2(\xi,q)\,\mathrm{ce}_m^2(\eta,q)+\mathrm{Ce}_m^2(\xi,q)\,\mathrm{ce}_m'^2(\eta,q)]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta} \end{cases} \tag{3.13}$$

为基础,在此式中,将偶马丢函数换成奇马丢函数,则得到奇模的衰减常数公式。

3.4 积分的解析处理

从 3.3 节的衰减常数公式可以看到,需要处理下列马丢函数的积分,这些积分在研究椭圆波导型谐振腔的特性时也要遇到[8]。

$$
\begin{cases}
I_1 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_m^2(\eta,q)\mathrm{d}\eta \\
I_2 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_m'^2(\eta,q)\mathrm{d}\eta \\
I_3 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_m^2(\eta,q)\ \sqrt{1-e^2\cos^2\eta}\mathrm{d}\eta \\
I_4 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_m'(\eta,q)/\ \sqrt{1-e^2\cos^2\eta}\mathrm{d}\eta \\
I_5 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_m^2(\eta,q)\ \sqrt{1-e^2\cos^2\eta}\mathrm{d}\eta \\
I_6 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_m'^2(\eta,q)/\ \sqrt{1-e^2\cos^2\eta}\mathrm{d}\eta \\
I_7 = \int_0^{\xi_0} \mathrm{ce}_m'^2(\xi,q)\mathrm{d}\xi \\
I_8 = \int_0^{\xi_0} \mathrm{ce}_m'^2(\xi,q)\mathrm{d}\xi
\end{cases}
\tag{3.14}
$$

这里有些明显类似的积分没有列入,首先讨论关于 η 的前两个积分,利用[9]

$$
\begin{cases}
f(x) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx + b_n\sin nx) \\
\phi(x) = \alpha_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty}(\alpha_n\cos nx + \beta_n\sin nx)
\end{cases}
\tag{3.15}
$$

则[9]

$$
f(x)\phi(x) = A_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty}(A_n\cos nx + B_n\sin nx) \tag{3.16}
$$

式中

$$
A_0 = (a_0\alpha_0)/2 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\alpha_n + b_n\beta_n)
$$

$$
A_n = (a_0\alpha_0)/2 + (1/2)\sum_{n=1}^{\infty}[a_k(\alpha_{k+n} + \alpha_{|k-n|}) + b_k(\beta_{k+n}\beta_{|k-n|})]
$$

$$
B_n = (\alpha_0\ \beta_n)/2 + (1/2)\sum_{n=1}^{\infty}[a_k(a_{k+n} + \alpha_{|k-n|}) + b_k(\beta_{k+n}\beta_{|k-n|})]
$$

据此,可以将$\mathrm{ce}^2(\xi,q)$展开成三角函数级数,仅有零阶项对积分有贡献,这在文献上已有报道,由于马丢函数可以逐项求导,因而第二个积分可类似处理,要解析地处理第三、四个积分,需要对$\sqrt{1-e^2\cos^2\eta}$及 $1/\sqrt{1-e^2\cos^2\eta}$进行逼近,文献[8]是采用直接求泰勒展开式的系数的办法,用 $e^2\cos^2\eta$ 的多项式逼近,通过数值验证,这样做在 e 很大时,误差太大,我们提出利用

$$
f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x} \\ 1/\sqrt{1-x}\end{cases},\quad 0\leqslant x\leqslant e<1 \tag{3.17}
$$

的特点,将 $f(x)$在 $x=\dfrac{e}{2}$展开成幂级数的办法,就可以将最大误差减少到千分之一以下(同样取前七项系数)。最后再将 $\cos\eta$ 的多项式化成傅里叶级数形式,利用$\mathrm{ce}_m'^2(\eta,q)$,$\mathrm{ce}_m^2(\eta,q)$的傅里叶级数形式,以及三角函数的正交性,这样我们就完成了 I_3,I_4 的解析处

理，I_5，I_6 的处理也类似，只是这时只有一项才使积分不为零，值得指出，用其他数值逼近方法，$f(x)$的更精确展开式是可以得到的，但是似乎并无此必要。

关键的问题是 I_7，I_8 的处理，过去没有公开发表的文献解决这个问题。由于马丢函数在解析上的极其良好的性质，式(3.14)的成立并不只在平方的意义下成立，而且可以认为在等号的意义下也成立，因为这一公式的导得，虽然利用了傅里叶级数的性质，但是它的成立，也同样可以看成是由于两个马丢函数的乘积，并利用三角函数积化和差的结果。注意到变态马丢函数可以由三角函数简单的转化成双曲函数级数的性质，三角函数与双曲函数积化和差的公式完全相同，因此$\mathrm{ce}_m^2(\xi,q)$，$\mathrm{ce}_m'^2(\xi,q)$可以简单的展开成双曲函数的级数，而这一级数是可以逐项解析求积的，具体公式只需将式(3.15)中的 $\sin x$ 换成 $\mathrm{sh}x$，$\cos x$ 换成 $\mathrm{ch}x$ 即可。当然，这一些公式得到以后，诸如

$$\int_0^{\xi_0} \mathrm{ch}2\xi \mathrm{Ce}(\xi,q)\mathrm{d}\xi \tag{3.18}$$

的积分也是可以解析求积的。

本节方法的正确性和数值有效性的关键之点在于：马丢函数的双曲函数级数是否快速收敛，并且已有文章[10]说该级数收敛过于缓慢。然而，由于本章的讨论，主要是针对日本、德国及我国的标准椭圆波导尺寸来展开的[11,12]，由于偏心率小于 0.855 而大于 0.69，在这种结构下，始终有$\xi_0 \leqslant 1$，而$\xi_0 \leqslant 1$ 时的前六阶奇、偶变态马丢函数的双曲函数级数的数值研究已在 20 世纪 60 年代完成[6]，取前 38 项就可以得到七位有效数字，因此，本节建立的理论是有实用价值的。

对于本节关心的另一类问题，即小偏心率椭圆波导的问题，由各种马丢函数的数表显示出，其傅里叶系数当 $q<1$ 时极快收敛，而双曲函数的增长则以固定速度 $e^{2\xi_0}$ 增长，因而在这种情况下也可以采用本节理论，过去，双曲级数成功地用于 $\mathrm{TE}_{\mathrm{C}11}$ 模($q<1$)的研究也说明双曲线级数这时是可以用的。

3.5　主模与第一高次模特性

已如前述，日本、德国及我国的标准椭圆波导的偏心率 e 都小于 0.855[12]，因此其主模为$\mathrm{TE}_{\mathrm{C}11}$，而第一高次模为$\mathrm{TE}_{\mathrm{S}11}$。双曲函数级数已成功地用于椭圆波导主模的研究，然而在计算其特性阻抗时，仍有两个积分不能解析求解，而是借助于表 3.1，这是很不便于计算机辅助设计的[12]。3.4 节已将这个问题解决。但是，如果用数值方法求马丢函数的特征值和傅里叶系数，工作量仍然很大，值得高兴的是，文献[1]给出的公式

$$\begin{aligned} a_1(-q)=b_1(q) &= 1-q-(q^2/8)+(q^3/64)-(q^4/1536)-(11/36864)q^5 \\ &\quad +(49/58824)q^6-(55/9437184)q^7-(83/35389440)q^8 \end{aligned} \tag{3.19}$$

就可用于 $e<0.855$ 时，$\mathrm{TE}_{\mathrm{C}11}$，$\mathrm{TE}_{\mathrm{S}11}$模的特征计算，有关数值比较[13]列于表 3.1。

表 3.1　式(3.19)的精度

C	q	$a+2q$	文献[13]	$b+2q$	文献[13]
0.8	0.16	1.4767	1.4767	1.5659	1.5659
1.5	0.5625	2.6451	2.6451	1.5257	1.5257

续表

C	q	$a+2q$	文献[13]	$b+2q$	文献[13]
2.0	1.0	3.8591	3.8591	1.8898	1.8898
2.5	1.5625			2.3113	2.3113
2.8	1.96			2.5827	2.5830
3.0	2.25			2.7688	2.7697

主模与第一高次模的截止波长也已由文献[10]得到近似公式。这样,主模与第一高次模的截止波长、衰减常数、特性阻抗、电磁场分布都有比较严格的简便公式了。这些贯彻了本章的基本宗旨。

3.6 小椭圆度椭圆波导的新理论

已如前述,椭圆波导的理论实际上就是马丢函数的处理,本节定义的所谓小椭圆度实际上是指这样的偏心率 e,它使得我们所讨论的模式的 $q<1$。即小 q 理论,关于小椭圆度波导的理论,文献上声称已比较成熟。但是,详查最近几篇文章,似乎也并不是那么完美[2,3],由于马丢函数特征值的问题,始终是一个困难的问题,文献[2]利用了特征值的准确到 q^4 或 q^3 的表达式,作者不明白文献[7]明明有准确到 q^8 的公式,这么多作者为什么不采用,例如在最近的关于微带天线的文献[2]中,就仅用到特征值的准确到 q 的表达式(只需注意马丢函数 q 展开的导出过程不难发现这一点)。为了使读者放心,我们将文献[7]的公式摘录,并列表 3.2 以示其准确性,表中每一栏左边为利用公式得到的值,右边为文献[13]的值,有了特征值,傅里叶系数的确定便是很容易的事了。

表 3.2 特征值计算公式的准确性

q	0.16		0.5625		1.0	
a_0+2q	0.3072	0.072	0.9719	0.9719	1.5457	1.5449
a_1+2q	1.4767	1.4767	2.6451	2.6451	3.8591	3.8591
a_2+2q	4.3306	4.3306	5.2517	5.2517	6.3704	6.3704
a_3+2q	9.3217	9.3217	10.1476	10.148	11.0784	11.078
a_4+2q	16.3209	16.321	17.1360	17.136	18.0383	18.034
b_1+2q	1.1569	1.1569	1.5257	1.5257	1.8898	1.8898
b_2+2q	4.3179	4.3179	5.0987	5.0987	5.9170	5.9170
b_3+2q	9.3215	9.3215	10.1421	10.142	11.0477	11.048
b_4+2q	16.3209	16.321	17.1352	17.136	18.0297	18.033

马丢函数的研究还有待进一步深化,由于本章的工作,进一步研究变态马丢函数的双曲级数展开和特征值的简明表达式显得很有意义。

当时做这样的题目是一种训练,与其说是解决实际问题,不如说是训练解决问题的能力,写出来都是小技巧,但作为学生做出这些事并不容易。我博士论文做得还是比较费劲的,当时文献不齐,做研究挺费力。任何人都不是天生就会做学问。

另一方面,即使在计算机技术十分发达的今天,作者认为这种训练仍然是有用的。我1994年到美国宾州州立大学工作就有一个公式解析处理不了,尽管现在知道怎么处理了,但当时不知道。学问深似海,理论是有用的。

参考文献

[1] 林为干. 电磁场工程. 北京:人民邮电出版社,1982.

[2] Bhatta Charyya A K,Shafai L. Theoretical and experimental investigation of the elliptical annual ring anttenna. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1988,36(11):1526～1528.

[3] Habashy T M,Kong J A,Chew W C. Resonace and radiation of elliptic disk microstrip structure, part 1:formulation. Ibid,1987,35:866～877.

[4] Rengarajan S R,Lewis I E. Surface impedance of elliptical hollow conducting waveguides. Electron Letters,1979,(15):637～639.

[5] Falciasecca G. Comments on attenuation characteristics of hollow conducting elliptical waveguides. IEEE Transactions on MIT,1973,(21):154.

[6] Kirk E T Patrick. Tables of values of the modified mattieu functions. Math Compt,1960,(14): 118～129.

[7] Abramowitz M,Stegnn I A. Handbook of Mathematical Functions. New York:Dover,1968:741.

[8] 陈孟尧,安红明,李培明. 椭圆柱谐振腔的基本特性. 电子学报,1985,13(4):83～92.

[9] 现代工程数学手册编委会. 现代工程数学手册(第一卷). 武汉:华中工学院出版社,1985:386～369.

[10] Kretzschmar J G. Propogation in elliptical waveguides. IEEE Transactions on MTT,1970,(18):547～554.

[11] 甘本发. 微波传输线设计手册. 北京:人民邮电出版社,1981.

[12] 林为干. 微波场论与应用研究论文选集. 北京:电子工业出版社,1989.

[13] Stratton J A,Norse D M,Chu L J,et al. Elliptic,Cylinder and Spheroidal Wave Functions. New York:Wiley,1941.

第四章　条带散射研究

4.1　关于瞬态分析中的频段简化问题

瞬态电磁场的研究有很大的实际价值和理论意义。由于100多年来人们在连续波(或单色稳态频域)的理论和技术方面的丰富积累，对时域问题的研究也多借用研究频域问题的方法。但诸如频段简化这样的原则性问题都还没有搞清楚。

文献[1]、[2]争论的焦点在于频率ω与距离R的相互关系上。沈浩明认为，对任意固定的R，总可以找到瞬态信号中这样的频谱，使得R对这样的高频谱不是真正的远区。胡汉南认为，对于任意的高频谱(他认为实际瞬态信号的频谱宽度总是有限的)，总可以找到距离R使得远区条件得到满足。注意到他们对刻画时域问题本质特征的时间变量t似乎没有引起足够的重视。沈浩明认为：虽然高频谱小且趋于零，它对瞬态响应的贡献十分重要，这一高频响就既不能忽视也不能简化，否则将丢失重要的瞬态信息。然而，广泛采用的频域反演技术和奇点展开法都丢掉了渐趋于零的高频谱。是不是这些方法都没有用处了呢?

瞬态响应可以从频域响应反演得到，实际分析中往往难于求得全频段响应和反演，于是人们常常借助于近似方法忽略或简化一些频段(大多为高频段)。对于任意瞬态入射场

$$\bar{E}^i(t)=\begin{cases}0, & t\leqslant 0\\ E(t), & t>0\end{cases} \tag{4.1}$$

其频谱为

$$\bar{E}^i(\omega)=\int_0^{+\infty}\bar{E}^i(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t \tag{4.2}$$

对天线或散射体上的点的场，有[3]

$$\bar{E}(\bar{r},\omega)=\int_0^{+\infty}E(\bar{r},\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t \tag{4.3}$$

$$\bar{E}(r,\omega)=\overline{\overline{T}}(r,\omega)\cdot\bar{E}^i(r,\omega) \tag{4.4}$$

式中，$\overline{\overline{T}}(r,\omega)$为并矢传输函数，由文献[3]可知$E(\omega)$在$\omega=+\infty$处解析且通常有

$$\bar{E}^i(\omega)=0 \tag{4.5}$$

由复变函数论可知，存在$\omega=\omega_c$，当$\omega\geqslant\omega_c$时

$$\bar{E}^i(\omega)=\bar{c}_{-1}/\omega+\bar{c}_{-2}/\omega^2+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\bar{c}_{-n}/\omega^n \tag{4.6}$$

式中，c_{-n}为与ω无关的矢量。

高频场可以看成局部平面波，天线或散射体外一点的场可以看成入射场、反射场、绕射场的叠加，即

$$\bar{E}(r,\omega)=\bar{E}^i+\bar{E}^r+\bar{E}^d=\overline{\overline{T}}\cdot\bar{E}^i=(\overline{\overline{I}}+\overline{\overline{R}}+\overline{\overline{D}})\cdot\bar{E}^i(\omega) \tag{4.7}$$

式中，$\bar{\bar{I}}$ 为单位并矢；$\bar{\bar{R}}$ 为并矢反射系数；$\bar{\bar{D}}$ 为并矢绕射系数。对于任意频率的入射电磁波，在天线和散射体之外都不可能激励出无限大的电场，因而式(4.7)中的 T 为一有界算符。当散射体为理想导体时，$\bar{R}$ 为一与 ω 无关的有界量，当散射体为介质时，$\bar{R}$ 为 ω 的函数。当这时的 $\bar{R}$ 的各元素小于相同形状理想导体的 $\bar{R}$ 的各元素，因而 $\bar{R}$ 为一个一致有界算符，又因绕射场随频率单调下降，因而 $D(\omega)$ 的各元素都小于 $D(\omega)$ 的相应元素，所以 $\bar{\bar{D}}$ 为一个一致有界算符，因此 T 为一致有界算符，即

$$|E(r,\omega)|\leqslant|\bar{\bar{M}}(r)\cdot\bar{E}^{i}(r,\omega)| \tag{4.8}$$

式中，$\bar{\bar{M}}(r)$ 为一与 ω 无关的并矢，因而当 $\omega\geqslant\omega_c$ 时，有

$$|\bar{E}(\bar{r},\omega)|\leqslant\sum_{n=1}^{+\infty}|\bar{\bar{M}}(r)\cdot\bar{C}_{-n}|\frac{1}{\omega^{n}}=\sum_{n=1}^{\infty}|C'_{-n}|-\frac{1}{\omega^{n}} \tag{4.9}$$

$$\bar{C}'_{-n}=\bar{\bar{M}}\cdot\bar{C} \tag{4.10}$$

将式(4.9)代入式(4.3)得(仅估计 $\omega\geqslant\omega_c$ 部分的贡献)

$$\begin{aligned}|E(r,t)|&=\left|\int_{+\omega_c}^{+\infty}\bar{E}(r,\omega)e^{j\omega t}d\omega\right|\leqslant\int_{\omega_c}^{+\infty}|\bar{E}(r,\omega)|e^{j\omega t}d\omega\\&\leqslant\int_{+\omega_c}^{+\infty}\left|\sum_{N=1}^{\infty}|\bar{C}'_{-n}|\frac{1}{\omega^{n}}\right|e^{j\omega t}d\omega\\&=\left||\bar{C}'_{-1}|E_1(j\omega ct)\right|+\int_{+\omega_c}^{+\infty}\left|\sum_{n=2}^{+\infty}\bar{C}'_{-n}\right|\frac{e^{j\omega t}}{\omega^{n}}d\omega\\&\leqslant\left||C'_{-1}|E_1(j\omega ct)\right|+\sum_{n=2}^{+\infty}|C'_{-n}|\frac{1}{\omega^{n}}\end{aligned} \tag{4.11}$$

式中，$E_1(z)$ 为指数积分。从式(4.11)看到，对于任意给定的工程误差 δ，可以提高 ω_c 的值，使得不等式右边第二项的值小于 $\delta/2$，这时式(4.6)～(4.11)的每一步仍成立，并且对于任意给定的时刻 $t_0>0$，总可以找到 $\omega\geqslant\omega_c$，使得

$$\left||C'_{-1}|E_1(j\omega_0 t)\right|<\delta/2 \tag{4.12}$$

因此有

$$|\bar{E}(r,t)|<\delta \tag{4.13}$$

也就是说，对于任意给定的工程误差 δ，任意时刻 $t_0>0$，总存在 $\omega=\omega_0$，ω_0 为 t_0 的函数。使得 $\omega\geqslant\omega_0$ 的高频入射场所激励出来的瞬态电磁场可忽略。以上只是数学上的推导，从物理上看，这些话应这样的理解，尽管对任意时刻 $t_0>0$ 总存在 ω_0，使 $\omega>\omega_0$。高频谱对瞬态场的贡献可忽略。但也可能对某些时刻 t_0，ω_0 是一个很大的值，也就是说包含了物理意义上的高频部分，只是更高频谱的贡献可忽略。事实上，注意到 $E(z)$ 有渐近公式[4]

$$E_1(z)\sim\frac{e^{-z}}{z}[1-1/z+2/z^{2}-6/z^{3}+\cdots] \tag{4.14}$$

因此这一 ω_0 不仅是 t_0 的函数，而且当 $t_0\to0$ 时 $\omega_0\to\infty$。实际计算时并不需要按本章方法去找 ω_0[5]。

从本节可以看出：对于后期瞬态响应，所有忽略渐趋于零的高频频谱的贡献的文献的解析和数值方法有效，而这些方法对求早期响应不准确。

以上结论人们以前也在研究某些具体问题时得出过[6],本章从数学角度作出的说明,相当清楚地展示了频段简化问题与时间变量的关系,可供参考。

4.2 条带散射的高频渐近解

基于4.1节的理论可以通过寻求问题的全频带解来得到时域解。然而,要得到一个问题的全频带解是很困难的,在此仅仅选择了条带这一简单几何形状来开展工作,问题虽然相当简单,但仍有典型性和难度。因为条带是多散射中最简单的几何形状,研究它的散射具有重要的理论意义。

最近五年来,国际上对高频渐近解的研究不断深入,以至于基于高频渐近解的结果可用于 $ka=(2\pi/\lambda)\cdot(\lambda/8)=(\lambda/4)<1$ 的情况,Felsen 和 Shirai 的一系列工作[7~11],重点在于研究高频渐近解与奇点展开法的关系,他们的工作是深刻的,Felsen 的学生 Shirai 因此获得了 R W P King 奖。Volakis 和 Senior 等则注重高频渐近解本身的研究,他们建立了基于扩展谱方法的理论,系统地求出了一、二、三、四次绕射场,并指出了求高阶绕射场的一般方法,不仅包括了导体条带,而且包括了电阻、电导、阻抗和介质条带[10~15]。

我们的工作主要针对文献[11]来讨论,方法上文献[11]的思路在文献[16]中得到了更具体的阐述和澄明,文献[16]是讨论直细线的电磁散射和条带散射有很多相似之处。

如图4.1所示,考虑宽为 d 的条带,其绕射机制如图4.2所示,同文献[16],引进四个电磁波概念:绕射、到达(attachment)、发射和反射,因此总散射场为

$$
\begin{aligned}
& D^{\mathrm{obt}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kd\cos\theta_0}+D^{\mathrm{acu}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd\cos\theta_0}+\sum_{n=0}^{+\infty}A^{\mathrm{obt}}L^{\mathrm{obt}}R^{2n+1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd(2n+2)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kd\cos\theta_0} \\
& +\sum_{n=0}^{\infty}A^{\mathrm{acu}}L^{\mathrm{acu}}R^{2n+1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd(2n+2)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd\cos\theta_0}+\sum_{n=0}^{\infty}A^{\mathrm{acu}}L^{\mathrm{obt}}R^{2n}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd(2n+1)} \\
& +\sum_{n=0}^{\infty}A^{\mathrm{obt}}L^{\mathrm{acu}}R^{2n}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd}
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

式中,A 代表波到达系数;L 代表波发射系数;R 代表反射系数;上标 obt 和 acu 代表波与波带之间的角度。式(4.15)可以简化成

$$
\begin{aligned}
\text{总散射} = & D^{\mathrm{obt}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kd\cos\theta_0}+D^{\mathrm{acu}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd\cos\theta_0}+\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kd}}{1-R^2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k2L}}\left[A^{\mathrm{obt}}L^{\mathrm{obt}}R\mathrm{e}^{\mathrm{j}kd(\cos\theta_0-1)}\right] \\
& +A^{\mathrm{acu}}L^{\mathrm{acu}}R\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kL(\cos\theta_0+1)}+A^{\mathrm{obt}}L^{\mathrm{acu}}+A^{\mathrm{acu}}L^{\mathrm{obt}}
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

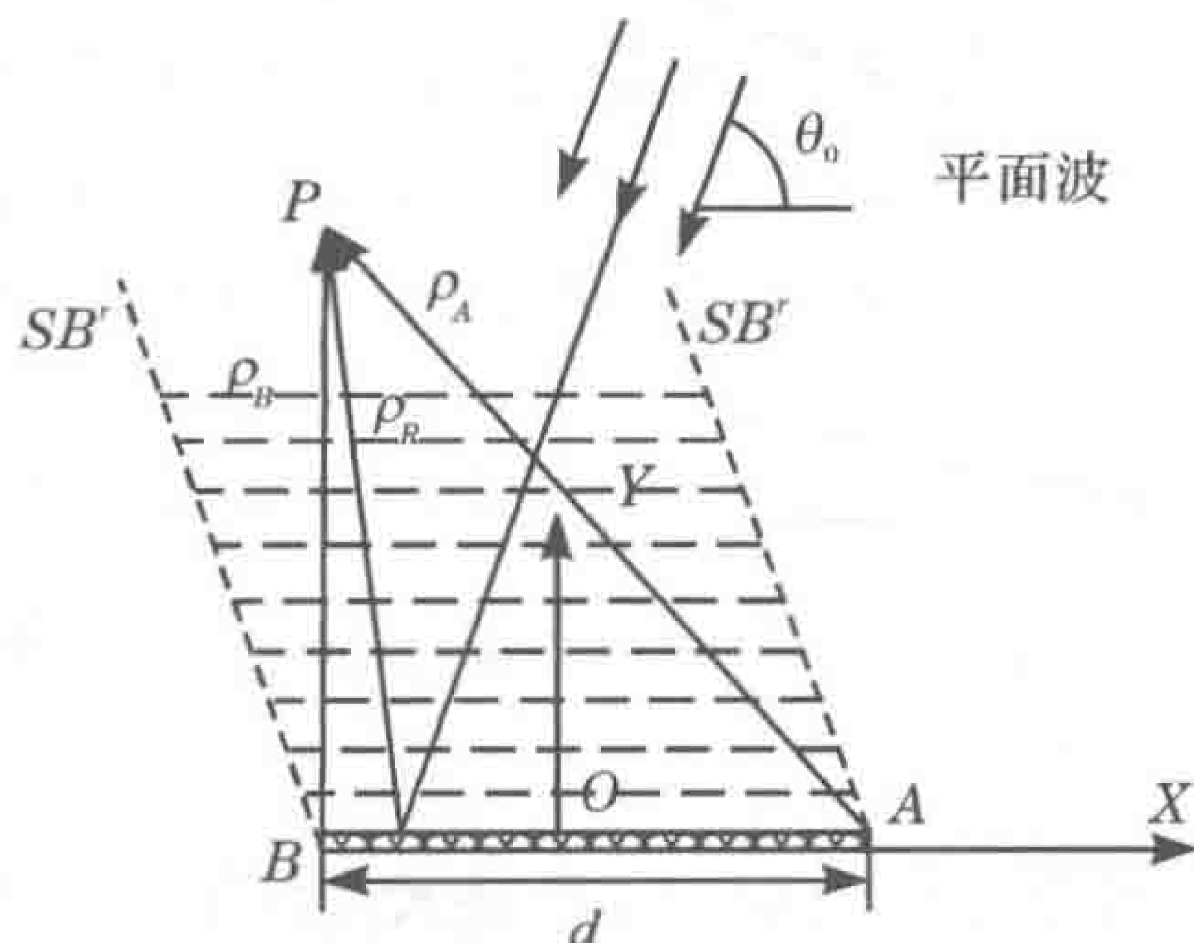


图4.1 条带散射

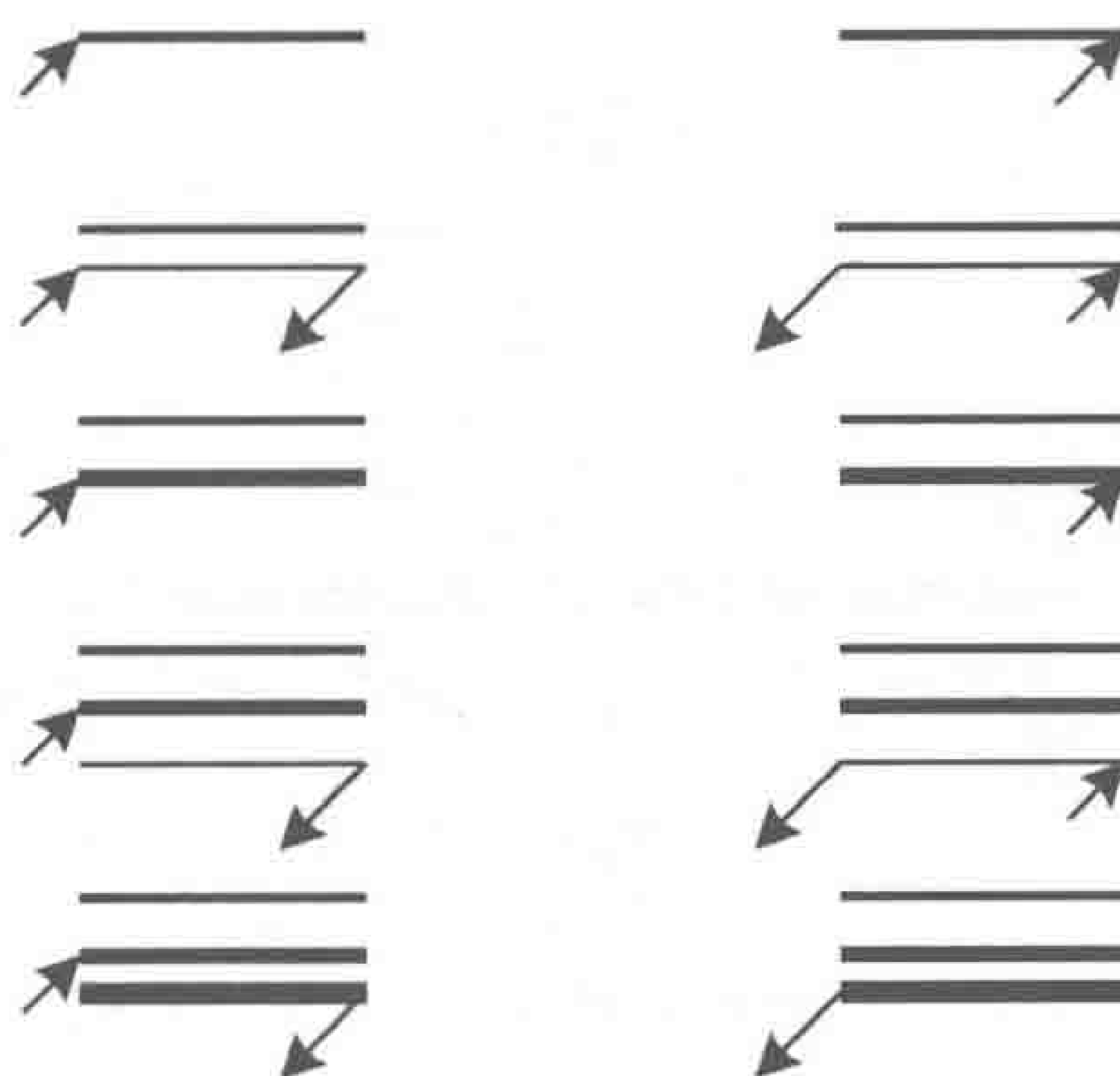


图 4.2　条带绕射机制

如果知道了前三阶绕射场，则可以求出 D^{obt}，D^{acu}，A^{obt}，A^{acu} 和 R。从而可以求出总散射场。当然，在式(4.16)中仍然有近似，这是由于对于高于四阶的绕射场与低阶绕射场之间没有图 4.2 中所示的那样简单的关系。

式(4.16)有很好的物理和数学意义，数学上，它相当于对前四阶绕射场取 Pade 近似的结果。按照文献[11]的定义

$$R = U_{j,n}(\omega)/U_{j,n-1}(\omega)$$

$$\bar{U}_j(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} U_{j,n}(\omega) = U_{j,1}(\omega)/(1-R)$$

在物理上，它完成了从射线理论到谐振理论的转化。Felsen 等的工作已表明，基于谐振分析的结果将扩展射线分析的应用范围，这一点进一步验证了：在某些情况下，引入 Pade 近似可以拓广解的应用范围。

因此，式(4.16)的应用是两方面的：一方面可以用它来建立奇点展开法的方程；另一方面，又可用它作为改进的高频渐近解，结合低频解，用快速傅里叶变换反演到时域。当求得四次绕射场时，有

$$\text{总散射场} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = u_1 + u_3 + u_2\left(1 + \frac{u_4}{u_2}\right) = u_1 + u_3 + u_2/\left(1 - \frac{u_4}{u_2}\right) \tag{4.17}$$

当求得五次绕射场时，有

$$\text{总散射场} = u_1 + u_2/\left(1 - \frac{u_4}{u_2}\right) + u_3/\left(1 - \frac{u_5}{u_3}\right) \tag{4.18}$$

在式(4.17)、式(4.18)中 u_i 代表第 i 次绕射场。根据 Felsen 的理论，式(4.18)将产生新的奇点(在奇点展开法中)，因而求出第五次绕射场的工作是有意义的，它将进一步完善 Felsen 的工作。

4.3　导体条带的低频渐近解

如图 4.3 所示的导体条带，它是椭圆的特殊情况，可以用马丢函数求解，也可以用积

分方程求解[17]。

图 4.3　条带几何

文献[17]给出马丢函数近似解,在椭圆的情况存在严重误差(见第二章),这是由于文献[17]作了下列近似:对马丢函数的特征值,仅以准确到 q^4 的表达式为依据,且仅在级数形式的解中保留了九项。另外,对贝塞尔函数也采取了近似。经过前人及作者的工作,这几个问题都可以很好地解决了。

马丢函数特征值问题,由于目前高频渐近解已可用于 $\lambda/8$,至少可以放心地用高频渐近解计算条带宽度 $d\leqslant\lambda/2$ 的问题,因此仅须在

$$q=C^2/4\leqslant 1/4\ (1/2kd)^2=1/4[1/2\times(2\pi)/\lambda\cdot(\lambda/2)]=\pi/8 \tag{4.19}$$

的情况下计算马丢函数的特征值,这一问题已在第三章彻底解决。而且级数形式的解中可以保留任意多项,因为对高次项特征值近似公式的精度较高。

关于径向马丢函数,采用文献[18]、[19]的公式,可计算其值和一阶导数,由于 $q<1$,对贝塞尔函数 J_m,J_{m-1},可以用其幂级数展开式取十项得其值[20],M 为实际计算时将马丢函数的级数表达式截断所得的有限和的最后一项的下标,然后用逆推求出 J_{m-2},…,J_1,J_0[18],再用顺推求出 Y_0,…,Y_m,Y_0 有初导函数计算式[21]。

为什么对计算细节这样研究呢?因为为了得到时域解,需要计算很多个频域解,对频域解的简化,将大大简化时域解。

4.4　关于条带的边缘奇异性

众所周知,对于导体条带,E 极化时,其电流的分布为 $1/\sqrt{(d/2)^2-x^2}$ 的奇异性,而 H 极化时,其电流的分布则以 $\sqrt{(d/2)^2-x^2}$ 的规律变化着。这一规律的导出,文献上多是基于劈尖处的边缘条件,而这一边缘条件通常是由静电学的方法得到的。作者发现,这一方法实际上也是有缺陷的,比如条带的边缘奇异性问题,用静电学的方法反而显得有些麻烦,比较严格的方法有两种:一是基于条带在椭圆坐标系下波动方程的解;二是基于半面的严格解。目前,文献上关于电阻、电导和阻抗条带的边缘奇异性讨论不多,而且观点和结论并不相同,文献[19]给出的边缘条件与文献[19]应用就不同。作者不去评论别人方法的长短,只采用自己的方法得到自己的结论。

首先注意到，尽管电阻条带与导体条带的边界条件不同，但对 E 波入射来说，都有

$$\begin{cases} H_v = \mathrm{j}\omega\mu \dfrac{1}{\dfrac{d}{2}\sqrt{1-\cos^2 v}} \dfrac{\partial E_z}{\partial u} = \mathrm{j}\omega\mu \dfrac{d}{2} \dfrac{1}{\sqrt{(d/2)^2 - x^2}} \dfrac{\partial E_z}{\partial u} \\ (\nabla^2 + k^2) E_z = 0 \end{cases} \tag{4.20}$$

由于 E 满足波动方程，因而可在椭圆柱坐标系下将其用马丢函数的级数表示，代入式(4.20)必然出现$(\sqrt{(d/2)^2-x^2})^{-1}$的因子，作者的结论与文献[20]相同。

对 H 极化波，文献[18]已证明奇异性为 $\sqrt{(d/2)^2-x^2}$，与文献[19]和[20]的结论相同。

关于 E 波结论的正确性，可以作如下间接说明，由文献[14]知，介质条带可用电阻条带来模拟，而介质条带的奇异性为 $r^{\gamma}(-1/2<\gamma<0)$，这说明作者的结论是有一定道理的，在电磁场数值分析中，$r^{\gamma}(-1/2<\gamma<0)$的奇异性用 $r^{-\frac{1}{2}}$ 的奇异性代替是可以的。

最后作出结论，电阻条带的奇异性与导体条带的相同，电导条带与导体条带的相反。阻抗条带的解可以用电阻和电导条带叠加而成，介质条带的解也可以用电阻和电导条带叠加而成，对 E 波，仅有电阻层，对 H 波，需要电阻层和电导层。

之所以花这么多篇幅讨论边缘奇异性，是为下面几节求解条带积分方程时选择基函数提供依据。

根据二重性原理，及扩展的二重性原理[21]，本书理论容易用于槽的散射问题，而实际上，本章的处理已不再区分槽和带，这一点不再说明。

4.5　窄带积分方程的解

在物理和工程的很多领域，很多问题的解都可以用窄带积分方程的解给出[22~28]，在这里所指的窄带，一般是指带宽小于 0.1λ 的情况。关于窄带积分方程的求解，人们已作了大量研究，本书则是在作者已有文献[29]的基础上作进一步的深化。

注意到 $E_z^i = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx\sin\theta i}$ 可以用五阶多项式展开到 10^{-4} 精度，或者 11 阶多项式展开到 10^{-9} 精度，所以有

$$E_z^i = \cos(k\omega\sin\theta_i x/w) - \mathrm{j}\sin(k\omega\sin\theta_i x/\omega) = \sum_{i=0}^{5} C_i T_i(x/\omega) = \sum_{i=0}^{5} d_i U_i(x/\omega)$$

式中

$$C_0 = 1 + 0.5a_2 + 3/8a_4$$
$$C_1 = -\mathrm{j}\cos(k\omega\sin\theta_i + 3/4b_2 + 5/8b_4)$$
$$C_2 = 0.5(a_2 + a_4)$$
$$C_3 = -\mathrm{j}(1/4b_2 + 5/16b_4)$$
$$C_4 = 0.125a_4$$
$$C_5 = -\mathrm{j}/16b_4$$
$$d_0 = 1 + 1/4a_2 + 1/8a_4$$
$$d_1 = -\mathrm{j}\cos(1/2k\omega\sin\theta_i + 1/4b_2 + 5/32b_4)$$
$$d_2 = 1/4a_2 + 3/8a_4$$
$$d_3 = -\mathrm{j}/8(b_2 + b_4)$$

$$d_4 = 1/16a_4$$
$$d_5 = -\mathrm{j}/32b_4$$
$$b_2 = -0.16605(k\omega\sin\theta_i)^2$$
$$b_4 = 0.007661(k\omega\sin\theta_i)^4$$
$$a_2 = -0.49670(k\omega\sin\theta_i)^2$$
$$a_4 = -0.03705(k\omega\sin\theta_i)^4$$

由此可得文献[22]的电流展开系数为

$$J_0 = \mathrm{j}4/[nk\omega(c+\ln(k\omega)/4)]$$
$$J_n = \mathrm{j}(2n)/(\eta k\omega),\quad n = 0,1,\cdots,5$$
$$E_z^s = -(k\eta)/4\sqrt{2}/\pi \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}/\sqrt{kr}\int_{-\omega}^{\omega} J_z(x')\mathrm{e}^{\mathrm{j}kx'}\mathrm{d}x$$

同样可得 TE 波的电流展开系数和散射远场。

考虑另外一种激励,即线源激励的情况可以采用 4.6.5 节的理论求出,这时 c_i,d_i 由于 $2\omega<0.1\lambda$ 导致 $q\ll 1$,可以用马丢函数的小 q 展开式计算马丢函数的傅里叶系数。由文献[30]有

$$\begin{aligned}\mathrm{Ce}_0(z,q) &= 2^{-\frac{1}{2}}\left[1-q/2\cos 2z+q^2\left(\frac{\cos 4z}{32}-\frac{1}{16}\right)-q^3\left(\frac{\cos 6z}{1152}-\frac{11\cos 2z}{128}\right)\right]\\ &= 2^{-\frac{1}{2}}(1-q^2/16)-2^{-\frac{1}{2}}\left(q/2+\frac{11q^3}{128}\right)\cos 2z\\ &\quad +2^{-\frac{1}{2}}q^2/32\cos 4z-2^{-\frac{1}{2}}q^3\ \frac{1}{1152}\cos 6z\end{aligned}$$

由此得出的傅里叶系数可用于径向马丢函数的计算。

4.6 导体条带积分方程的解

在自由空间和有介质分界面的条带散射问题是一个理论上和应用上都有重要意义的问题,有关的研究工作很多[30]。几乎所有的解析和数值方法都用来解决过这个问题,本书只讨论奇异积分方程法在条带散射中的应用,如前所述,由于最近几年来,高频渐近解的研究非常深入[31]。因此仅需讨论窄带宽的情况。我们的工作主要是针对文献[32]和[33]的工作来展开。

4.6.1 第一类奇异积分方程的直接解

二维 E 波散射的条带积分方程为

$$\int_{-\omega}^{\omega} f_1(x)H_0^{(2)}(k\,|\,x-x'\,|)\mathrm{d}x' = g_1(x),\quad |\,x\,|\leqslant\omega \tag{4.21}$$

式中,2ω 为条带宽度;$H_0^{(2)}(k|x-x'|)$ 为零阶第二类汉克尔函数;$f_1(x)$ 为待定未知数;$g_1(x)$ 为激励项。由于条带边缘的奇异性,可设 $f_1(x)$ 具有形式

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{x}{\omega}\right)^2}}\sum_{n=0}^{\infty} a_n T(x/\omega) \tag{4.22}$$

关键是 $H_0^{(2)}(k|x-x'|)$的处理，文献[32]是直接利用 $H_0^{(2)}(k|x-x'|)$的级数展开式，文献[33]是利用 $H_0^{(2)}(k|x-x'|)$的切比雪夫多项式解。作者认为，文献[33]的处理是巧妙的，但为了其解能方便地用于时域研究，改用可见于诸多文献的零阶汉克尔函数的多项式逼急公式[30~34]更好。

$$H_0^{(2)}(k \mid x-x' \mid) = \sum_{i=0}^{M} a_i k^{2i} \mid x-x' \mid^{2i} + \mathrm{j}\sum_{i=0}^{M} b_i k^{2i} \mid x-x' \mid^{2i} \ln \mid x-x' \mid \alpha k \tag{4.23}$$

式中 a_i，b_i 及 α 为常数。a_i，b_i 的值与考虑的区间即条带的宽度有关，也与所要求的精度有关，当 $k\cdot 2\omega<\pi$ 即带宽小于 $\lambda/2$ 时，$M=6$ 即可，当 $k\cdot 2\omega<8$ 即带宽为 1.3λ 时，$M=12$ 即可。

现在将式(4.23)展开成第一类切比雪夫多项式的乘积形式[33]，为此，先作变量代换

$$x'=\omega t,\quad x=\omega t,\quad -1\leqslant t,\quad t_0\leqslant 1$$

则式(4.21)变成

$$\int_{-1}^{+1} H_0^{(2)}(k\omega \mid t-t_0 \mid) f_1(t)\mathrm{d}t = g_1(\omega t_0),\quad \mid t_0 \mid \leqslant 1 \tag{4.24}$$

则式(4.23)变成

$$H_0^{(2)}(kw \mid t-t_0 \mid) = \sum_{i=0}^{M} a_i (k\omega)^{2i} \mid t-t_0 \mid^{2i} + \mathrm{j}\sum_{i=0}^{M} b_i (k\omega)^{2i}[\ln \alpha k\omega + \ln \mid t-t_0 \mid] \tag{4.25}$$

为了不引入过多的符号，将仍以变量 x'，x 记 t_0，t，因而积分方程变成式(4.21)，只是由于这时 $\omega=1$，也就是说只在[−1,1]区间讨论问题。不失一般性，本章后面部分都将采用这一策略，不再说明。因此 $H_0^{(2)}(k|x-x'|)$有展开式

$$\begin{aligned} H_0^{(2)}(k \mid x-x' \mid) &= \sum_{i=0}^{M} a_i (k\omega)2i \mid x-x' \mid^{2i} + \mathrm{j}\sum_{i=0}^{M} b_i \ln \alpha k \mid x-x' \mid^{2i} (k\omega)^{2i} \\ &\quad + \mathrm{j}\sum_{i=0}^{M} b_i \mid x-x' \mid^{2i} (k\omega)^{2i} \ln \mid x-x' \mid,\quad \mid x-x' \mid \leqslant 1 \end{aligned} \tag{4.26}$$

为了利用文献[33]的成果，进一步将(4.26)展开成

$$\begin{aligned} H_0^{(2)}(k \mid x-x' \mid) &= \sum_{i=0}^{M} a_i (2k\omega)^{2i} \left(\frac{x-x'}{2}\right)^{2i} + \mathrm{j}\sum_{i=0}^{M} b_i (2k\omega)^{2i} \left(\frac{x-x'}{2}\right)^{2i} \\ &\quad + \mathrm{j}\sum_{i=0}^{M} b_i \left(\frac{x-x'}{2}\right)^{2i} (2k\omega)^{2i} \ln \mid x-x' \mid \end{aligned} \tag{4.27}$$

设

$$H_0^{(2)}(k \mid x-x' \mid) = 4\sum_{i=0}^{M} \delta_n \delta_m k_{nm} T_n(x) T_m(x')$$

则

$$\begin{cases} k_{nm}^{-2} = \dfrac{1}{\pi^2}\displaystyle\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1} H_0^{(2)}(k \mid x-x' \mid) T_m(x) T_m(x') \omega(x) \omega(x') \mathrm{d}x \mathrm{d}x' \\ \omega(x) = 1/\sqrt{1-x^2} \end{cases} \tag{4.28}$$

文献[33]已求出

$$C_{nm}^{l}=\pi^{-2}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\ln\mid x-x'\mid T_{l}(\frac{x-x'}{2})T_{n}(x)T_{m}(x')\omega(x)\omega(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

$$D_{nm}^{l}=\pi^{-2}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}T_{l}(\frac{x-x'}{2})T_{n}(x)T_{m}(x')\omega(x)\omega(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

的计算递推公式,并已从数值上证实了算法的稳定性。利用公式

$$x^{n}=\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{k=0}^{[\frac{n}{2}]}\frac{n!}{k!(n-k)!}T_{n-2k}(x),\quad T_{0}=\frac{1}{2}\tag{4.29}$$

可以得出 $H_0^{(2)}(k|x-x'|)$的切比雪夫多项式展开。这样得到的数值结果,其数值稳定性是有保证的。然而通过式(4.29)换算增加了计算量。采用式(4.26),并重新定义

$$C_{nm}^{l}=\pi^{-2}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\ln\mid x-x'\mid(x-x')^{l}T_{n}(x)T_{m}(x')w(x)w(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

$$D_{nm}^{l}=\pi^{-2}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}T_{l}\ (x-x')^{l}T_{n}(x)T_{m}(x')w(x)w(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

则有[33]

$$\begin{cases}C_{nm}^{0}=\begin{cases}-(2\lambda_{n}\delta_{n})^{-1}, & n=m\\0, & n\neq m\end{cases} & (4.30)\\D=\begin{cases}1, & n=m\\0, & n\neq 0\text{ 或 }m\neq 0\end{cases} & (4.31)\end{cases}$$

令 C_{nm}^{l},D_{nm}^{l}为 R_{nm}^{l},利用递推公式

$$xT_{k}=(T_{k+1}-T_{|k-1|})/2,\quad k\geqslant 0$$

则

$$\begin{cases}R_{nm}^{1}=(R_{n+1,m}^{0}+R_{|n-1|,m}^{0}-R_{n,m+1}^{0}-R_{n,|m-1|}^{0})/4\\R_{nm}^{l+1}=(R_{n+1,m}^{l}+R_{|n-1|,m}^{l}-R_{n,m+1}^{l}-R_{n,|m-1|}^{l})/2\end{cases}\tag{4.32}$$

关于递推算法的具体细节可以在文献[33]中找到。这里仅简述如下:因为仅需要元素 R_{nm}^{l},$0\leqslant n,m\leqslant N$($N$ 为展开式(4.22)中截断的项数减 1),所以对 R_{nm}^{M} 的 n,m 满足 $n\geqslant 0,m\leqslant N+1$,而且 l 为偶数时,R_{nm}^{l}是对称矩阵元素,且除了对角线上的元素不为零外,所有斜对角线以上的元素为零。

将 $q(x)$ 展开成切比雪夫多项式的级数,$g\sim\sum_{n=0}^{\infty}\delta_{n}^{0}b_{n}T_{n}$,最后得到矩阵方程

$$\sum_{n=0}^{N}K_{nm}a_{n}=-b_{n}/2,\quad 0\leqslant n\leqslant N\tag{4.33}$$

4.6.2 第一类奇异积分方程的正则解

由于零阶汉克尔函数中含有对数奇异性,可以将这个对数奇异性提出来,而采用对数奇异核积分方程的严格正则化程序,将其转化成第二类积分方程,再求解[35,36]。Tsalamengas等认为,零阶汉克尔函数太复杂,正则化程序太繁,而实际上式(4.23)的方法并不繁,在式(4.23)中减去 $\mathrm{j}\ln|x-x'|$(注意到了 $J_0(x)$的逼近式)

$$\overline{H}(|x-x'|)=H_{0}^{(2)}(k|x-x'|)-\mathrm{j}\ln|x-x'|\tag{4.34}$$

而且第一阶汉克尔函数也有多项式逼近式。所以文献[33]的理论可以用。

4.6.3　条带对称性的利用

众所周知，条带具有左右对称性，因此可以将 $g_1(x)$ 写成

$$g_1(x)=[g_1(x)+g_1(-x)]/2+[g_1(x)-g_1(-x)]/2 = g_1'(x)+g_1''(x) \tag{4.35}$$

式中，$g_1'(x)$ 为偶函数，$g_1''(x)$ 为奇函数。由于条带的对称性，$f_1(x)$ 也同样具有对称性，即当激励为 $g_1'(x)$ 时

$$f_1(x)=f_1'(x)=\sum_{n=0}^{\infty}[a_{2n}T_{2n}(x)]/\sqrt{1-x^2} \tag{4.36}$$

当激励为 $g_1''(x)$ 时

$$f_1(x)=f_1''(x)=\sum_{n=0}^{\infty}[a_{2n+1}T_{2n+1}(x)]/\sqrt{1-x^2} \tag{4.37}$$

这样做的优点在于将矩阵的阶数降低一半，在计算上的优势是显然的，尽管这一特性并不是什么新发现，但在采用整域基函数的文献中并不多见。这一技术可以用于本章讨论的所有条带散射问题，不再一一说明。

4.6.4　第一类奇异积分微分方程的解

H 波条带散射的积分，微分方程为

$$(\mathrm{d}^2/\mathrm{d}x^2+k^2)\int_{-1}^{+1}f_2(x')H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)\mathrm{d}x'=g_2(x),\quad \mid x\mid\leqslant 1 \tag{4.38}$$

式中，$f_2(x')$ 为待求未知量；$g_2(x)$ 为激励项。$f_2(x')$ 可以展开成

$$f_2(x')=\sqrt{1-x^2}\sum_{n=0}^{\infty}b_nU_n(x) \tag{4.39}$$

式中，$U_n(x)$ 为第二类切比雪夫多项式。

$$H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\bar{K}_{nm}U_m(x)U_n(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

$$\bar{K}_{nm}=4/\pi^2\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-x^2}\ \sqrt{1-x'^2}U_m(x)U_n(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x' \tag{4.40}$$

由式

$$\sqrt{1-x^2}U_n(x)=1/\sqrt{1-x^2}[T_n(x)-T_{n+2}(x)]$$

$$\bar{K}_{nm}=K_{nm}+K_{(n+2)(m+2)}-K_{n(m+2)}-K_{(n+2)m} \tag{4.41}$$

当然这样得到的还不是矩阵的元素，定义矩阵元素为 H

$$H_{nm}=1/\pi^2\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}(\mathrm{d}^2/\mathrm{d}x^2+k^2)H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)\sqrt{1-x^2}\ \sqrt{1-x'^2}U_n(x)U_m(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

$$=\sum_{l=0}^{M}C_{nm}^l+D_{nm}^l+E_{nm}^l$$

$$C_{nm}^l=1/\pi^2\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}(\mathrm{d}^2/\mathrm{d}x^2+k^2)(x-x')^{2l}\sqrt{1-x^2}\ \sqrt{1-x'^2}U_n(x)U_m(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

$$=1/\pi^2\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}[2\mathrm{j}(2\mathrm{j}-1)(x-x')^{2l}+(x-x')^{2l}k^2]$$

$$\cdot \sqrt{1-x^2}\ \sqrt{1-x'^2}U_n(x)U_m(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x'$$

$$D_{nm}^l = 1/\pi^2\int_{-1}^{+1}(\mathrm{d}^2/\mathrm{d}x^2)\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-x'^2}\ln\mid x-x'\mid(x-x')^{2l}U_m(x')\mathrm{d}x'U_n(x)\mathrm{d}x$$

$$D_{nm}^0 = \begin{cases}1/2\cdot(n+1), & n=m\\ 0, & n\neq m\end{cases}$$

$$D_{nm}^l = [D_{n+1,m+1}^{l-1}+D_{n+1,m-1}^{l-1}+D_{n-1,m+1}^{l-1}+D_{n-1,m-1}^{l-1}]/2 \tag{4.42}$$

$$E_{nm}^l = 1/\pi^2\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\ln\mid x-x'\mid(x-x')^{2l}\sqrt{1-x^2}\ \sqrt{1-x'^2}U_m(x)U_n(x')\mathrm{d}x\mathrm{d}x' \tag{4.43}$$

C_{nm}^l,E_{nm}^l可以按照$\bar{K}_{nm}$的方法处理。

要得到其正则解,也是可以的,二阶汉克尔函数的逼近多项式可由零阶和一阶得到(虽然顺递推公式有较大的误差,但递推一次还是可以的),仿照文献[35],容易写出其正则解的矩阵方程。

4.6.5 关于激励项的展开问题

本节将讨论常见的平面波和线源激励这两种情况下,其展开系数的计算,对于平面波,比较简单,即

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx\sin\theta}=\cos kx\sin\theta-\mathrm{j}\sin kx\sin\theta,\quad |kx|<\pi \tag{4.44}$$

利用文献[34],可以分别将带宽为$\lambda/2$和λ时的入射场展开成切比雪夫多项式,值得指出,这里给出的表达式虽是从切比雪夫级数展开的公式得到,但是,由于$\cos x$,$\sin x$在解析上的良好形态,所以实际上是对$\sin x$和$\cos x$的逼近式,因而可以方便地转化成各种正交多项式[30]。特别地,设

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nT_n(x)=\sum_{n=0}^{\infty}b_nU_n(x) \tag{4.45}$$

则

$$\begin{aligned}b_n &= 2/\pi\int_{-1}^{+1}U_n(x)\sqrt{1-x^2}f(x)\mathrm{d}x\\ &= 1/\pi\int_{-1}^{+1}[T_n(x)-T_{n+2}(x)f(x)]/\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x\\ &= \lambda_n - a_{n+2}\end{aligned} \tag{4.46}$$

关于线源激励,问题稍微复杂一些,采用已经建立的小q理论,容易将线源在椭圆柱坐标系下用马丢函数展开,事实上[36]

$$\begin{aligned}H_0^{(1)}(KR) =& 4[\sum_{m=0}^{\infty}1/M_m^eS_{e_m}(h,\cos\theta_0)S_{e_m}(h,\cos\theta_0)\\ &\cdot J_{e_m}(h,\cosh u)H_{e_m}(h,\cosh u)+\sum_{m=1}^{\infty}(1/M_m^e)S_{o_m}(h,\cos\theta_0)]\\ &\cdot S_{o_m}(h,\cos\theta)\cdot J_{o_m}(h,\cosh u)H_{o_m}(h,\cosh u)\end{aligned} \tag{4.47}$$

注意到

$$x=\cos\theta$$
$$T_m(x)=\cos m\theta$$

$$U_n(x)=\sin(n+1)\theta/\sin\theta$$

$$\mathrm{d}x=-\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

同时注意到本节关于对称性的讨论，因而在

$$A_m T_{2m}(x)+B_m T_{2m+1}(x)+C_m U_{2m}(x)+D_m U_{2m+1}(x) \tag{4.48}$$

中，A_m 仅与式(4.47)中 $\sum S_{e_{2m}}$ 有关，B_m 仅与 $\sum S_{e_{2m+1}}$ 有关，而 C_m 仅与 $\sum S_{o_{2m+1}}$ 有关，D_m 仅与 $\sum S_{o_{2m}}$ 有关，例如

$$A_m = 4\sum_{n=0}^{\infty} 1/M_m^e B_{i_m}(be_{2m},h)$$

式中，$B_{i_m}(be_{2m},h)$表示特征值为 be_{2m}的偶马丢函数的第 m 项系数。

本节的讨论是有趣的，以往似乎没有人这样讨论马丢函数理论与积分方程理论之间的联系。

4.6.6　特征模理论

本节关于第一类奇异积分方程和第一类奇异积分微分方程的理论，对于矩阵元素计算的技巧，容易用于条带的特征模理论[23,24]，而且这样建立的特征模理论比文献[23]、[24]的要好，因为从文献[32]可以看出，基于奇异积分方程的方法，其收敛的速度远远快于分段基函数的收敛速度，而且精度要高得多。特别是采用了本书的对称性考虑之后，对于宽带小于 λ 的情形，三至七阶矩阵就行，矩阵的填满时间由于$(K_{nm})_{N\times N}$矩阵的特殊性，大大地缩短了。就精确性而言由于无论矩阵元素还是激励项都解析求出，而且求广义特征值的矩阵阶数也比较小，因而，理论误差和数值误差都将减小。

4.6.7　不同介质半空间的条带散射

关于不同介质半空间槽的理论，根据 Harrington 的广义导抗公式[23]，本节理论推广到这里没有任何困难。

关于条带位于两介质的巨波散射问题，其基本积分方程为[32]

$$\begin{aligned}&(\omega/4u_0)\int_{-w}^{w}[\varepsilon_0/(\varepsilon_0-\varepsilon)][H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)+H_2^{(2)}(k_1\mid x-x'\mid)]\\&\quad+[\varepsilon_0/(\varepsilon_0-\varepsilon)][H_0^{(2)}(k_1\mid x-x'\mid)+H_2^{(2)}(k_1\mid x-x'\mid)]J_y(x')\mathrm{d}x'\\&=E_0(1+T)\exp(-\mathrm{j}k_0 s\sin\psi)\end{aligned} \tag{4.49}$$

$$\Gamma=(\cos\psi-\sqrt{\varepsilon}-\sin\psi)/(\cos\psi+\sqrt{\varepsilon}-\sin\psi)$$

$$\varepsilon_r=\varepsilon_1/\varepsilon_0,\quad k_1=k_0\sqrt{k_r}$$

考察

$$\varepsilon_0 H_2^{(2)}(k|x-x'|)-\varepsilon_1 H_2^{(2)}(k_1|x-x'|)$$

的奇异性，仅须考察

$$\varepsilon_0 Y_2(k|x-x'|)-\varepsilon_1 Y_2(k_1|x-x'|)$$

由文献[34]方程

$$\begin{aligned}Y_2(x)&=(2/x)Y_1(x)-Y_0(x)\\&=(2/x)[(2/\pi)\ln xJ_1(x)-2/(\pi x)+(x/8)\sum a_{2r}T_{2r}(x/8)]\end{aligned}$$

知道,积分方程的核可以化成仅含对数项和多项式的形式,从而可以用本节理论进行分析,本节理论与文献[31]的高频渐近解析结合容易得到问题的时域解。

4.6.8 散射远场计算

根据文献[22]的公式,对 TE 激励有

$$E_z^s = -(k\eta/4)\sqrt{2/\pi}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-jk\rho}/\sqrt{k\rho}\int_{-w}^{w}J(x')e^{jkx'\sin\theta}dx' \tag{4.50}$$

对 TM 激励有

$$E_z^s = (k/4)\sqrt{2/\pi}e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\theta e^{-jk\rho}/\sqrt{k\rho}\int_{-w}^{w}J_x(x')e^{jkx'\sin\theta}dx' \tag{4.51}$$

文献上除了我们最近的论文[29]外,都是将散射场用贝塞尔函数表示,贝塞尔函数不是初等函数,计算复杂,按照文献[29]的思路,将

$$\begin{aligned} e^{jkx'\sin\theta} &= \cos kx'\sin\theta + j\sin kx'\sin\theta \\ &= \sum_{i=0}^{M}a_iT_i(x'/w) = \sum_{i=0}^{M}b_iU_i(x'/w) \end{aligned} \tag{4.52}$$

利用切比雪夫多项式的正交性有

$$E_z^s = -(k\eta/4)\sqrt{2/\pi}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-jk\rho}\left[\sum_{i=1}^{M}a_iw/(\pi\cdot 2) + a_0(w/\pi)\right]/\sqrt{k\rho} \tag{4.53}$$

$$H_z^s = (k/4)\sqrt{2/\pi}e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\theta^{-jk\rho}\sum_{i=0}^{M}b_i[w/(\pi\cdot 2)]/\sqrt{k\rho} \tag{4.54}$$

4.7 电阻、电导、阻抗和介质条带积分方程的解

如前所述,关于电阻、电导、阻抗和介质条带问题的讨论是最近几年的事情。关于电阻条带积分方程的解,则局限于用子域基函数求解。关于用整域基函数和边缘奇异性求解这些条带的积分方程问题似乎还未见公开报道。本章在这方面作了一些初步的工作,写下来供参考。

电阻条带的 E 极化积分方程是[14]

$$E_z^i = RJ_z(x) + (kz/4)\int_{-1}^{+1}J_z(x')H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)dx' \tag{4.55}$$

将电流 $J_z(x)$ 展开成

$$J_z(x) = \sum_{i=0}^{M}J_nT_n(x)/\sqrt{1-x^2} \tag{4.56}$$

代入式(4.55)得

$$\begin{aligned} E_z^i(x) &= R\sum_{n=0}^{M}1/\sqrt{1-x^2}J_nT_n(x) + (kz/4)\int_{-1}^{+1}\sum_{n=0}^{M}1/J_nT_n(x)H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)dx' \\ &= R\sum_{n=0}^{M}T_n(x)/\sqrt{1-x^2}J_n + (kz/4)\int_{-1}^{+1}\sum_{n=0}^{M}T_n(x')/\sqrt{1-x'^2}H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)dx' \end{aligned} \tag{4.57}$$

用权函数 $P_m(x)$($P_m(x)$为勒让德多项式)作用于式(4.57)得

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} J_n + D_{mn} J_n = g_m \tag{4.58}$$

$$C_{mn} = R\int_{-1}^{+1} \sum_{n=0}^{M} [T_n(x) P_m(x)] / \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x \tag{4.59}$$

由于[37]

$$P_n(\cos\theta) = \sum [1 \cdot 3 \cdots (2k-1) 1 \cdot 3 \cdots (2n-2k-1)] / [2k!(n-k)!] \cdot \cos(n-2k)\theta$$

所以

$$C_{mn} = \delta_{mn} R \times (1/2)[1 \cdot 3 \cdots (2k-1) 1 \cdot 3 \cdots (2m-2k-1)] / [2k!(m-k)!] \Big|_{k=\frac{n-m}{2}}$$

$$D_{mn} = (k^2/4)\int_{-1}^{+1} P_m(x) \int_{-1}^{+1} H_0^{(2)}(k\,|\,x-x'\,|) T_n(x') / \sqrt{1-x'^2}\,\mathrm{d}x'$$

而由 4.6 节知

$$H_0^{(2)}(k\,|\,x-x'\,|) = \sum_{i=0}^{M} a_i T_i(x') f_{M-2}(x) \ln|\,x-x'\,| + \sum_{i=0}^{M} b_i T_i(x') g_{M-i}(x)$$

式中，$f_{M-2}(x)$，$g_{M-i}(x)$为 x 的$M-i$ 次多项式。所以

$$\begin{aligned}
&\int_{-1}^{+1} H_0^{(2)}(k\,|\,x-x'\,|) T_n(x') / \sqrt{1-x'^2}\,\mathrm{d}x' \\
&= \sum_{i=0}^{M} a_i \int_{-1}^{+1} (T_{n+i} + T_{|n-i|}) T_n(x') / 2\sqrt{1-x^2} \ln|\,x-x'\,|\,\mathrm{d}x' \\
&\quad + b_n g_{M-n}(x) \cdot \pi
\end{aligned}$$

又由积分式

$$-(1/\pi)\int_{-1}^{+1} P_m (1-x'^2)^{-\frac{1}{2}} T_n(x') \ln|\,x-x'\,|\,\mathrm{d}x' = \begin{cases} \ln 2, & n=0 \\ 1/n T_n(x), & n=1,2\cdots \end{cases}$$

至此，仿照式(4.57)的处理，可以将 D_{mn}解析算出，至于 g_m 的处理，则利用 4.6 节的讨论，将切比雪夫多项式化成勒让德多项式就行。

H 极化波被电阻条带绕射的标准积分方程是[14,15]

$$E_x^i = RJ_x(x) - \lim_{y \to 0}(z/4k)\partial^2/\partial y^2 \int_{-1}^{+1} J_x(x') H_0^{(2)}(k\sqrt{(x-x')^2+y^2})\,\mathrm{d}x' \tag{4.60}$$

由于$\int_{-1}^{+1} J_x(x') H_0^{(2)}[k\sqrt{(x-x')^2+y^2}]\,\mathrm{d}x'$ 满足二维波动方程，故式(4.60) 可化成

$$E_x^i = RJ_x(x) - (2/4k)[\partial^2/\partial x^2 + k^2]\int_{-1}^{+1} J_x(x') H_0^{(2)}(k\,|\,x-x'\,|)\,\mathrm{d}x' \tag{4.61}$$

由条带边缘的奇异性，可设

$$J_x(x) = \sqrt{1-x^2} \sum_{m=0}^{\infty} J_m U_m(x) \tag{4.62}$$

代入式(4.61)并将 $P_n(x)$作用于方程两边并积分得到

$$g_n = \sum_{m=0}^{\infty} J'_m C_{mn} + D_{mn}$$

$$C_{mn} = R\int_{-1}^{+1} \sqrt{1-x^2} P_n(x) U_m(x)\,\mathrm{d}x \tag{4.63}$$

由已知积分公式[37]

$$\int_0^{\pi} P_n(\cos\theta)\sin m\theta \mathrm{d}\theta$$

$$= 2[(m-n+1)(m-n+3)\cdots(m-n-1)]/[(m-n)(m-n+2)\cdots(m+n)]$$

如果 $m>n$ 且 m,n 是奇数,在其他情形积分值为零,可求出 C_{mn}。

$$D_{mn} = z/(4k)\int_{-1}^{+1}[\partial^2/\partial x^2 + k^2\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-x^2}U_m(x')H_0^{(2)}(k\mid x-x'\mid)\mathrm{d}x]P_n(x)\mathrm{d}x'$$

仿照处理导体条带的办法,这个积分也是可以解析处理的。

对于电导条带,可由二重性原理写出其解[12],而阻抗条带的解可由电阻和电导条带的解叠加得到,介质条带的解也可由电阻和电导条带的解得到,或通过解相似积分方程的办法得到。

参考文献

[1] 沈浩明. 电子科学学刊,1986,8(4):303.

[2] 胡汉南. 电子科学学刊,1986,8(4):303.

[3] 沈浩明. 瞬态电磁场. 应用科学学报,1987,5(2):95～103.

[4] Abramowitz M,Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions. National Bureau of Standard US, 1966:228～231.

[5] Ching,Kuang Tzuang C,Tatsuo Itob. IEEE Transaction on MIT,1987,35(8):697～704.

[6] Aeoman E,Felsen L B. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1985,33(7):706.

[7] Shirai H,Felsen L B. High frequency multiple diffraction by a flat Strip. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1986,34(9):1106～1112.

[8] Shirai H,Felsen L B. Modify GTD for generating complex reson for flat strip and disks. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1986,34:779～790.

[9] High frequency multiple diffraction by a flat strip. Ibid,1986,34(9):1106～1112.

[10] Chew W C,Wang Y M. Efficient ways to compute the vector addition theorem. Journal of Electromagnetic Waves and Applications,1993,7(5):651～665.

[11] Shirai H,Felsen L B. Wavefront and resonance analysis of scatleving by a conducting strip IEEE. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1986,34(10):1196～1207 .

[12] Herman M I,Volakis J L. High frequency scattering by a resistive strip and extensions to conductive and impedance strips. Radio Science,1987,22:335～349.

[13] High frequency scattering from polygonal impedance cylinder and strip. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1988,36(5):679～689.

[14] Senior T B A,Volakis J L. Sheet simulation of thin dielectric layer. Radio Science,1987,22(7):1261～1272.

[15] Volakis J L. High frequency scattering by a thin material half plane and strip. Ibid,1988,23(3):450～462.

[16] Shamansky H T,Domined A K,Peters L J R. Electromagnetic scattering by a straight thin wire. IEEE Transactions on Antenna and Propagation,1989,37:1019～1025.

[17] Bowman J J T,Senior B A,Uslenghi P L E. Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes. New York:Wiley,1969.

[18] 现代工程数学手册编委会. 现代工程数学手册(第一卷). 武汉:华中工学院出版社,1985.

[19] Braver I M, Fridberg P S, Garb K L, et al. The behavior of electromagnetic field near the edge of resistive half plane. Ibid, 1988, 36(12): 1760～1767.

[20] Pond J M, Kvowne C M, Carter W L. On the application of complex resistive boundary conditions to mode transmission lines cinsisting of very thin saperlonductocs. IEEE Transactions on MIT, 1989, 37(1): 181～189.

[21] Senior T B A. Some extensions of Babinet's principle in EM theory. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1977, 25(3): 417～420.

[22] Butler C M. General solutions of the narrow strip (and slots) integral eqations. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1985, 33: 1085.

[23] Kabalan K Y, Harrington R F, Mautz J R, et al. Characteristic mode in a conducting plane, TM case. Ibid. 1987, 35: 331.

[24] Characteristic mode for slots in a conducting plane. Ibid, 1987, 35: 162.

[25] Cho Ki Y, Son H. Characteristic of aparallel plate, waveguide with a narrow slit in its upper plate. Electron Letters, 1986, 22(2): 1105～1106.

[26] Cho Ki Y. Analysis of a narrow slit in a parallel plate, transmission line E polavisation case. Ibid, 1987, 23(21): 1105～1106.

[27] Auda H A. Quasistatic characteristics of slotted rallel-plate waveguide. IEEE Proceedings, 1988, 135 (4): 256～262.

[28] Tsalamengas J L, Fikioris J G. Scattering of E polariged waves form conducting strips in the presence of a magnetically Uniaxial half space: a sinular integral equation approach. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1989, 37(10).

[29] Ren W, Lin W G, Xue L J. On the solution of narrow integral equations. //Proceedings of the ISRAMT 89, Beijing, 1989: 5～7.

[30] Abramowitg M, Stegun I A. Handbook of Mathematical Fwnetions.

[31] Buyukaksoy A, Uzgorer A. Secondary diffraction of a plane wave by a metallic wide strip residing on the plane interface of two dielectric media. Radio Science, 1987, 22(2): 183～191.

[32] Tsalamengas J L, Fikioris J A, Babili B T. Direct and effcients of integral equtions for scattering from strips and slots. Journal of the Applied Physics, 1989, 166(1): 69～80.

[33] Moss W F, Christensen M J. Scattering and heat transfer by a strip. Journal of Integral Equations, 1980, 4: 299～317.

[34] 曹立凡,史万明. 数值分析. 北京:北京工业学院出版社,1986.

[35] Fenkel A. External modes of two dimensional thin scatters. IEEE Proceedings, 1983, 130(3): 209～214.

[36] Morse P M, Feshbach H. Theoretical physics method, 1953: 1421.

[37] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论. 北京:科学出版社,1979: 309～311.

第五章　随机离散散射体的多散射理论

本章以一种统一的观点即有效场近似相干位的观点讨论了现有处理随机离散介质体多散射的自洽理论、矢量辐射传输理论和多散射波理论，并指出了现有理论的缺陷。

5.1 引　　言

我们知道，所有的自然现象，大致可以分为三类：第一类是确定性的；第二类是随机性的；第三类是模糊性的。事件 A 等于 0.9 是确定性的事件；A 的概率等于 0.9 是随机性的事件；A 以置信度 0.95 等于 0.9 为模糊性的。在处理随机问题时，与一个量在空间某点的值相比，我们更关心该量在该点的系综平均值，而把任意随机变量 ψ 分解成其平均值$\langle\psi\rangle$和起伏值 ψ_f，这里平均值$\langle\psi\rangle$是一确定性的量，ψ_f 为一随机变量。同样，我们往往也通过计算$\langle\psi_f\cdot\psi_f^*\rangle$来了解 ψ_f，$\langle\psi\rangle$称为 ψ 的相干分量，ψ_f 称为非相干分量。$\langle\psi_f\cdot\psi_f^*\rangle$称为 ψ_f 的二阶矩。

$$\psi=\langle\psi\rangle+\psi_f \tag{5.1}$$

$$\langle\psi_f\psi_f^*\rangle=\langle\psi\psi^*\rangle-\langle\psi\rangle\langle\psi^*\rangle \tag{5.2}$$

本章的着重点在于电场相干分量$\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle$的讨论，至于电场非相干分量的二阶矩$\langle\boldsymbol{E}_f(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}_f^*(\boldsymbol{r})\rangle$则根据文献[1]的办法用变形 Born 近似计算，这种近似相当于考虑相干场的单散射。在相干分量的讨论中，重点又在随机介质等效介电常数，因为由文献[1]可知，求出等效介电常数之后，相关(我们认为相关与相干具有相同的意义，英文中为同一个词，在光学上常称为相干，在电磁学上常称为相关)电磁场可以非常容易地算出，在介质的随机性方面，我们也仅处理所谓均匀随机介质，也就是说在我们所关心的区域，随机粒子的密度是一个常数。按照 Ishimaru 的分类[2]，随机介质大致可以分成三类：第一类是连续随机介质，如大气湍流；第二类是离散散射体，如颗粒介质；第三类是粗糙面。本章几乎只讨论离散散射体的问题，偶尔提到连续随机介质和粗糙面。

按照粒子的密度来分类，颗粒介质又常常分为稀疏和致密两大类。自然界中很多随机介质是稀疏的，如树叶、尘埃、小雨的雨滴等。地球物理介质多为致密介质，它们通常是不同物质的混合体，每一种物质占据一定的部分体积，该体积与空间整个体积之比称为该物质的占空比。例如，“干雪”由冰和空气混合而成。“干雪”中冰的占空比在0.1～0.4之间。冰的介电常数为 $2\varepsilon_0$，这与空气的介电常数 ε_0 明显不同。“湿雪”中多出一个成分水，它的介电常数为 $80\varepsilon_0$，其占空比在0～0.1之间。岩石由岩石颗粒和充有空气或水的孔隙组成，孔隙的占空比在0～0.4之间。由于全极化雷达、合成孔径雷达以及机载和星载遥感技术的发展，人们对致密介质的研究兴趣越来越浓。对于稀疏和致密介质，其研究方法是不同的。对于稀疏介质，由于颗粒位置之间的相关性不强，乃至可以忽略，因而可以用比较简单的近似方法，如有效场近似(有效场近似假设作用在每一个颗粒上的多散射入射场就等于介质内的平均场，实际上，每一个粒子的多散射入射场等于外加场加上除该粒子以

外的所有其他粒子的多散射场，是一个非常难以确定的量)。另外由于粒子比较稀疏，介质的等效介电常数也与背景介质的介电常数没有明显的不同。致密介质必须考虑颗粒位置的相关性和介质等效介电常数与背景介质明显不同的影响。因而必须采用准晶近似(准晶近似假设当介质中一个粒子固定以后，其他粒子的场与没有粒子固定时的相同，也就是说，准晶近似只考虑粒子之间位置的相关性，而不考虑粒子之间场的相关性)和准晶近似相干位(由于粒子密度很高，等效介电常数与背景介质明显不同，从而粒子之间的波不是以背景介质中的波数而是以等效介质中的波数传播)。

研究随机颗粒介质电磁散射的方法很多，在一章的篇幅内细致地讨论各种方法是不可能的，因此仅以目前比较流行的强扰动理论、矢量辐射传输理论和多散射理论为研究对象。当然，很多细节只得略去。以前，这三种理论是相互独立的，我们试图找出它们的联系，并以一种统一的观点来展开随机离散散射体的多散射理论。

按照粒子的大小(电尺寸 ka)，或者说所研究问题的频段来分，粒子又可以分为小粒子($ka<1$)、中等粒子($ka<60$)和大粒子($ka>60$)。对于大粒子散射，人们已提出一些研究方法[2]，本章不拟介绍。对于小粒子，由于散射衰减可以忽略，因而可以应用经典的有效介电常数的混合公式。

5.2　混合物有效介电常数的自洽理论

5.2.1　静电学近似自洽理论

为了说明解决问题的思路，我们假设颗粒的形状均为球形，至于一般椭球单层和多层粒子的相应理论可在 Sihvola 和 Lindell 最近的论文中找到[3]。

设具有介电常数为 ε_1 的球状物分布在背景介质 ε_0 之中，这里 ε_0 可以不是自由空间的介电常数。设粒子的体密度为 n_0。随机介质的有效介电常数定义为

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_{\mathrm{eff}}\boldsymbol{E} \tag{5.3}$$

式中，$\boldsymbol{D}$ 为平均电位移矢量 $\boldsymbol{E}$ 为平均电场。按照静电学的定义

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P} \tag{5.4}$$

式中，$\boldsymbol{P}$ 为极化矢量。若每个散射体的偶极矩为 $\boldsymbol{P}$，则

$$\boldsymbol{P}=n\boldsymbol{p} \tag{5.5}$$

偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 依赖于粒子的极化特性和激励场$\boldsymbol{E}^e$，则

$$\boldsymbol{p}=\alpha\boldsymbol{E}^e \tag{5.6}$$

对球形粒子来说

$$\alpha=4\pi\varepsilon_0 a_1^3\,\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0} \tag{5.7}$$

式中，a_1 为粒子的半径。激励场不同于宏观场 $\boldsymbol{E}$，它们满足(对球形粒子)

$$\boldsymbol{E}^e=\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}/3\varepsilon_0 \tag{5.8}$$

从而有效介电常数为

$$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_0+3\varepsilon_0\,\frac{n_0\alpha}{3\varepsilon_0-n_0\alpha} \tag{5.9}$$

也可以写成

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}+2\varepsilon_0}=\frac{n_0\alpha}{3\varepsilon_0} \tag{5.10}$$

对球形粒子有

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}+2\varepsilon_0}=f_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0} \tag{5.11}$$

式中,f_1 为粒子的占空比。式(5.11)称为 Rayleigh 混合公式容易看出,该公式是自洽的,即当 $f_1=0$ 时,$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_0$,当 $f_1=1$ 时,$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_1$。

在导出式(5.11)时,假设了背景介质是无限的,因而这个公式只适用于稀疏分布粒子组成的混合物,也就是 f_1 较小的情形。对致密介质,Sihvola 提出自洽公式(经验公式)

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}+2\varepsilon_0+v(\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0)}=f_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0+v(\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0)} \tag{5.12}$$

式中,v 为待定常数。显然 $v=0$ 时,式(5.12)还原成式(5.11),当 $f_1=0$ 时,$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_0$,当 $f_1=1$ 时,$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_1$。而且当 f_1 很小时,由式(5.10)可见 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0$ 也很小,从而 $v(\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0)$ 也很小。将式(5.12)关于 f_1 展开可得

$$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_0+3\varepsilon_0\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0}f_1+3\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0}\right)^2\left(1+v\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0}\right)f_1^2+\cdots \tag{5.13}$$

由此可见,对所有的 v 值,常数项和线性项都是相同的。同样将 Rayleigh 混合公式关于 f_1 展开,可见常数项和一次项与式(5.13)相同。也就是说 Sihvola 的自洽公式在 f_1 很小时也自动还原成 Rayleigh 公式。

当取定 $v=0$,$v=2$,$v=3$ 时,可以得到前人用多种方法得到的混合公式。Sihvola 还讨论了其他一些混合物公式,并给出了一些比较。但未得到明确的结论。这是由于自然界的混合物实在太多了(这句话的意思是混合物的微观结构的种类很多,各成分的介质参数范围也各不相同),很难用一个公式包罗万象,但由 Sihvola 的论文可知,有很多个混合物公式可供选择,特别是 v 值可调,可使公式尽可能地与实测结果吻合。

5.2.2 强扰动理论

设在空间存在混合颗粒介质,其介电常数 $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ 是一个随机变量,介质中的电场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 满足方程

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-k_0^2\varepsilon(\boldsymbol{r})/\varepsilon_0\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=0 \tag{5.14}$$

式中,$k_0^2=w^2\mu_0\varepsilon_0$ 为背景介质中的波数;ε_0 为背景介质的介电常数。式(5.14)可以改写为

$$\boldsymbol{L}_g\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=k_0^2\Delta\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \tag{5.15}$$

$$\boldsymbol{L}_g=\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{I}-k_0^2\varepsilon_g/\varepsilon_0 \tag{5.16}$$

$$\Delta\boldsymbol{L}=[\boldsymbol{I}\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{r})-\varepsilon_g]/\varepsilon_0 \tag{5.17}$$

式中,ε_g 为一待定常数并矢。对式(5.15)两边取系综平均得

$$\boldsymbol{L}_g\cdot\boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r})=k_0^2\langle\Delta\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle \tag{5.18}$$

$$\boldsymbol{L}_g\cdot\boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r})=k_0^2\{\Delta\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\langle\Delta\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle\} \tag{5.19}$$

$$\boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r})=\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle \tag{5.20}$$

$$\boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) \tag{5.21}$$

当混合颗粒介质具有 N 种成分时，定义 N 个特征函数

$$H_i(\boldsymbol{r})=\begin{cases}1, & \text{如果 } r \text{ 于 } i \text{ 种成分所占域} \\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{5.22}$$

显然有

$$\sum_{i=1}^{N} H_i(\boldsymbol{r}) = 1 \tag{5.23}$$

$$H_i(\boldsymbol{r})H_j(\boldsymbol{r}) = H_i(\boldsymbol{r})\delta_{ij}, \quad i,j = 1,2,\cdots,N \tag{5.24}$$

$$\delta_{ij}=\begin{cases}1, & i=j \\ 0, & i\neq j\end{cases} \tag{5.25}$$

$$\langle H_i(\boldsymbol{r})\rangle = f_i \tag{5.26}$$

式中，f 为第 i 种成分的占空比。

利用 $H_i(\boldsymbol{r})$ 可以将式(5.18)～(5.19)写成

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) = k_0^2 \sum_{i=1}^{N} \langle \Delta\boldsymbol{L}_i \cdot H_i(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle \tag{5.27}$$

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^r(r) = k_0^2 \sum_{i=1}^{N} [\Delta\boldsymbol{L}_i \cdot H_i(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \langle \Delta\boldsymbol{L}_i \cdot H_i(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle] \tag{5.28}$$

$$\Delta\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{N} \Delta\boldsymbol{L}_i H_i(\boldsymbol{r}) \tag{5.29}$$

$$\Delta\boldsymbol{L}_i = (\boldsymbol{I}\varepsilon_i - \varepsilon_g)/\varepsilon_0 \tag{5.30}$$

由于特征函数的引入，式(5.27)、式(5.28)中的电场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 被局限在第 i 种成分内，改记这时的场为 $\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r})$，而由所有 N 成分的场构成整个空间的场。

$\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r})$ 称为第 i 种颗粒中的本地场，这种本地场与介质中的平均场 $\boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r})$ 是不相等的。事实上，在介质 ε_g 中由于引进介电常数为 ε_i 的细小介质颗粒而产生的电极化矢量为

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{I}\varepsilon_i - \varepsilon_g) \cdot \boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r}) \tag{5.31}$$

而 $\boldsymbol{E}_i$ 应由两部分源产生，一部分是除了 $\boldsymbol{P}$ 以外的所有源，它建立了介质中的电场 $\boldsymbol{E}$，另一部分源就是 $\boldsymbol{P}$，所以有

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{E} + \omega\mu_0 \iiint_{V_i - V_{ip}} \boldsymbol{G}_g(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \cdot \boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{P}/\varepsilon_0, V_{ip} \to 0 \tag{5.32}$$

式中，V_{ip} 是 V_i 的相似体；$\boldsymbol{G}_g$ 为介质 ε_g 中的电型并矢格林函数

$$\boldsymbol{L}_g(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \boldsymbol{I}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{5.33}$$

而 $\boldsymbol{S}_i$ 则为

$$\boldsymbol{S}_i = -\frac{\varepsilon_0}{4\pi\sqrt{|\varepsilon_g|}} \iint_{A_i} \nabla\left(\frac{1}{R_g}\right)\hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}A \tag{5.34}$$

式中，$|\varepsilon_g|$ 为 ε_g 的行列式 $R_g = \sqrt{\boldsymbol{R} \cdot \varepsilon_g^{-1} \cdot \boldsymbol{R}}$；$A_i$ 为第 i 种颗粒的外表面；$\hat{\boldsymbol{n}}$ 为外表面的外法线矢量；$\boldsymbol{R}$ 为从粒子内部到积分表面的矢量。值得指出的是，在式(5.34)中，将积分曲面 A_i 换成 A_i 的相似面，积分值是不变的。换句话说，将 V_{ip} 换成 V_i，$\boldsymbol{S}_i$ 的值也是不变的。由于在我们考虑的问题中 V_i 是很小的，因而满足静电学近似，从而在式(5.32)中将 V_{ip} 变成 V_i 后有

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{E} + \omega\mu_0 \iiint_{V_i} [\boldsymbol{G}_g - \boldsymbol{G}_0] \cdot \boldsymbol{P} \mathrm{d}\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{P}/\varepsilon_0 \quad k \to 0 \tag{5.35}$$

显然,式(5.35)中的积分在 V_i 很小时可忽略,从而

$$\boldsymbol{E}_i = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta\boldsymbol{L}_i)^{-1} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \tag{5.36}$$

将式(5.36)代入式(5.27)、式(5.28)得

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) = k_0^2 \sum_{i=1}^{N} \langle \Delta\boldsymbol{L}_i \cdot H_i(\boldsymbol{r}) [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta\boldsymbol{L}_i]^{-1} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \rangle \tag{5.37}$$

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) = k_0^2 \sum_{i=1}^{N} \{ \Delta L_i \cdot H_i(\boldsymbol{r}) [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta\boldsymbol{L}_i]^{-1} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \langle \Delta\boldsymbol{L}_i \cdot H_i(\boldsymbol{r}) [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta\boldsymbol{L}_i]^{-1} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \rangle \} \tag{5.38}$$

令

$$\xi_i = \Delta\boldsymbol{L}_i \cdot [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta\boldsymbol{L}_i]^{-1} = \frac{\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})} \tag{5.39}$$

$$\xi(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} \xi_i H_i(\boldsymbol{r}) \tag{5.40}$$

式(5.37)、式(5.38)可以写成

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) = k_0^2 \langle \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \rangle \tag{5.41}$$

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) = k_0^2 [\xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \langle \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \rangle] \tag{5.42}$$

由强扰动理论[4],应令

$$\langle \xi(\boldsymbol{r}) \rangle = 0 \tag{5.43}$$

式(5.43)决定了 ε_g 的取值。利用式(5.43)将式(5.41)、式(5.42)写成

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) = k_0^2 \langle \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) \rangle \tag{5.44}$$

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) = k_0^2 [\xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) + \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) - \langle \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \rangle] \tag{5.45}$$

采用变形 Born 近似[1],即设

$$\xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) \gg \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) - \langle \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) \rangle \tag{5.46}$$

这是可以理解的,由于 $\langle \xi(\boldsymbol{r}) \rangle = 0$,所以 $\xi = \xi^r$,式(5.46)左边的项都是二阶扰动项,如果 ξ^r 为一阶扰动项的话。故式(5.43)变成

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r}) = k_0^2 \xi(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) \tag{5.47}$$

由式(5.47)可见,如果建立非相关场 $\boldsymbol{E}^r(\boldsymbol{r})$ 的积分方程的话(利用 $\boldsymbol{G}_g$),变形 Born 近似实际是假设非相关场等于相干场在 ε_g 中的单散射场的叠加,这就是变形 Born 近似的实质。

在式(5.44)、式(5.47)中有 ξ 的地方减去 $\langle \xi(\boldsymbol{r}) \rangle = 0$,经过一些化简得[5]

$$\boldsymbol{L}_g \cdot \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}) - k_0^4 \sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{N} \int_{V-V_i} \xi_j \cdot \boldsymbol{G}_g(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') \cdot \xi_i R_{ij}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') \boldsymbol{E}^m(\boldsymbol{r}') \mathrm{d}r' = 0 \tag{5.48}$$

$$R_{ij}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') = \langle H_j(\boldsymbol{r}) H_i(\boldsymbol{r}') \rangle - f_i f_j \tag{5.49}$$

式(5.48)为平均电磁波在混合颗粒介质中传播的 Dyson 方程。$\boldsymbol{R} = [R_{ij}]_{N \times N}$ 为 N 成分混合颗粒介质的相关函数矩阵。

以上推导过程有两点值得注意,一是由式(5.15)可以直接建立积分方程

$$\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{E}^{\mathrm{in}} + \omega\mu_0 \int \boldsymbol{G}_g \cdot \boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}') \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{5.50}$$

式中,$\boldsymbol{P}$ 由式(5.31)定义;$\boldsymbol{E}^{\text{in}}$为第 i 种颗粒中的一个多散射入射场。从而可见,在强扰动理论的推导过程中实际上假设了多散射入射场 $\boldsymbol{E}^{\text{in}}$等于介质中的平均场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$,也就是说作了有效场近似。进一步,由于有效场近似是在等效介质 ε_g 中作出的,因而实际上是一种严格的相干位有效场近似。二是在上面的推导中,没有对背景介质作单独的处理,实际上,背景介质和第 i 种颗粒在强扰动理论中所处的位置是不同的,但是,当仅有一种颗粒,或者说二种成分时,由于所取的 V_{ip} 为 V_i 的相似体,更由于 Born 和 Wolf 在其《光学原理》一书中关于互补结构的讨论[6],使得在 ξ_i 的定义式(5.39) 中的$\boldsymbol{E}_i/\boldsymbol{E}$ 不变,所以以上推导可以不加修改地适用于这种情形。当$N>2$时由于颗粒形状各异(在静电学近似下,颗粒的尺寸对结果没有影响),从而挖出的小体积 V_{ip} 也互不相同,因而对于背景介质,就有 $N-1$ 种不同的$\boldsymbol{S}_i$,设背景介质的占空比为 f_N,则$\langle\xi\rangle=0$的方程在这种情形下应改写为

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\xi_i + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{f_i f_N}{1-f_N}\xi_{iN} = 0 \tag{5.51}$$

$$\xi_{iN} = \Delta \boldsymbol{L}_N \cdot [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta \boldsymbol{L}_N]^{-1} \tag{5.52}$$

这里给出的对背景介质的解释和处理似乎是比较合理的。金航在其博士学位论文中也给出了不同的解释[5]。作者认为,对颗粒介质来说,背景介质是难以用具体形状来代表的那一种成分,而其他成分都容易根据粒子的形状来描述。

随着复合材料和隐身技术的发展,含各向异性颗粒的材料也得到了广泛应用,贾宝富在其博士学位论文中研究了含各向异性颗粒的随机介质的等效结构参数[7]。

实际上,由前面的理论,对本构关系中电磁场不耦合的介质,可以将问题分成两个问题求解,即等效介电常数 ε_g 与等效磁导率 μ_g 的求解,对每一种情况,可以借用前面的理论,而不需要进行重新推导,这是由于在介质 ε_g,μ_g 中静态并矢格林函数没有将 ε_g,μ_g 的作用耦合起来。整个推导过程是相仿的,这里不再重复,记

$$\xi_i^e = \Delta \boldsymbol{L}_i^e \cdot [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta \boldsymbol{L}_i^e]^{-1} \tag{5.53}$$

$$\xi_i^m = \Delta \boldsymbol{L}_i^m \cdot [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_i \cdot \Delta \boldsymbol{L}_i^m]^{-1} \tag{5.54}$$

$$\Delta \boldsymbol{L}_i^e = (\varepsilon_i - \varepsilon_g)/\varepsilon_0 \tag{5.55}$$

$$\Delta \boldsymbol{L}_i^m = (\mu_i - \mu_g)/\mu_0 \tag{5.56}$$

则含各向异性颗粒的随机介质的等效介电常数张量 ε_g 和等效磁导率张量 μ_g 由下列两式联立确定:

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\xi_i^e + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{f_N}{1-f_N} f_i\xi_{iN}^e = 0 \tag{5.57}$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\xi_i^m + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{f_N}{1-f_N} f_i\xi_{iN}^m = 0 \tag{5.58}$$

式中,f_i 为 i 种颗粒的占空比;f_N 为背景介质的占空比;ξ_{iN}^e,ξ_{iN}^m 由式(5.53)、式(5.54)按式(5.52)的规则作一定的修改。值得指出的是,介质参数相同而形状不同的粒子是不同种类的粒子,而介质参数相同,形状相同,但大小不同的粒子是同一种粒子。式(5.57)、式(5.58)的耦合是通过$\boldsymbol{S}_i$ 来实现的。

通常,颗粒介质的外形比较复杂,使得计算$\boldsymbol{S}_i$ 的工作也变得很复杂。人们往往用椭球形状的粒子来逼近真实的粒子,这是因为,对椭球粒子,其静电问题有简单闭式解,且对旋转椭球有初等函数解,由于$\boldsymbol{S}_i$ 与粒子的极化张量$\boldsymbol{L}_i$ 有关,故$\boldsymbol{S}_i$ 也有闭式解。

事实上,设第 i 种粒子为半轴为 a_i,b_i,c_i 的椭球,对各向同性粒子有

$$\boldsymbol{L}_i = \begin{pmatrix} L_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{i3} \end{pmatrix} \tag{5.59}$$

$$L_{i1} = \frac{a_i b_i c_i}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}s}{(s-a_i^2)R_s} \tag{5.60}$$

$$L_{i2} = \frac{a_i b_i c_i}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}s}{(s-b_i^2)R_s} \tag{5.61}$$

$$L_{i3} = \frac{a_i b_i c_i}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}s}{(s-c_i^2)R_s} \tag{5.62}$$

$$R_s^2 = (s-a_i^2)(s-b_i^2)(s-c_i^2) \tag{5.63}$$

这三种积分可以用标准椭球积分表示,且

$$\sum_{j=1}^{3} L_{ij} = 1 \tag{5.64}$$

几种常见形状椭球的极化因子列于表 5.1[7]。

表 5.1 几种特殊形状椭球的极化张量

	极化因子		备注
球形	$a=b=c$	$L_1=L_2=L_3=1/3$	
杆状	$a=b$ $c\to\infty$	$L_1=L_2=1/2, L_3=0$	$a=b\to 0$ 或 c 有限
片状	$a=b$ $c\to 0$	$L_1=L_2=0, L_3=1$	$a=b\to\infty$ 或 c 有限
扁椭球	$a=b>c$	$L_1=L_2=\frac{1}{2}(1-L_3)$ $L_3=\frac{1+e^2}{e^3}(e-\arctan e)$	$e=\sqrt{(a/c)^2-1}$
长椭球	$a=b<c$	$L_1=L_2=\frac{1}{2}(1-L_3)$ $L_3=\frac{1-e^2}{2e^3}\left(\ln\frac{1+e}{1-e}-2e\right)$	$e=\sqrt{(a/c)^2-1}$

对于这里的问题,ε_g,μ_g 可以写成对角矩阵的形式

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g = \begin{pmatrix} \varepsilon_{g1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{g2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{g3} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu}_g = \begin{pmatrix} \mu_{g1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{g2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{g3} \end{pmatrix} \tag{5.65}$$

而且$\boldsymbol{\varepsilon}_g,\boldsymbol{\mu}_g$ 取式(5.65)的形式的坐标系就是粒子的主坐标系,各向异性的影响可以用等效半轴 a_{ie},b_{ie},c_{ie}来表示。考虑 ε_g 的影响,有

$$a_{ie} = a_i\sqrt{\varepsilon_{g1}} \tag{5.66}$$

$$b_{ie} = b_i\sqrt{\varepsilon_{g2}} \tag{5.67}$$

$$c_{ie} = c_i\sqrt{\varepsilon_{g3}} \tag{5.68}$$

也就是说,各向异性椭球的极化张量可以用具有等效半轴的各向同性椭球的极化张量来

计算。读者可讨论 $\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\mu}$ 为实对称和厄米特矩阵时极化张量的计算。

最后得到用极化张量 $\boldsymbol{L}_i$ 表示的 $\boldsymbol{\xi}_i^e,\boldsymbol{\xi}_i^m$ 的表达式为

$$\boldsymbol{\xi}_i^e=(\varepsilon_i-\varepsilon_g)\cdot[\boldsymbol{I}+\varepsilon_g^{-1}\cdot\boldsymbol{L}_i\cdot(\varepsilon_i-\varepsilon_g)]^{-1} \tag{5.69}$$

$$\boldsymbol{\xi}_i^m=(\mu_i-\mu_g)\cdot[\boldsymbol{I}+\mu_g^{-1}\cdot\boldsymbol{L}_i\cdot(\mu_i-\mu_g)]^{-1} \tag{5.70}$$

$$\boldsymbol{L}_i=L_{i1}\hat{x}\hat{x}+L_{i2}\hat{y}\hat{y}+L_{i3}\hat{z}\hat{z} \tag{5.71}$$

如果粒子的主坐标系与 $\boldsymbol{\varepsilon}_g,\boldsymbol{\mu}_g$ 所在坐标系不同，可以通过两坐标系间的变换矩阵来计算 $\boldsymbol{\varepsilon}_i,\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{L}_i$。也就是说，式(5.69)、式(5.70)中的所有各量均在 $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ 取对角线形式的坐标系中写出。

对式(5.69)、式(5.70)取系综平均，其结果与粒子在空间的取向有关。当粒子在空间只有一种取向时，自然把 $\boldsymbol{\varepsilon}_g,\boldsymbol{\mu}_g$ 取对角线的坐标系取为粒子的主坐标系，这时 $\boldsymbol{\xi}_i^m$ 就取式(5.69)、式(5.70)的形式。且由于没有随机性，故等效介电常数和等效磁导率为

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\frac{\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{gj}}{\varepsilon_{gj}+L_{ij}(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{gj})}+\sum_{i=1}^{N-1}\frac{f_Nf_j}{1-f_{Ni}}\frac{\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{gj}}{\varepsilon_{gj}+L_{ij}(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{gj})}=0,\quad j=1,2,3 \tag{5.72}$$

当粒子在空间取任一方向的几率相等时，需要先将任意方向的 $\boldsymbol{\varepsilon}_i,\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{L}_i$ 转换到 $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ 取对角线的坐标系，然后取系综平均。由于随机取向的结果 $\boldsymbol{\varepsilon}_g=\varepsilon_g\boldsymbol{I},\boldsymbol{\mu}_g=\mu_g\boldsymbol{I}$，最后得到

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\sum_{j=1}^{3}\frac{\varepsilon_{ij}-\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_{ij}(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_g)}+\sum_{i=1}^{N-1}\frac{f_Nf_j}{1-f_{Ni}}\sum_{j=1}^{3}\frac{\varepsilon_{ij}-\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_{ij}(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_g)}=0 \tag{5.73}$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\sum_{j=1}^{3}\frac{\mu_{ij}-\mu_g}{\mu_g+L_{ij}(\mu_{ij}-\mu_g)}+\sum_{i=1}^{N-1}\frac{f_Nf_j}{1-f_{Ni}}\sum_{j=1}^{3}\frac{\mu_{ij}-\mu_g}{\mu_g+L_{ij}(\mu_{ij}-\mu_g)}=0 \tag{5.74}$$

当粒子的取向仅是球坐标中 θ 的函数时，那么 $\boldsymbol{\varepsilon}_g,\boldsymbol{\mu}_g$ 中的 $\varepsilon_{gx}=\varepsilon_{gy},\mu_{gx}=\mu_{gy}$，这时如假设在所有 θ 方向的取向概率相同，则得到

$$\sum_{j=1}^{N-1} f_i\sum_{j=1}^{2}\frac{\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{gj}}{\varepsilon_{g1}+L_{ij}(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{g1})}+\sum_{j=1}^{N-1}\frac{f_N}{1-f_N}\sum_{j=1}^{2}\frac{\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{g1}}{\varepsilon_{g1}+L_{ij}-(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{g1})}=0 \tag{5.75}$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\frac{\varepsilon_{i3}-\varepsilon_{g3}}{\varepsilon_{g3}+L_{i3}(\varepsilon_{i3}-\varepsilon_{g3})}+\sum_{j=1}^{N-1}\frac{f_i}{1-f_N}f_N\frac{\varepsilon_{i3}-\varepsilon_{g3}}{\varepsilon_{g3}+L_{i3}(\varepsilon_{i3}-\varepsilon_{g3})}=0 \tag{5.76}$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\sum_{j=1}^{N}\frac{\mu_{ij}-\mu_{g1}}{\mu_{g1}+L_{ij}(\mu_{ij}-\mu_{g1})}+\sum_{i=1}^{N-1}\frac{f_j}{1-f_N}f_N\frac{\mu_{ij}-\mu_{g1}}{\mu_{g1}+L_{ij}(\mu_{ij}-\mu_{g1})}=0 \tag{5.77}$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} f_i\frac{\mu_{i3}-\mu_{g3}}{\mu_{g3}+L_{i3}(\mu_{i3}-\mu_{g3})}+\sum_{j=1}^{N-1}\frac{f_i}{1-f_N}f_N\frac{\mu_{i3}-\mu_{g3}}{\mu_{g3}+L_{i3}(\mu_{i3}-\mu_{g3})}=0 \tag{5.78}$$

5.2.3　相干位有效场自洽理论

本节仅讨论一种介电常数为 ε_1 椭球形各向同性介质粒子浸在背景介质为 ε_2 的介质中形成的混合物的等效介电常数。

由解拉普拉斯方程，可知粒子可看成一偶极矩为 $\boldsymbol{P}$ 的偶极子，它与外部平均场 $\boldsymbol{E}$（在有效场近似中看成入射场）的关系为[8]

$$\boldsymbol{P}=\tau\cdot\boldsymbol{E} \tag{5.79}$$

$$\tau=\sum_{i=1}^{3}A_i\hat{\boldsymbol{u}}_i\hat{\boldsymbol{u}}_i$$

$$A_i=\frac{1}{1+L_i(\varepsilon_1/\varepsilon_2-1)}$$

$$L_i=\frac{1}{2}a_1a_2a_3\int_0^{\infty}\frac{\mathrm{d}t}{(t+a_i^2)\sqrt{(t+a_1^2)(t+a_2^2)(t+a_3^2)}}$$

式中,a_1,a_2,a_3 为椭球的半轴。由 $\boldsymbol{D}=\varepsilon_2\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}=\varepsilon_{\mathrm{eff}}\boldsymbol{E}$,并假设粒子在空间所有方向的取向相等得

$$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_2+f_1\sum_{j=1}^{3}\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_2+L_j(\varepsilon_1-\varepsilon_2)} \tag{5.80}$$

引入相干位近似,即假设等效介电常数为 ε_g,则将问题分成了两个问题,即在背景介质为 ε_g 的介质中有介电常数为 ε_1 的椭球粒子的混合物,在背景介质为 ε_2 的介质中有介电常数为 ε_g 的椭球粒子的混合物,介质 ε_2 中的极化由其互补结构背景介质为 ε_g 的介质中介电常数为 ε_2 的椭球粒子的极化计算。这两种混合物的有效介电常数分别为

$$\varepsilon_{\mathrm{eff1}}=\varepsilon_g+(1-f_1)\sum_{j=1}^{3}\frac{(\varepsilon_g-\varepsilon_2)\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_j(\varepsilon_2-\varepsilon_g)} \tag{5.81}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{eff2}}=\varepsilon_g+f_1\sum_{j=1}^{3}\frac{(\varepsilon_g-\varepsilon_1)\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_j(\varepsilon_1-\varepsilon_g)} \tag{5.82}$$

根据自洽理论,$\varepsilon_{\mathrm{eff1}}$ 和 $\varepsilon_{\mathrm{eff2}}$ 的平均应等于整个介质的等效介电常数 ε_g,注意到式(5.79)、式(5.80)的第二项都已取过平均,从而对 $\varepsilon_{\mathrm{eff1}}$,$\varepsilon_{\mathrm{eff2}}$的平均都是对 ε_g 的平均,得到

$$\begin{aligned}\varepsilon_g&=\langle\varepsilon_{\mathrm{eff1}}\rangle+\langle\varepsilon_{\mathrm{eff2}}\rangle\\&=f_1\varepsilon_g+(1-f_1)\varepsilon_g+(1-f_1)\sum_{j=1}^{3}\frac{(\varepsilon_g-\varepsilon_2)\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_j(\varepsilon_2-\varepsilon_g)}+f_1\sum_{j=1}^{3}\frac{(\varepsilon_g-\varepsilon_1)\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_j(\varepsilon_1-\varepsilon_g)}\end{aligned}$$

即

$$\sum_{j=1}^{3}\frac{f_1(\varepsilon_g-\varepsilon_1)\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_j(\varepsilon_1-\varepsilon_g)}+\sum_{j=1}^{3}\frac{(1-f_1)(\varepsilon_g-\varepsilon_2)\varepsilon_g}{\varepsilon_g+L_j(\varepsilon_2-\varepsilon_g)}=0 \tag{5.83}$$

式(5.83)就是由自洽理论得到的关于 ε_g 的方程。有一点值得特别注意,当仅有一种椭球颗粒时,颗粒与背景介质处于完全对等的位置,这是问题的特殊性。但当混合物为 $N(N>2)$成分时背景介质与颗粒的位置不再对等,这是由于背景介质的极化由互补结构计算,因而与前$N-1$ 种粒子的外形有关而对某一种颗粒而言,由于 ε_g 的引入,它的极化仅与它本身的外形和内部结构有关,而与其他成分无关。

式 (5.83)与上一小节用强扰动理论导出的公式完全相同,这一方面说明了公式的正确性,另一方面也有助于理解强扰动理论的实质,即有效场相干位近似。细心的读者不难发现,强扰动理论是一种基于介质内部场的近似建立起来的理论,尽管引入了并矢格林函数,但在求 S 时又回到静电学近似自洽理论或者说严格相干位有效场近似是一种基于极化的外部特性建立起来的理论,因而自洽理论特别便于处理多层椭球的问题。而用强扰动理论进行处理则是非常困难的。换句话说,我们提出的方法既能处理强扰动理论可处理的问题,这时结果相同,又能处理强扰动理论不能处理的多层椭球问题。

利用自洽理论,可以得到前文用强扰动理论得到的所有公式,而且 L_{ij} 的含义将更广泛,也就是说,这时前文公式中的所有极化张量代表一种外部特性,而不必管其内部结构,内部结构仅改变 L_{ij} 的值。从而用自洽理论得到了含各向异性颗粒的各向异(同)性等效介质参数的理论计算公式(由于静磁学与静电学的相似性,且由于$\boldsymbol{\varepsilon}_g$,$\boldsymbol{\mu}_g$ 为对角张量),从已有理论公式与实测结果的对比可见[7,9],通常这些公式有较好的精度。

本章介绍的自洽理论与文献上给出的自洽理论是一致的,仍以介质椭球为例,则

$$\begin{cases} \boldsymbol{D}_1 = \varepsilon_{\text{eff1}}\boldsymbol{E} = \varepsilon_g\boldsymbol{E} + (\varepsilon_g - \varepsilon_1)\tau_1 \cdot \boldsymbol{E} = \varepsilon_g\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}_1 \\ \boldsymbol{D}_2 = \varepsilon_{\text{eff2}}\boldsymbol{E} = \varepsilon_g\boldsymbol{E} + (\varepsilon_g - \varepsilon_2)\tau_2 \cdot \boldsymbol{E} = \varepsilon_g\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}_2 \end{cases} \tag{5.84}$$

对式(5.84)取系综平均得

$$\boldsymbol{D} = \langle \boldsymbol{D}_1 \rangle + \langle \boldsymbol{D}_2 \rangle = f_1\varepsilon_g\boldsymbol{E} + \langle \boldsymbol{P}_1 \rangle + (1 - f_1)\varepsilon_g\boldsymbol{E} + \langle \boldsymbol{P}_2 \rangle = \varepsilon_g\boldsymbol{E} \tag{5.85}$$

即

$$\langle \boldsymbol{P}_1 \rangle + \langle \boldsymbol{P}_2 \rangle = 0 \tag{5.86}$$

由于前已证明的对两成分混合物背景介质与颗粒之间的完全对等性，背景介质从方法上不需分开讨论(尽管问题本身为 N 成分的，但讨论背景介质时变成两成分问题)，即有

$$\sum_{i=1}^{N-1} \langle \boldsymbol{P}_i \rangle + \langle \boldsymbol{P}_N \rangle = 0 \tag{5.87}$$

当然，在实际计算时，$\langle \boldsymbol{P}_N \rangle$需按前述方法作细致的考虑。

5.2.4　等效介电常数的 *T* 矩阵理论

前面已介绍了三种研究含小颗粒随机介质等效参量的方法，它们有一个共同点，就是采用静电学近似。纵观三种方法的实质，都是利用了有效场近似和极化矢量 $\boldsymbol{P}$ 与介质中平均场 $\boldsymbol{E}$ 的线性关系，而且 $\boldsymbol{P}$ 都是以粒子对平均场的散射场的形式出现。处理单粒子散射的有效方法是 $\boldsymbol{T}$ 矩阵理论，即(记起 $\boldsymbol{E}$ 为多散射入射场)

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{E} \tag{5.88}$$

为了满足 $\boldsymbol{P}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 之间线性关系，只能允许 $\boldsymbol{T}$ 为 3×3 的矩阵，也就是说必须对 $\boldsymbol{T}$ 矩阵取低频近似。Tsang、Kong 和 Shin 研究了小椭球介质体的情形，发现结果基本上与用静电学方法所得结果相同，只是多了一项为了满足光学定理的虚部[1]。因而作者认为这里提出的 $\boldsymbol{T}$ 矩阵理论可以认为是现有三种主要方法的推广，它尽管也只适用于小粒子，但它从严格波动理论出发，是一种低频的严格方法，满足了波动问题需要满足的光学理论。强扰动理论尽管也从波动方程出发，但实际计算时又回到静电学近似。而且这里的 $\boldsymbol{T}$ 矩阵理论也是一种基于外部特性的理论，因而具有自洽理论可以处理多层颗粒的优点。

引入 $\boldsymbol{T}$ 矩阵的结果，将导致$\boldsymbol{\varepsilon}_g$，$\boldsymbol{\mu}_g$ 的各值含有一小虚部以体现散射衰减，这是现有理论难以做到的(强扰动理论仅在第二级近似下引入虚部，不能在$\boldsymbol{\varepsilon}_g$，$\boldsymbol{\mu}_g$ 的阶段引入虚部)。$\boldsymbol{T}$ 矩阵理论的具体应用作者拟另文报道。

5.3　矢量辐射传输理论及其修正

辐射传输理论(VRT)是研究具有吸收、发射和散射能力的介质中辐射场强的一种理论，在 20 世纪初被提出。该理论自提出以来，解决了很多个领域的问题。电磁学上较为严格地导出矢量辐射传输理论是 20 世纪 60 年代的事情。矢量辐射传输理论不是从 Maxwell 方程出发，它是由支配散射介质能量传播的辐射传输方程来处理问题。在普通的 VRT 中假设场之间是不相关的，因而只考虑强度或者说功率等标量的相加而不涉及场的矢量叠加。该理论的优点是简单且计及多散射效应，计算结果也与实验吻合较好，缺点是缺乏多散射理论或者说解析波理论的数学严格性，但解析波理论中的质量算子为一无穷级数，实际计算时也只能作近似而且随着近似程度的逐步提高，计算的复杂度将变得

不可接受。因此,目前研究的趋势除继续对解析波的各种高阶近似进行探讨以外,更多的是将解析波理论的成果用于修正矢量辐射传输方程,形成了多种修正辐射传输理论(MVRT)。CURT 及 MVRT 在 Tsang 等的著作[1]和论文[10]中有很好的叙述,这里只作一个简介。

5.3.1 VRT 方程的形式结构[10]

如图 5.1 所示,考虑一层随机稀疏分布的散射粒子,介电常数为 ε_s,处在介电常数为 ε 的背景介质中,下垫区域为介电常数为 ε_2 的均匀介质。一入射波从区域 0 以 $(\pi-\theta_0,\varphi_0)$ 方向入射。

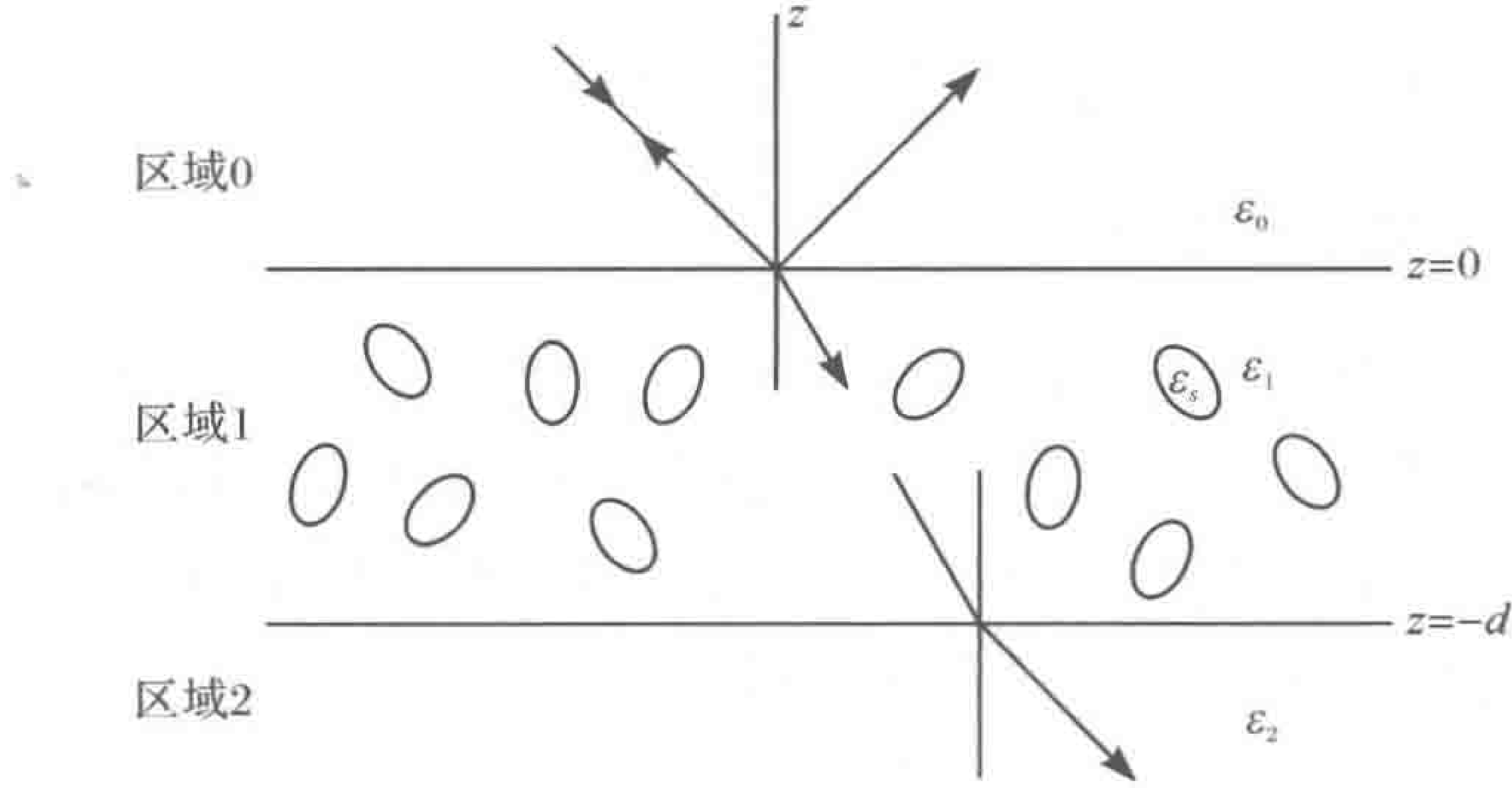


图 5.1 问题的几何结构

则区域 1 中矢量辐射传输方程可写为

$$\cos\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\boldsymbol{I}(\theta,\varphi,z)=-\boldsymbol{K}_e(\theta,\varphi)\cdot\boldsymbol{I}(\theta,\varphi,z)+\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\boldsymbol{P}(\theta,\varphi,\theta',\varphi)\cdot\boldsymbol{I}(\theta',\varphi',z)+\boldsymbol{Q}(z,\theta,\varphi) \tag{5.89}$$

式中,$0\leqslant\theta\leqslant\pi$;$0\leqslant\varphi\leqslant2\pi$;$\boldsymbol{I}(\theta,\varphi,z)$是 4×1 柱矢量,由四个斯托克斯数组成,即

$$\boldsymbol{I}=[I_v,I_h,U,V]^{\mathrm{T}} \tag{5.90}$$

式中,$I_v=\langle|E_v|^2\rangle/\eta$;$I_h=\langle|E_h|^2\rangle/\eta$;$U=2\mathrm{Re}(\langle E_vE_h^*\rangle/\eta)$;$V=2\mathrm{Im}(\langle E_vE_h^*\rangle/\eta)$;$\eta=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$。这里⟨⟩代表系综平均,下标 v,h 代表垂直和水平极化,E_v,E_h 代表电场的垂直和水平极化分量,Re,Im 分别代表取实部和虚部。$\boldsymbol{Q}(z,\theta,\varphi)$为区域 1 中的源,在有源或主动遥感的 VRT 中,由于波从区域 0 中入射,可令 $\boldsymbol{Q}=0$。在无源或者说被动遥感的 VRT 中,$\boldsymbol{Q}$ 为区域 1 中的热发射源矢量,$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{K}_a\cdot\boldsymbol{T}(z)$,其中 $C=B/\lambda^2$,B 为波耳兹曼常数,λ 为波长;$\boldsymbol{K}_a$ 为区域 1(包括背景介质和散射粒子)的吸收系数矩阵;$\boldsymbol{T}(z)$为区域 1 的温度廓线矢量,$\boldsymbol{T}(z)=[T(z),T(z),0,0]^{\mathrm{T}}$。$\boldsymbol{K}_e(\theta,\varphi)$是 4×4 的消光矩阵。当且仅当水平方位对称时,$\boldsymbol{K}_e$ 是与 φ 无关的对角化矩阵,$\boldsymbol{K}_e=K_e(\theta)\boldsymbol{I}$,$\boldsymbol{P}(\theta,\varphi,\theta',\varphi)$是 4×4 相位矩阵。

消光矩阵和相位矩阵的每一个元素都可以用散射振幅函数 $f_{\alpha\beta}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')(\alpha,\beta=v,h)$来表示,当散射场从$(\theta',\varphi')$方向入射到某粒子上再散射到$(\theta,\varphi)$方向时,有

$$\begin{bmatrix}E_v(\theta,\varphi)\\E_h(\theta,\varphi)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_{vv}(\theta,\varphi,\theta',\varphi') & f_{vh}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\\f_{hv}(\theta,\varphi,\theta',\varphi') & f_{hh}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_v(\theta',\varphi')\\E_h(\theta',\varphi')\end{bmatrix} \tag{5.91}$$

则消光矩阵可由前向散射振幅表示为

$$\boldsymbol{K}_e(\theta,\varphi)=\frac{2\pi n_0}{k}\begin{bmatrix} 2\mathrm{Im}\langle f_{vv}\rangle & 0 & \mathrm{Im}\langle f_{vh}\rangle & -\mathrm{Re}\langle f_{vh}\rangle \\ 0 & 2\mathrm{Im}\langle f_{hh}\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{hv}\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{hv}\rangle \\ 2\mathrm{Im}\langle f_{hv}\rangle & 2\mathrm{Im}\langle f_{vh}\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{vv}+f_{hh}\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}-f_{hh}\rangle \\ 2\mathrm{Re}\langle f_{hv}\rangle & -2\mathrm{Re}\langle f_{vh}\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{hh}-f_{vv}\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{vv}+f_{hh}\rangle \end{bmatrix} \tag{5.92}$$

式中，n_0 为单位体积中的粒子数。所有 $f_{\alpha\beta}(\alpha,\beta=v,h)$ 为前向散射振幅，即 $f_{\alpha\beta}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')$。由光学定理，消光截面等于前向散射振幅函数的虚部，因此式(5.92)是光学定理的一般化。同时，消光矩阵包含了垂直和水平极化分量之间的相位差。消光矩阵还代表了在方向上传播的相干波有两个特征传播常数

$$K_1=k+\frac{\pi}{k}[n_0\langle f_{vv}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle+n_0\langle f_{hh}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle+R] \tag{5.93}$$

$$K_2=k+\frac{\pi}{k}[n_0\langle f_{vv}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle+n_0\langle f_{hh}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle-R] \tag{5.94}$$

$$R=n_0\{[\langle f_{vv}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle-\langle f_{hh}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle]^2+4\langle f_{hv}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle \cdot\langle f_{vh}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle\}^{\frac{1}{2}} \tag{5.95}$$

式(5.95)中根号为 R 的实部符号，等于 $\langle f_{vv}\rangle-\langle f_{hh}\rangle$ 的符号。这两种特征波当且仅当 $f_{vh}=f_{hv}$ 时，为垂直和水平极化波，而当 $f_{vh}=f_{hv}=0$ 时，K_1 和 K_2 分别为垂直和水平极化波的传播常数。这种特征波的理论类似于波在均匀各向异性介质中传播的理论。尽管这一理论是在所谓独立散射的假设下推导出来的，但它实际上有更高的精度，Tsang 等已证明[1]，若对随机介质中的波传播作有效场近似，所得结果与直接用独立散射假设的相同，再由有效场仅适用于稀疏粒子，这时有效介电常数非常接近于背景介质的介电常数，因而这种理论与相干位有效场近似得出的理论也很接近。也就是说，在 VRT 中，对场的幅值之间的关系采用了有效场近似，而没有计入粒子之间位置的相关性，或者说以独立散射假设考虑了粒子之间位置的相关性。

相位矩阵可以写为

$$\boldsymbol{P}(\theta,\varphi;\theta',\varphi')=n_0\begin{bmatrix} \langle|f_{vv}|^2\rangle & \langle|f_{vh}|^2\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{vh}^*\rangle & -\mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{vh}\rangle \\ \langle|f_{hv}|^2\rangle & \langle|f_{hh}|^2\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{hv}f_{vh}^*\rangle & -\mathrm{Im}\langle f_{hv}f_{hh}\rangle \\ 2\mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{hv}^*\rangle & 2\mathrm{Re}\langle f_{vh}f_{hh}^*\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{hh}^*+f_{vh}f_{hv}^*\rangle & -\mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{hh}^*-f_{vh}f_{hv}^*\rangle \\ 2\mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{hv}^*\rangle & 2\mathrm{Im}\langle f_{vh}f_{hh}^*\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{hh}^*+f_{vh}f_{hv}^*\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{hh}^*-f_{vh}f_{hv}^*\rangle \end{bmatrix} \tag{5.96}$$

式中，$f_{\alpha\beta}$ 为双向散射振幅，即 $f_{\alpha\beta}(\theta,\varphi;\theta',\varphi')$ 表示从 (θ',φ') 方向 β 极化波散射到 (θ,φ) 方向上 α 极化波的耦合关系。

如果再进一步区分向上行的斯托克斯矢量 $\boldsymbol{I}(\pi-\theta,\varphi,z)$，$0\leqslant\theta\leqslant\pi/2$，$0\leqslant\varphi\leqslant2\pi$，则 VRT 方程的边界条件可写为

$$\boldsymbol{I}(\pi-\theta,\varphi,z=0)=\boldsymbol{I}_0\delta(\cos\theta-\cos\theta_0)\delta(\varphi-\varphi_0) \tag{5.97}$$

$$\boldsymbol{I}(\theta,\varphi,z=-d)=\boldsymbol{R}(\theta)\cdot\boldsymbol{I}(\pi-\theta,\varphi,z=-d) \tag{5.98}$$

式中，$\boldsymbol{I}_0=[I_{v0},I_{h0},u_0,v_0]^{\mathrm{T}}$ 为入射斯托克斯矢量；$\boldsymbol{R}(\theta)$ 为区域 1 和 2 的界面上的反射率矩阵，写为

$$\boldsymbol{R}(\theta)=\begin{bmatrix}|R_v(\theta)|^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & |R_h(\theta)|^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \mathrm{Re}(R_v(\theta)R_h^*(\theta)) & -\mathrm{Im}(R_v(\theta)R_h^*(\theta))\\ 0 & 0 & \mathrm{Im}(R_v(\theta)R_h^*(\theta)) & \mathrm{Re}(R_v(\theta)R_h^*(\theta))\end{bmatrix} \tag{5.99}$$

式中,$R_v(\theta)$和$R_h(\theta)$分别为垂直和水平极化的菲涅尔反射系数,且

$$R_v(\theta)=\frac{\varepsilon_2\cos\theta-\varepsilon\left[\varepsilon_2/\varepsilon-\sin^2\theta\right]^{\frac{1}{2}}}{\varepsilon_2\cos\theta+\varepsilon\left[\varepsilon_2/\varepsilon-\sin^2\theta\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{5.100}$$

$$R_h(\theta)=\frac{\cos\theta-\varepsilon\left[\varepsilon_2/\varepsilon-\sin^2\theta\right]^{\frac{1}{2}}}{\cos\theta+\varepsilon\left[\varepsilon_2/\varepsilon-\sin^2\theta\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{5.101}$$

当界面是随机粗糙面时,相应的边界条件可以由处理粗糙面散射的多种方法求出[10],如基尔霍夫法、小扰动理论、几何光学法、双重尺度法等。

这样,VRT 方程的各组成成分以及边界条件都已说明,人们已发展了多种求解 VRT 方程的方法,主要的有离散坐标本征分析法、傅里叶变换法、迭代法等。读者可参考文献[1]、[10]。

5.3.2 各向异性强起伏随机介质层的 VRT

以往的 VRT 已用于求解连续随机介质中的辐射强度[11],但都只适用于弱起伏的情形,即介电常数的随机起伏及其方差必须远小于 1。然而大部分地球物理介质不满足这一条件。1989 年,金亚秋提出将强扰动理论用于强扰动随机介质的 VRT,并与雪地被动遥感的热辐射测量数据进行了比较,取得了很好的一致[12],而以往的弱起伏 RT 方程会过高地估计辐射强度。

设随机介质是由背景介质为 ε_b,其中分布有介电常数为 ε_s,占空比为 f 的散射体组成,随机介质的介电常数可以写成 $\varepsilon(r)$,它是坐标的随机函数,可表达为

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{\varepsilon}_m+\boldsymbol{\varepsilon}_f(\boldsymbol{r}) \tag{5.102}$$

$$\langle\boldsymbol{\varepsilon}_f\rangle=0,\quad \boldsymbol{\varepsilon}_m=(1-f)\boldsymbol{\varepsilon}_b+f\boldsymbol{\varepsilon}_s \tag{5.103}$$

式中

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b=\begin{bmatrix}\varepsilon_b & & \\ & \varepsilon_b & \\ & & \varepsilon_{bz}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\varepsilon}_s=\begin{bmatrix}\varepsilon_s & & \\ & \varepsilon_s & \\ & & \varepsilon_{sz}\end{bmatrix} \tag{5.104}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m=\begin{bmatrix}\varepsilon_m & & \\ & \varepsilon_m & \\ & & \varepsilon_{mz}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\varepsilon}_f=\begin{bmatrix}\varepsilon_f & & \\ & \varepsilon_f & \\ & & \varepsilon_{fz}\end{bmatrix} \tag{5.105}$$

$$\langle\varepsilon_f\,\varepsilon_f\rangle=-\delta_f R(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{5.106}$$

$$\langle\varepsilon_{fz}\varepsilon_{fz}\rangle=\delta_{fz}R(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{5.107}$$

$$\langle\varepsilon_f\,\varepsilon_{fz}\rangle=\sqrt{\delta_f\delta_{fz}}R(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{5.108}$$

由强扰动理论,引入重整化对角线张量

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g=\begin{bmatrix}\varepsilon_g & & \\ & \varepsilon_g & \\ & & \varepsilon_{gz}\end{bmatrix} \tag{5.109}$$

在相关函数为

$$\exp\left(-\frac{|z-z'|}{l_z}-\frac{|x-x'|^2+|y-y'|^2}{l_\rho^2}\right) \tag{5.110}$$

时，$\boldsymbol{\varepsilon}_g$ 由以下两式确定：

$$f\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_s-\boldsymbol{\varepsilon}_g}{\boldsymbol{\varepsilon}_0+S_1(\boldsymbol{\varepsilon}_s-\boldsymbol{\varepsilon}_g)}+(1-f)\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_b-\boldsymbol{\varepsilon}_g}{\boldsymbol{\varepsilon}_0+S_1(\boldsymbol{\varepsilon}_b-\boldsymbol{\varepsilon}_g)}=0 \tag{5.111}$$

$$f\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{sz}-\boldsymbol{\varepsilon}_{gz}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0+S_3(\boldsymbol{\varepsilon}_{sz}-\boldsymbol{\varepsilon}_{gz})}+(1-f)\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{bz}-\boldsymbol{\varepsilon}_{gz}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0+S_3(\boldsymbol{\varepsilon}_{bz}-\boldsymbol{\varepsilon}_{gz})}=0 \tag{5.112}$$

式中，S_1，S_3 在不同的相关函数下的值由文献[13]给出。

在双迹近似下，等效介电常数张量为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{eff}}=\boldsymbol{\varepsilon}_g+\boldsymbol{\varepsilon}\,\boldsymbol{\xi}_{\text{eff}}^0 \tag{5.113}$$

$$\boldsymbol{\xi}_{\text{eff}}^0=\begin{bmatrix}\xi_1 & & \\ & \xi_1 & \\ & & \xi_3\end{bmatrix} \tag{5.114}$$

式中，ξ_1，ξ_3 的值也由文献[14]讨论过了。

对于无吸收介质，消光系数等于散射系数，反照率 $\tilde{\omega}=1$，因此可以用强扰动理论求散射系数的办法求消光系数，相位矩阵也可以由变形波恩近似求出[12]。

设一平面波入射到随机介质 V_1 上，入射场量为

$$\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r})=(\hat{\boldsymbol{v}}_iE_{vi}+\hat{\boldsymbol{h}}_iE_{hi})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{k}_i\cdot\boldsymbol{r}} \tag{5.115}$$

由强扰动理论，V_1 中散射元对 V_1 外 $\boldsymbol{r}$ 处的散射场贡献为

$$\boldsymbol{E}_s(\boldsymbol{r})=k_0\int_{V_1}\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\,\boldsymbol{G}_{\text{o1g}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\cdot\xi(\boldsymbol{r}_1)\cdot\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_1) \tag{5.116}$$

式中，$\boldsymbol{G}_{\text{o1g}}$为介电常数为$\boldsymbol{\varepsilon}_g$ 时分层介质的并矢格林函数。

$$\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r})=\left[\frac{\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}_g}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}\right]\cdot\left[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{S}\cdot\frac{\boldsymbol{\varepsilon}+\boldsymbol{\varepsilon}_g}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}\right]^{-1} \tag{5.117}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})=\left[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{S}\cdot\frac{\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{\varepsilon}_g}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}\right] \tag{5.118}$$

由变形波因近似，散射场的二阶矩为

$$\langle|\boldsymbol{E}_s(\boldsymbol{r})|^2\rangle=\langle k_0^4\int_V\mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_1\int V\mathrm{d}\boldsymbol{r}'[_1\,\boldsymbol{G}_{\text{o1g}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\cdot\xi(\boldsymbol{r}_1)\cdot\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_1)]\cdot[\boldsymbol{G}_{\text{o1g}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}'_1)\cdot\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}'_1)\cdot\boldsymbol{F}_m(\boldsymbol{r}'_1)]^*\rangle \tag{5.119}$$

利用并矢格林函数$\boldsymbol{G}_{\text{o1g}}$的远场近似和 $\boldsymbol{\xi}$ 的相关函数，可以得到问题的散射矩阵，由散射矩阵可以得出相矩阵的各元素，散射系数为

$$K_{sv}(\theta)=\int_0^\pi\mathrm{d}\theta'\sin\theta'[P_{11}(\theta,\theta')+P_{21}(\theta,\theta')] \tag{5.120}$$

$$K_{sh}(\theta)=\int_0^\pi\mathrm{d}\theta'\sin\theta'[P_{12}(\theta,\theta')+P_{22}(\theta,\theta')] \tag{5.121}$$

5.3.3　致密介质 VRT(DVRT)及其在全极化测量中的应用

VRT 方程是由能量守恒定律推导出的现象性方程，从波的解析理论来建立方程是 VRT 方程的基础性问题。在波的解析理论中，描写场的一阶矩和二阶矩的分别是 Dyson

方程和 Bethe-Salpeter 方程,它们是严格的方程,也满足能量守恒,但这两个方程只能近似求解。对这些方程所做的近似有可能导致能量守恒不再成立。Tsang 等证明了当在 Dyson 方程中采用准晶近似相干位,而在 Bethe-Salpeter 方程中采用修正梯形近似时能量守恒得到满足。所谓修正梯形近似就是在普通梯形近似中引入对分布函数,以考虑粒子位置之间的相关性。从这一理论出发,他们证明了致密介质辐射传输(DVRT)方程具有通常 VRT 方程相同的形式。但它包括了有效传播常数 $K=K'+jK''$。消光率和反照率分别为:

$$K_e=2K'' \tag{5.122}$$

$$\tilde{\omega}=K_s/K_e \tag{5.123}$$

式中,K_s 为散射系数;$K_e=K_s+K_a$,K_a 为吸收系数。由于引入对分布函数,而对分布函数仅对球形粒子有较简单的形式,所以这种理论比较适合于求解含球形粒子的问题。设有 L 种不同成分的粒子,用 $s_j(s_j=1,2,\cdots,L)$表示不同的成分,其占空比为 $f_{sj}=4\pi n_{s_j}a_{s_j}^3/3$,这里 a_{s_j} 和 n_{s_j} 分别是成分粒子的半径和单位体积内 s_j 粒子的个数,在 $ka_{s_j}\ll 1$ 的小粒子近似下,其准晶近似相干位(QCA-CP)的有效介电常数 K 可表示为

$$K^2=k^2+\frac{3K_0^2}{D(K_0)}\sum_{s_l=1}^{L}f_{s_l}y_{s_l}(K_0)\{1+\mathrm{j}\frac{2K_0^3}{3D(K_0)}[a_{s_l}^3y_{s_l}(K_0)+\sum_{s_j=1}^{L}y_{s_j}(K_0)a_{s_j}^3n_{s_j}8\pi^3H_{s_js_l}(P=0)]\} \tag{5.124}$$

式中,K_0 满足方程

$$K_0^2=k^2+\frac{3K_0^2}{D(K_0)}\sum_{s_l=1}^{L}f_{s_l}y_{s_l}(K_0) \tag{5.125}$$

而

$$y_{s_l}(K_0)=\frac{k_{s_j}^2-k^2}{3K_0^2+(k_{s_j}^2-k^2)} \tag{5.126}$$

$$D(K_0)=1-\sum_{s_j=1}^{L}f_{s_j}y_{s_j}(K_0) \tag{5.127}$$

式(5.124)中的 $H_{s_js_l}(P)$与对分布函数的傅里叶变换有关,即

$$H_{s_js_l}(P)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}\boldsymbol{r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}p\cdot r}h_{s_js_l}(\boldsymbol{r}) \tag{5.128}$$

$$h_{s_js_l}(\boldsymbol{r})=g_{s_js_l}(\boldsymbol{r})-1 \tag{5.129}$$

式中,$g_{s_js_l}$ 为 s_j 成分的粒子和 s_l 成分的粒子相距为 r 时的对分布函数,多成分的对分布函数可由 Percus-Yevick(PY)近似计算,并将在 5.4 节介绍。总的相关函数 $h_{s_js_l}(\boldsymbol{r})$在几个粒子直径处为零。

$H_{s_js_l}(P=0)$的计算可由一 $L\times L$ 矩阵方程求出(见 5.4 节)。

$$\tilde{\omega}=\frac{2\mid K_0\mid^4}{\mathrm{Ke}\mid D(K_0)\mid^2}\sum_{s_l=1}^{L}f_{s_l}y_{s_l}(K_0)\{a_{s_l}^3y_{s_l}(K_0)+\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}a_{s_j}^3y_{s_j}(K_0)8\pi^3H_{s_js_l}(P=0)\} \tag{5.130}$$

$$\mathrm{Ke}=2K'' \tag{5.131}$$

注意到小球形粒子的相位矩阵仅与消光率和反照率的乘积有关，所以可以利用式(5.130)和式(5.131)解析地修正相矩阵。随着频率的提高，除了利用相干位准晶近似计算有效传播常数，从而精确地计算 Ke 和 $\tilde{\omega}$ 外，还需对相位矩阵按粒子类型加权求和，即

$$\boldsymbol{P}=\sum_{s_l=1}^{L} f_{s_l}\boldsymbol{P}_{s_l} \tag{5.132}$$

近年来，遥感技术的最重要的进展之一是机载、星载合成孔径遥感成像，及其全极化测量技术，全极化测量是能够确定任一种发射和接收极化的雷达后向散射的技术。与以往某种特定极化的雷达技术相比，全极化散射测量能够提供更为丰富的信息，这对雷达技术的发展是很有意义的。VRT 及其 DVRT 非常适用于研究这样一类问题。

对于任一椭圆极化波(包括线极化和圆极化)，都可以用椭圆角 $\chi(-45°\leqslant\chi\leqslant45°)$和方位角 $\psi(0\leqslant\psi\leqslant180°)$来描述。

归一化的入射辐射强度可表示成

$$\boldsymbol{I}_0=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}(1-\cos2\chi\cos2\psi)\\ \frac{1}{2}(1+\cos2\chi\cos2\psi)\\ -\cos2\chi\cos2\psi\\ \sin2\chi\end{bmatrix} \tag{5.133}$$

可见当 $\chi=0°,\psi=0°$或$180°$时，为水平极化，$\chi=0°,\psi=90°$时为垂直极化，$\chi=45°$时，为圆极化，其他情况为椭圆极化。

当入射波为完全极化时，在后向散射方向上接收到的与入射同一极化的归一化了的散射功率为

$$P_n=\frac{1}{2}(2I_{vs}I_{v0}+2I_{hs}I_{h0}-U_sU_0+V_sV_0) \tag{5.134}$$

将式(5.133)代入得

$$\begin{aligned}P_n=&\frac{1}{2}I_{vs}(1-\cos2\chi\cos2\psi)+\frac{1}{2}(1+\cos2\chi\sin2\psi)I_{hs}\\&+\frac{1}{2}U_s\cos 2\chi\cos2\psi+\frac{1}{2}V_s\sin2\chi\end{aligned} \tag{5.135}$$

这样，同极化散射系数为

$$\begin{aligned}\sigma_{01}=4\pi\cos\theta_0\Big[&\frac{1}{2}I_{vs}(1-\cos2\chi\cos2\psi)+\frac{1}{2}(1+\cos2\chi\cos2\psi)I_{hs}\\&-\frac{1}{2}U_s\cos2\chi\sin 2\psi-\frac{1}{2}V_s\sin2\chi\Big]\end{aligned} \tag{5.136}$$

对于完全极化的入射波，接收到的散射辐射强度可以是部分极化的。是否是部分极化的极化度可定义为

$$m_s=[(I_{vs}-I_{hs})^2+U_s^2+V_s^2]^{\frac{1}{2}}/(I_{vs}+I_{hs}) \tag{5.137}$$

可见 $m_s\leqslant1$。当散射的$\boldsymbol{I}_s$ 为完全极化时，$m_s=1$。

而在同极化的 vv 和 hh 散射波之间存在的相位差可定义为

$$\varphi_{vh}=-\arctan\frac{M_{43}-M_{34}}{M_{33}+M_{44}} \tag{5.138}$$

式中,M_{ij} 为 Mueller 矩阵的元素,定义为

$$\boldsymbol{I}_s(\theta,\varphi)=\boldsymbol{M}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\cdot\boldsymbol{I}_0(\theta',\varphi') \tag{5.139}$$

5.3.4　二层各向异性随机介质的修正辐射传输(MRT)方程

由于地球物理介质如海冰,一些植物叶子等都表现出单轴各向异性,而且单轴介质的光轴通常还与 z 轴不一致,5.2 节讨论了背景介质的光轴与 z 轴一致的情形,这时其等效介电常数张量可以由强扰动理论求出(包括实部和虚部),而不管ε_f 的光轴是否与 z 轴一致,尽管仅给出了一致时的结果(读者可自行讨论不一致时的相应结果)。Lee 和 Kong 于 1985 年利用弱扰动理论分析了在各向异性随机介质层中的电磁散射,1990 年作者将强扰动理论用于分析同样的结构,求出了零级近似的等效介电常数ε_g。用ε_g 取代 Lee 和 Kong 的ε_m,可以得到更加一般的结果。以下简介这一工作[11]。

1988 年,Lee 和 Kong 利用他们 1983 年严格导出的倾斜光轴单轴成层介质的并矢格林函数谱域形式,在 Dyson 方程中采用非线性近似,在 Bethe-Salpeter 方程中采用梯形近似得出 MRT 方程,并在 1990 年给出了这组复杂方程的数值计算结果[15]。Lee 和 Kong 证明了对 Dyson 方程的非线性近似和对 Bethe-Salpete 方程的梯形近似保持了能量守恒。

尽管严格地讨论多散射的理论需要借助于 Feynman 图[1],但对本书将涉及的几种近似,给出直观的说明还是可能的。

设一无界随机介质的介质系数为 $\varepsilon(r)=\langle\varepsilon\rangle+\varepsilon_f(r)$,介质中并矢格林函数满足矢量波动方程

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)-\omega^2\mu\langle\varepsilon\rangle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)=\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)+\boldsymbol{I}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0) \tag{5.140}$$

式中,$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{r})=\omega^2\mu\varepsilon_f(\boldsymbol{r})$。方程的解可利用齐次并矢格林函数$\boldsymbol{G}^0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)$给出的积分方程

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)=\boldsymbol{G}^0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)+\int\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\,\boldsymbol{G}^0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)\cdot\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{r}_1)\cdot\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_0) \tag{5.141}$$

来表示,$\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)$满足波数 $k_m=\omega\sqrt{\mu\langle\varepsilon\rangle}$的波动方程。假设 $\varepsilon_f(\boldsymbol{r})$服从高斯稳态随机过程,于是

$$\langle\varepsilon_f\rangle=0 \tag{5.142}$$

对式(5.141)利用式(5.142)求系综平均得

$$\langle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)\rangle=\boldsymbol{G}^0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0)+\int\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\,\boldsymbol{G}_0^0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\cdot\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2)\cdot\langle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_0)\rangle \tag{5.143}$$

式(5.143)称为 Dyson 方程,$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2)$是一可用 Feynman 图表示的无穷级数。如令

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2)=C(r_1-r_2)\boldsymbol{G}^0(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2) \tag{5.144}$$

则称为双迹近似,$C(r_1-r_2)$为两点相关函数,根据实验确定。如令

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2)=C(r_1-r_2)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2) \tag{5.145}$$

则称为非线性近似。

$$\langle G_{ij}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_0)G_{kl}(\boldsymbol{r}'_1,\boldsymbol{r}_0)\rangle=\langle G_{ij}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_0)G_{kl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\rangle+\int\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\mathrm{d}\,\boldsymbol{r}'_1\mathrm{d}\boldsymbol{r}'_2\langle G_{im}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_1)\rangle$$

$$\cdot \langle G_{kg}(\boldsymbol{r}'_1, \boldsymbol{r}')\rangle \cdot \boldsymbol{I}_{mn,gr}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; \boldsymbol{r}'_1, \boldsymbol{r}'_2)\langle \boldsymbol{G}_{nj}(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_0)\rangle\langle \boldsymbol{G}_{kg}(\boldsymbol{r}'_2, \boldsymbol{r}'_0)\rangle \tag{5.146}$$

式(5.146)称为 Bethe-Salpete 方程，$\boldsymbol{I}_{mn,gr}$称为强度算子，当令

$$\boldsymbol{I}_{mn,gr} = \delta(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)\delta(\boldsymbol{r}'_1 - \boldsymbol{r}'_2)C(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2) \tag{5.147}$$

则称为梯形近似。

5.3.5 非球形粒子和各向异性球形粒子的消光率和相位矩阵

由文献[16]可知，当求得一散射体的 $\boldsymbol{T}$ 矩阵后，就可以求得散射函数并矢 $\boldsymbol{f}$，但对非球形粒子和各向异性球形粒子，其 $\boldsymbol{T}$ 矩阵通常都是在主坐标系下求出的。设散射体的主坐标系经过欧拉旋转 α,β,γ 到系统坐标系，系统坐标系的 $\boldsymbol{T}$ 矩阵可由主坐标系的 $\boldsymbol{T}$ 矩阵表示为

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{D}^{-1} \tag{5.148}$$

式中，$\boldsymbol{D}$ 为与 α,β,γ 有关的对角线矩阵。

$$\langle \boldsymbol{f}(\theta,\varphi,\theta',\varphi')\rangle = \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\gamma \int_0^{\pi} \mathrm{d}\beta p(\beta,\gamma)\boldsymbol{f}(\theta,\varphi,\theta',\varphi',\alpha\beta\gamma) \tag{5.149}$$

式中，$p(\beta,\gamma)$为物体的取向概率密度函数，因而有

$$\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\gamma \int_0^{\pi} \mathrm{d}\beta \sin\beta p(\beta,\gamma) = 1 \tag{5.150}$$

$p(\beta,\gamma)$的具体分布需要根据研究的问题来确定，也可以假设一些分布来进行一些理论上的预测。无论对球形各向异性粒子还是对各向同性非球性粒子，计算其 $\boldsymbol{T}$ 矩阵的工作都是解一个线性方程组，对轴对称物体或某些特殊的个性异性球体，线性方程组的系数为一重数值积分，一般情况下为二重积分。对于非球形粒子和各向异性球形粒子的 VRT 方程的求解原则是相同的，计算的复杂性也大致相当。由于全极化测量技术的发展，人们对于 $p(\beta,\gamma)$的假设已从以前的与 γ 无关，变成与 γ 有关。

5.4 含 N 成分致密分布介质球的随机介质的有效传播常数

本节根据 Kong 主编的《Progress in Electromagnetics Research》第一卷第三章的内容改写而成[17]，由 Ding 和 Tsang 原著。

这里需要指出，由于本节考虑的是中频区的问题，粒子不再为小粒子，从而介电常数相同而尺寸不同的粒子也被定义成不同的成分。这一节除了电磁学上的意义，还经作者放大，推广应用于人类社会，从而将自然科学的方法变成哲学方法以穿透主体间性。

5.4.1 多散射方程与色散关系

考虑一含有 L 种成分 N 个离散散射体的随机介质，这 N 个散射体分别位于$\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \cdots, \boldsymbol{r}_N$，背景介质占据体积 V，介电常数为 ε。这些粒子在 V 内均匀随机分布。离散散射体的 L 种不同成分记为 $s_j = 1, 2, \cdots, L$。每种成分可以具有不同的尺寸、形状和介电常数 ε_{s_j}。

为了研究电磁波在这种介质中的传播，可以利用基于并矢格林函数算子的多散射理论。这一理论在 Tsang、Kong 和 Shin 所著《Theory of Microwave Remote Sensing》一书中有很好的介绍[1]。

N 粒子并矢格林函数算子 $\boldsymbol{G}$ 满足多散射方程

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{G}_0+\boldsymbol{G}_0\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{U}_j^{s_j}\boldsymbol{G} \tag{5.151}$$

它可由坐标表象的并矢格林函数方程

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')=\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')+\sum_{j=1}^{N}\mathrm{d}\boldsymbol{r}''\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}'')(k_{s_j}^2-k^2)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}'',\boldsymbol{r}') \tag{5.152}$$

经过大量推导得出。式(5.152)中$\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')$为背景介质并矢格林函数,式(5.151)中$\boldsymbol{G}_0$ 为背景介质并矢格林函数算子,$k^2=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$,$k_{s_j}=\omega\sqrt{\mu\varepsilon_{s_j}}$,$\omega$ 是角频率,μ 是磁导率。$\boldsymbol{U}_j^{s_j}$ 称为第 s_j 成分的第 j 个散射体的散射位,在坐标表象中写成

$$\langle\boldsymbol{r}|\boldsymbol{U}_j^{s_j}|\boldsymbol{r}'\rangle=U_j^{s_j}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\boldsymbol{I}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')=U_j^{s_j}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{I}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{5.153}$$

$$U_j^{s_j}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')=\begin{cases}0, & \boldsymbol{r}\text{ 位于粒子 }j\text{ 之外}\\ k_{s_j}^2-k^2, & \boldsymbol{r}\text{ 位于粒子 }j\text{ 之内}\end{cases} \tag{5.154}$$

设多粒子概率密度函数为 $p(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\cdots,\boldsymbol{r}_N;s_1,s_2,\cdots,s_L)$,那么

$$Np(r_i,s_i)=n_{s_i} \tag{5.155}$$

$$(N-1)p(\boldsymbol{r}_j,s_j|\boldsymbol{r}_i,s_i)=n_{s_i}g_{s_is_j}(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{r}_j) \tag{5.156}$$

式中,$p(|)$表示条件概率密度函数;n_{s_i} 表示第 s_i 种粒子的数密度;$g_{s_is_j}(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{r}_j)$是 s_i,s_j 种成分中两粒子的对分布函数,由条件概率的贝叶斯公式可见 $g_{s_is_j}$ 是对称的,即 $g_{s_is_j}(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{r}_j)=g_{s_is_j}(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{r}_i)$。

1. 准晶近似(QCA)

给定散射位算子$U_j^{s_j}$之后,转移算子$T_j^{s_j}$由 Lippmann-Schwinger 方程定义为[1]

$$\boldsymbol{T}_j^{s_j}=\boldsymbol{U}_j^{s_j}+\boldsymbol{U}_j^{s_j}\boldsymbol{G}_0\boldsymbol{T}_j^{s_j} \tag{5.157}$$

该式表明所有其他粒子不存在时波对第 j 个粒子的散射。根据单散射转移算子 $\boldsymbol{T}_j^{s_j}$,$\boldsymbol{r}_j$ 处的散射算子$\boldsymbol{Q}_j^{s_j}$定义为

$$Q_j^{s_j}=T_j^{s_j}+T_j^{s_j}G_0\sum_{l\neq j}^{N}Q_l^{s_l} \tag{5.158}$$

它可以解释为其他粒子存在时第 j 个粒子的散射算子,可以称为多散射转移算子,与所有粒子有关。根据多散射转移算子,多散射方程可以写成

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{G}_0+\boldsymbol{G}_0\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{Q}_j^{s_j}\boldsymbol{G}_0 \tag{5.159}$$

该式表示,空间任意一点的场等于入射场加上所有粒子的多散射场。

对 $\boldsymbol{G}$ 和$\boldsymbol{Q}_j^{s_j}$进行构形平均,得

$$E(\boldsymbol{G})=\boldsymbol{G}_0+N\boldsymbol{G}_0E[E_j(\boldsymbol{Q}_j^{s_j})]G_0 \tag{5.160}$$

$$E_l(\boldsymbol{Q}_l^{s_l})=\boldsymbol{T}_l^{s_l}+(N-1)\boldsymbol{T}_l^{s_l}\boldsymbol{G}_0E_l[E_{lj}(\boldsymbol{Q}_j^{s_j})] \tag{5.161}$$

$$E[E_l(\boldsymbol{Q}_l^{s_l})]=\iint\mathrm{d}r_j\mathrm{d}s_jp(r_j,s_j)E_j(\boldsymbol{Q}_j^{s_j}) \tag{5.162}$$

$$E_l[E_{lj}(\boldsymbol{Q}_j^{s_j})]=\iint\mathrm{d}r_j\mathrm{d}s_jp(\boldsymbol{r}_j,s_j\mid\boldsymbol{r}_l,s_l)E_{lj}(\boldsymbol{Q}_j^{s_j}) \tag{5.163}$$

式中,E 表示系综平均,也就是随机变量的数学期望;E_j 表示给定位置和成分的第 j 个粒

子的条件平均；E_{lj}表示给定位置和成分的粒子j和l的条件平均。

式(5.160)意味着总平均值由一个颗粒固定的条件平均给出，式(5.161)则以两个颗粒固定的条件平均来给出当个颗粒固定时的条件平均。相似地，可以用$n+1$个颗粒固定时的条件平均来表示n个颗粒固定时的条件平均。在不同的阶段截断将导出不同的近似。

有效场近似在第一阶段就作近似

$$E_j(\boldsymbol{G}_j)=E(\boldsymbol{G}) \tag{5.164}$$

即假设第j个粒子固定时的平均电场等于整个介质中的平均电场，这是一种粗糙的近似，仅适用于颗粒稀疏分布的情形，这里所谓稀疏一般是指占空比在10^{-3}的数量级。

准晶近似在第二阶段作近似

$$E_{lj}(\boldsymbol{Q}_j^{s_j})=E_j(\boldsymbol{Q}_j^{s_j}) \tag{5.165}$$

即假设当固定第l个粒子后第j个粒子的场，等于没有固定第l个粒子时第j个粒子的场。也就是说，第l和第j个粒子的场不因它们位置之间的相互影响(由对分布函数考虑)而改变。在式(5.162)、式(5.163)中将s_j的积分改成对s_j的求和，并利用式(5.155)、式(5.156)得

$$E(\boldsymbol{G})=\boldsymbol{G}_0+\boldsymbol{G}_0\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_j E_j(\boldsymbol{Q}_j^{s_j})\,\boldsymbol{G}_0 \tag{5.166}$$

$$E_l(\boldsymbol{Q}_l^{s_l})=\boldsymbol{T}_l^{s_l}+\boldsymbol{T}_l^{s_l}\boldsymbol{G}_0\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_j g_{s_ls_j}(\boldsymbol{r}_l,\boldsymbol{r}_j)E_j(\boldsymbol{Q}_j^{s_j}) \tag{5.167}$$

在多散射的理论推导中，最方便的是一种称为动量表象的公式系统。正如在量子力学中一样，多散射理论也有三种表象，另外就是动量(矩)表象和坐标表象，可参见相关论著[18]。在有效介质近似中[19]也是采用矩表象来建立公式的。

设

$$\langle \boldsymbol{p}|E_l(\boldsymbol{Q}_l^{s_l})|\boldsymbol{p}'\rangle=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}')\cdot\boldsymbol{r}_l}\boldsymbol{Q}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}') \tag{5.168}$$

令

$$\boldsymbol{C}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')=\boldsymbol{Q}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')\left[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_0(p')\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\boldsymbol{Q}_p^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')\right]^{-1} \tag{5.169}$$

将多散射方程式(5.167)的所有各量变换到动量空间，得到$\boldsymbol{C}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')$的积分方程为

$$\boldsymbol{C}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')=\boldsymbol{T}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')+\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}'\,\boldsymbol{T}_p^{s_l}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}'')\,\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{p}'')H_{s_js_l}(\boldsymbol{p}''-\boldsymbol{p}')\,\boldsymbol{C}_p^{s_j}(\boldsymbol{p}'',\boldsymbol{p}') \tag{5.170}$$

式中，$H_{s_js_l}$的定义见(5.129)式；$\boldsymbol{T}_p^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')=\langle\boldsymbol{p}|\boldsymbol{T}^{s_j}|\boldsymbol{p}'\rangle$是$\boldsymbol{T}^{s_j}$的动量表示。对统计均匀介质、平均并矢格林函数算子在动量表象下为对角线形式，$\langle\boldsymbol{p}|E(\boldsymbol{G})|\boldsymbol{p}''\rangle=\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})\langle\boldsymbol{p}|\boldsymbol{p}'\rangle=(2\pi)^3\cdot\delta(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}')\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})$，$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})$由

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})=\left[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p})-\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\boldsymbol{C}_p^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')\right]^{-1} \tag{5.171}$$

给出，令$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})$的逆的行列式为零得到色散关系

$$\det\left[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p})-\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\boldsymbol{C}_p^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')\right]^{-1}=0 \tag{5.172}$$

式中,det 代表行列式。解式(5.172)得到的复值 $\boldsymbol{p}$ 就是有效传播常数 K。具体步骤是先解式(5.170)得到$\boldsymbol{C}_{p}^{s_l}$。

色散方程式(5.170)和式(5.172)也可以由质量算子表达(在讲 VRT 方程时曾涉及),将空间表象的 $\boldsymbol{C}_{p}^{s_j}(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_l)$转换到动量

$$\langle \boldsymbol{p}|\boldsymbol{C}_{p}^{s_j}|\boldsymbol{p}'\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(p-p')\cdot r_j}\boldsymbol{C}_{p}^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}') \tag{5.173}$$

则式(5.170)的坐标表象为

$$\boldsymbol{C}_{l}^{s_l} = \boldsymbol{T}_{l}^{s_l} + \sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j}\int \mathrm{d}r_j h_{s_l s_j}(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_l)\,\boldsymbol{T}_{l}^{s_l}\,\boldsymbol{G}_0\,\boldsymbol{C}_{j}^{s_j} \tag{5.174}$$

这样 $\boldsymbol{C}_{l}^{s_l}$ 可以解释为:粒子 l 的在其他粒子存在时的在准晶近似下关于粒子位置和性质平均得到的散射转移算子。与式(5.171)等价的坐标(空间)表象方程是

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{G}) = \boldsymbol{G}_0 + \boldsymbol{G}_0\sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{C}_{j}^{s_j}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{G}) \tag{5.175}$$

令 QCA 近似下含 L 种成分粒子的随机介质的并矢质量算子为

$$\boldsymbol{M} = \sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j}\int \mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{C}_{j}^{s_j} \tag{5.176}$$

则式(5.175)可以写成

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{G}) = \boldsymbol{G}_0 + \boldsymbol{G}_0\boldsymbol{M}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{G}) \tag{5.177}$$

这是用并矢格林函数表示的随机介质中电场一阶矩的 Dyson 方程。

根据质量算子,色散关系变成

$$\det\left[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{M}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})\right] = 0 \tag{5.178}$$

$$\langle \boldsymbol{p}\mid \boldsymbol{M}\mid \boldsymbol{p}'\rangle = \langle \boldsymbol{p}\mid \boldsymbol{p}'\rangle\sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j}\,\boldsymbol{C}_{p}^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}) \tag{5.179}$$

2. 准晶近似相干位(QCA-CP)

在上面推导多重散射方程时曾用到相干位的概念,利用了并矢格林函数算子,位算子 U^{s_j} 正比于 $k_{s_j}^2-k^2$,它是不同于背景介质介质系数的一个量。但是,随着介质中粒子变得越来越致密,随机介质中的相干波将以等效波数 K 而不是背景介质波数 k 传播。因而散射位用 K 而不是 k 表示。相关位的概念引入与 K 有关的格林算子中,相似于强扰动理论的重整化张重ε_g 与随机介质中的非线性近似也有点类似。

在式(5.151)中加上并减去算子 $n\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})$得

$$\boldsymbol{G} = \left[\boldsymbol{G}_0^{-1} - n\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p}) - \sum_{j=1}^{L}\left(\boldsymbol{U}_{j}^{s_j} - \frac{\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})}{v}\right)\right]^{-1} \tag{5.180}$$

式中,$n=\sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j}$ 是粒子的总数密度;$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})$ 为相干位算子,它在空间为常数,但也可能是动量算子 $\boldsymbol{p}$ 的函数。令$\boldsymbol{G}_c^{-1}=\boldsymbol{G}_0^{-1}-n\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})$ 为相干位格林算子,$\widetilde{\boldsymbol{U}}_{j}^{s_j}=\boldsymbol{U}_{j}^{s_j}-\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})/v$ 为修正位算子,则多散射方程式(5.151) 变成

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{G}_c + \boldsymbol{G}_c\sum_{j=1}^{L}\widetilde{\boldsymbol{U}}_{j}^{s_j}\boldsymbol{G} \tag{5.181}$$

这个方程与多散射方程式(5.151)并无形式上的不同。因而,对上述方程取构形平均也可

以得到不同的近似。本章提出的重整化 QCA 近似就是将准晶近似用于具有新的散射位 $\widetilde{\boldsymbol{U}}_j^{s_j}$ 的式(5.181)并附加自洽条件

$$E(\boldsymbol{G})=\boldsymbol{G}_c \tag{5.182}$$

以确定 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})$,从这里可见,相干位近似由于引入了相干位算子 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})$(或者说重整化波数 K)使得色散关系的确定由可调参数 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{p})$的作用变成一种自洽的理论。QCA-CP 定义修正转移算子(仍然是$\boldsymbol{U}_j^{s_j}$ 而不是$\widetilde{\boldsymbol{U}}_j^{s_j}$)

$$\hat{\boldsymbol{t}}_j^{s_j}=\boldsymbol{U}_j^{s_j}+\boldsymbol{U}_j^{s_j}\boldsymbol{G}_c\hat{\boldsymbol{t}}_j^{s_j} \tag{5.183}$$

按照相似的步骤,得到 QCA 近似下平均格林算子

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})=\boldsymbol{G}_c(\boldsymbol{p})=[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p})-\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\hat{\boldsymbol{C}}_{jj}^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')]^{-1} \tag{5.184}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{C}}_{jj}^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')$满足积分方程

$$\hat{\boldsymbol{C}}_{jj}^{s_j}=\hat{\boldsymbol{t}}_j^{s_j}+\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int\mathrm{d}\boldsymbol{p}'\,\hat{\boldsymbol{t}}_j^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}'')\boldsymbol{G}_c(\boldsymbol{p}'')h_{s_ls_j}(\boldsymbol{p}''-\boldsymbol{p}')\hat{\boldsymbol{C}}_{jj}^{s_j}(\boldsymbol{p}'',\boldsymbol{p}') \tag{5.185}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{t}}_j^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}')=\langle\boldsymbol{p}|\hat{\boldsymbol{t}}^{s_j}|\boldsymbol{p}'\rangle$是$\hat{\boldsymbol{t}}^{s_j}$的动量表述。

QCA-CP 下的色散关系为

$$\det[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p})-\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\hat{\boldsymbol{C}}_{jj}^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})]=0 \tag{5.186}$$

同样,色散关系式(5.185)、式(5.186)可以由质量算子表出,QCA-CP 下的质量算子$\hat{M}$ 为

$$\hat{\boldsymbol{M}}=\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int\mathrm{d}r_j\,\hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_j} \tag{5.187}$$

$$\hat{\boldsymbol{C}}_l^{s_l}=\hat{\boldsymbol{t}}_l^{s_l}+\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int\mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_jh_{s_ls_j}(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_l)\hat{\boldsymbol{t}}_l^{s_l}\boldsymbol{G}_c\hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_j} \tag{5.188}$$

QCA-CP 下的平均格林算子可以写为

$$E(\boldsymbol{G})=\boldsymbol{G}_c=\boldsymbol{G}_0+\boldsymbol{G}_0\hat{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{G}_c \tag{5.189}$$

$$\langle\boldsymbol{p}\mid\hat{\boldsymbol{M}}\mid\boldsymbol{p}'\rangle=\langle\boldsymbol{p}\mid\boldsymbol{p}'\rangle\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\hat{\boldsymbol{C}}_{jj}^{s_j}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}) \tag{5.190}$$

平均格林函数变成

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{p})=[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p})-\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})]^{-1} \tag{5.191}$$

色散关系是

$$\det[\boldsymbol{G}_0^{-1}(\boldsymbol{p})-\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})]^{-1}=0 \tag{5.192}$$

5.4.2 能量守恒与二阶矩的梯形近似

在本章引言中已指出,刻画一个随机变量,除一阶矩(或者说平均场)外,其非相干场的二阶矩是一个重要的量,尤其是在无耗和低耗介质中更是如此。对二阶矩的 Bethe-Salpeter 方程的常见近似是梯形近似。二阶矩方程也利用一阶矩的格林函数和一阶矩的

场。所以,二阶矩的结果与能量守恒的问题既与对一阶矩方程所作的近似有关,又与一阶矩方程的近似有关。

下面将证明二阶矩的梯形近似与一阶矩的相干位准晶近似严格满足能量守恒。同时给出考虑到散射体位置相关效应的二阶矩梯形近似公式。

时间平均波印亭矢量 $\boldsymbol{S}$ 的定义是

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{4\pi\omega\mu}\{-\boldsymbol{E}\times(\nabla\times\boldsymbol{E}^*)+\boldsymbol{E}^*\times(\nabla\times\boldsymbol{E})\} \tag{5.193}$$

对无耗背景介质和无耗粒子,其时间平均波印亭矢量的空间散度应为零,即

$$\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\langle\nabla\cdot\boldsymbol{S}\rangle=0 \tag{5.194}$$

电场所满足的矢量彼动方程为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})+\sum_{l=1}^{N}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'\,\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\,\boldsymbol{U}_l^{s_l}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}') \tag{5.195}$$

定义算子 $\boldsymbol{W}$ 为

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-k^2\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \tag{5.196}$$

用 $\boldsymbol{W}$ 重写式(5.195)为

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\sum_{l=1}^{N}\boldsymbol{U}_l^{s_l}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \tag{5.197}$$

由 $\boldsymbol{S}$ 的定义,并将式(5.197)代入式(5.194)得

$$\begin{aligned}4\mathrm{j}\omega\mu\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\langle\nabla\cdot\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})\rangle=&\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\sum_{\alpha,\beta}\lim_{r'\to r}\{W_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r}')\langle\boldsymbol{E}_\alpha(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{E}_\beta^*(\boldsymbol{r}')\rangle\\&-W_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r})\langle\boldsymbol{E}_\beta(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{E}_\alpha^*(\boldsymbol{r}')\rangle\}\end{aligned} \tag{5.198}$$

在式(5.198)中下标,$\alpha,\beta=1,2,3$ 代表场的三个笛卡儿直角坐标分量。

相干场 $\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle$ 与相干格林函数 $\langle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\rangle$ 满足 Dyson 方程

$$\nabla\times\nabla\times\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle-k^2\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\rangle=\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\cdot\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\rangle \tag{5.199}$$

$$\nabla\times\nabla\times\langle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\rangle-k^2\langle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\rangle=\boldsymbol{I}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')+\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}''\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}'')\cdot\langle\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}'',\boldsymbol{r}')\rangle \tag{5.200}$$

式中,$\boldsymbol{M}$ 是质量算子。式(5.176)、式(5.187)分别给出了在准晶近似和准晶近似相干位下的质量算子。

场的二阶矩服从 Bethe-Salpeter 方程

$$\begin{aligned}\langle E_\alpha(\boldsymbol{r})E_\beta^*(\boldsymbol{r}')\rangle=&\langle E_\alpha(\boldsymbol{r})\rangle\langle E_\beta^*(\boldsymbol{r}')\rangle+\sum_{\alpha',\beta'}\sum_{\alpha'',\beta''}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'_2\\&\cdot\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle\langle G_{\beta\beta'}^*(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}'_1)\rangle\cdot I_{\alpha',\alpha'';\beta,\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r}'_1,\boldsymbol{r}'_2)\\&\cdot\langle E_{\alpha''}(\boldsymbol{r}_2)E_\beta^*(\vec{r}'_2)\rangle\end{aligned} \tag{5.201}$$

由式(5.199)~(5.201)得到

$$\begin{aligned}\sum_\beta W_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r}')\langle\boldsymbol{E}_\alpha(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{E}_\beta^*(\boldsymbol{r}')\rangle=&\langle E_\alpha(\boldsymbol{r})\rangle\sum_\beta\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2M_{\alpha\beta}^*(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_2)\langle E_\beta^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle\\&+\sum_{\alpha'}\sum_{\alpha'',\beta''}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'_2\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle\cdot I_{\alpha',\alpha'',\alpha\beta''}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r}'_1,\boldsymbol{r}'_2)\langle E_{\alpha''}(\boldsymbol{r}_2)E_\beta^*(\boldsymbol{r}'_2)\rangle\end{aligned}$$

$$+\sum_{\beta}\sum_{\alpha',\beta'}\sum_{\alpha'',\beta''}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1'\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle \cdot \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'' M_{\alpha\beta}^*(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_2'')\langle G_{\beta\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2'',\boldsymbol{r}_1')\rangle$$
$$\cdot I_{\alpha,\alpha'';\beta,\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r}_1',\boldsymbol{r}_2')\langle E_{\alpha''}(\boldsymbol{r}_2)E_{\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2')\rangle \tag{5.202}$$

应用式(5.201) Bethe-Salpeter 方程于式(5.202)的右边第二项得

$$\sum_{\beta}W_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r}')\langle E_\alpha(\boldsymbol{r})\cdot E_\beta^*(\boldsymbol{r}')\rangle = \langle E_\alpha(\boldsymbol{r})\rangle\sum_{\beta}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2 M_{\alpha\beta}^*(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_2)\langle E_\beta^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle$$
$$+\sum_{\alpha'}\sum_{\alpha'',\beta'}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'\langle G_{\alpha,\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle \cdot I_{\alpha',\alpha'',\alpha\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r}_1',\boldsymbol{r}_2')\langle E_{\alpha''}(\boldsymbol{r}_2)E_\beta^*(\boldsymbol{r}_2')\rangle$$
$$+\sum_{\alpha'}\sum_{\alpha'',\beta'}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle \cdot I_{\alpha',\alpha'',\alpha\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r}_1',\boldsymbol{r}_2')\cdot \sum_{\alpha_1,\beta_1}\sum_{\alpha_2,\beta_2}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_3\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_4$$
$$\cdot\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_3'\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_4'\langle G_{\alpha''\alpha'}(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_3)\rangle\langle G_{\beta'\beta_1}^*(\boldsymbol{r}_2',\boldsymbol{r}_3')\rangle I_{\alpha_1\alpha_2;\beta_1\beta_2}(\boldsymbol{r}_3,\boldsymbol{r}_4;\boldsymbol{r}_3',\boldsymbol{r}_4')\langle E_{\alpha_2}(\boldsymbol{r}_4)E_{\beta_2}^*(\boldsymbol{r}_4')\rangle$$
$$+\sum_{\beta}\sum_{\alpha',\beta'}\sum_{\alpha'',\beta''}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1'\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle \cdot \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'' M_{\alpha\beta}^*(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_2'')\langle G_{\beta\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2'',\boldsymbol{r}_1')\rangle$$
$$\cdot I_{\alpha'\alpha'';\beta\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r}_1',\boldsymbol{r}_2')\langle E_{\alpha''}(\boldsymbol{r}_2)E_{\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2')\rangle \tag{5.203}$$

用同样的方法可以算出 $\sum_{\beta}W_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r})\langle E_\alpha^*(\boldsymbol{r}')\cdot E_\beta(\boldsymbol{r})\rangle$，所得到的表达式和式(5.203)一起代入式(5.198)。取极限 $\boldsymbol{r}'\to\boldsymbol{r}$ 并对 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 积分得八项。交换哑指标和宗量，这八项可以重排、分解，化成形式

$$4\mathrm{j}\omega\mu\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\langle\nabla\cdot\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})\rangle = \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2'\{M_{\alpha''\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_2')-M_{\beta'\alpha''}(\boldsymbol{r}_2',\boldsymbol{r}_2)$$
$$+\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}\int \mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_1\sum_{\alpha',\alpha''}[\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle-\langle G_{\alpha'\alpha}^*(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r})\rangle]\cdot I_{\alpha'\alpha'',\alpha\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_2')\}$$
$$\cdot\langle E_{\alpha''}(\boldsymbol{r}_2)\rangle\langle E_{\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2')\rangle+\sum_{\alpha_1,\beta_1}\sum_{\alpha_2,\beta_2}\sum_{\alpha'',\beta'}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_3\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_4\int \mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_3'\int \mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_4'\int \mathrm{d}\,\boldsymbol{r}_2'$$
$$\cdot\langle G_{\alpha''\alpha_1}(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_3)\rangle\langle G_{\beta'\beta_1}^*(\boldsymbol{r}_2',\boldsymbol{r}_3')\rangle\,\boldsymbol{I}_{\alpha_1\alpha_2,\beta_1\beta_2}(\boldsymbol{r}_3,\boldsymbol{r}_4;\boldsymbol{r}_3',\boldsymbol{r}_4')\langle E_{\alpha_2}(\boldsymbol{r}_4)E_{\beta_2}^*(\boldsymbol{r}_4')\rangle$$
$$\cdot\{M_{\alpha''\beta'}^*(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_2')-M_{\beta'\alpha''}(\boldsymbol{r}_2',\boldsymbol{r}_2)+\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\sum_{\alpha,\alpha'}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}[\langle G_{\alpha\alpha'}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1)\rangle-\langle G_{\alpha'\alpha}^*(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r})\rangle]$$
$$\cdot\boldsymbol{I}_{\alpha'\alpha'',\alpha\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_2')\} \tag{5.204}$$

从式(5.204)可见，如果下式成立，则式(5.204)可以严格成立：

$$M_{\alpha\beta}^*(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')-M_{\beta\alpha}(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r})+\sum_{\alpha',\beta}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\cdot[\langle G_{\alpha'\beta'}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2)\rangle-\langle G_{\beta'\alpha'}^*(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_1)\rangle]$$
$$\cdot\boldsymbol{I}_{\beta\alpha',\alpha'\beta}(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}')=0 \tag{5.205}$$

下面证明式(5.205)由 QCA-CP 与修正梯形近似联立满足。由式(5.187)，QCA-CP 下的质量算子 $\hat{\boldsymbol{M}}$ 为

$$\hat{\boldsymbol{M}}=\sum_{s_j=1}^{L}n_{s_j}\int \mathrm{d}r_j\,\hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_j} \tag{5.206}$$

令上标 † 代表厄米特共轭，使得

$$(\boldsymbol{A}^\dagger)_{\alpha''\beta'}(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_2')=\boldsymbol{A}_{\beta'\alpha''}^*(\boldsymbol{r}_2',\boldsymbol{r}_2) \tag{5.207}$$

从式(5.183)、式(5.185)得

$$\boldsymbol{C}_j^{s_j} = \boldsymbol{U}_j^{s_j} + \sum_{s_l=1}^{L} \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1 q_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) \boldsymbol{U}_j^{s_j} \boldsymbol{G}_c \hat{\boldsymbol{C}}_l^{s_l} \tag{5.208}$$

$$q_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) = \delta_{s_j s_l} \delta(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) + n_{s_l} h_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) \tag{5.209}$$

从式(5.208)、式(5.206)及对无耗散射体和无耗背景介质$\boldsymbol{U}_j^{s_j+} = \boldsymbol{U}_j^{s_j}$,可得

$$\hat{\boldsymbol{M}}^{+} - \hat{\boldsymbol{M}} = \sum_{s_l=1}^{L} \sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j} \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_j \mathrm{d}\boldsymbol{r}'_l q_{s_j s_1}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) [\hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_l+} \boldsymbol{G}_c^{+} \boldsymbol{U}_j^{s_j} - \boldsymbol{U}_j^{s_j} \boldsymbol{G}_c \hat{\boldsymbol{C}}_l^{s_l}] \tag{5.210}$$

然后用式(5.208)中的$\boldsymbol{U}_j^{s_j}$,代换式式(5.210)中的第一个$\boldsymbol{U}_j^{s_j}$,用

$$\boldsymbol{U}_j^{s_j} = \boldsymbol{U}_j^{s_j+} - \sum_{s_m=1}^{L} n_{s_j} \int \mathrm{d}\, \boldsymbol{r}_m g_{s_j s_m}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_m) \hat{\boldsymbol{C}}_m^{s_m+} \boldsymbol{G}_c^{+} \boldsymbol{U}_j^{s_j} \tag{5.211}$$

代换式(5.210)中的第二个$\boldsymbol{U}_j^{s_j}$,式(5.211)由式(5.208)取共轭并注意到$\boldsymbol{U}_j^{s_j+} = \boldsymbol{U}_j^{s_j}$得到。这样在式(5.210)的右边得到四项,交换哑指标和宗量后,有两项相消了,结果是

$$\hat{\boldsymbol{M}}^{+} - \hat{\boldsymbol{M}} = \sum_{s_j=1}^{L} \sum_{s_l=1}^{L} n_{s_j} \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_j \mathrm{d}\boldsymbol{r}_l q_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) [\hat{\boldsymbol{C}}_l^{s_l+} \hat{\boldsymbol{G}}_c^{s_j} \hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_j} - \hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_j+} \boldsymbol{G}_c^{+} \boldsymbol{U}_j^{s_j}] \tag{5.212}$$

由于$h_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l)$既关于$s_j, s_l$对称,又关于$\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{r}_l$对称,故$n_{s_j} q_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) = n_{s_l s_j}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l)$,所以,如果选取下列形式的强度算子,则式(5.215)精确成立:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{I}_{\alpha\beta;\alpha'\beta'}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1; \boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}'_1) = & \sum_{s_l=1}^{L} \sum_{s_j=1}^{L} \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_j \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}_l [n_{s_j} \delta_{s_j s_l} \delta(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l) + n_{s_j} n_{s_l} h_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l)] \\ & \cdot \hat{C}_{l\alpha\beta}^{s_l}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1) \hat{C}_{j\alpha'\beta'}^{s_j *}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1)(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}'_1) \end{aligned} \tag{5.213}$$

这个强度算子的表达式意味着整个强度算子由两部分组成:一部分代表了对同类散射体的贡献求和,即式(5.213)的第一项;另一部分代表了对不同类散射体以$n_{s_j} n_{s_l} h_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l)$为权重加权求和,即式(5.213)的第二部分。正如前文指出的,$\boldsymbol{C}$代表了其他散射体存在时第少个粒子的转移算子。

与通常的梯形近似比较,式(5.213)中的第二项不出现$\hat{\boldsymbol{C}}_l$用$\boldsymbol{T}_l$代替,$\boldsymbol{T}_l$代表其他粒子不出现时,其他粒子的转移矩阵。由于$h_{s_j s_l}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l)$在$\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_l$大于粒子的4~5倍粒子直径时为零,故也可以看出占空比为多少的粒子分布是稀疏的:设粒子的半径为a,直径为$2a$,粒子之间间隔大于$8a$,体积是三维空间的概念,故占空比应小于1/512,也就是说,只有占空比在10^{-3}数量级的粒子分布才能认为是稀疏的。在粒子稀疏分布的情形下,$n_{s_j} n_{s_l} h_{s_j s_l}$为零,且$\hat{\boldsymbol{C}}_l$也近似变成$\boldsymbol{T}_l$。

式(5.213)就是梯形近似下的多成分粒子的强度算子表达式。由QCA-CP与QCA的相似性,把式(5.213)中的$\hat{\boldsymbol{C}}_j^{s_j}$换成$\boldsymbol{C}_j^{s_j}$,可以得到在QCA近似下的二阶矩的强度算子的表达式,尽管这时能量并不守恒。

5.4.3 含多种尺寸粒子的随机介质的对分布函数

在应用QCA和QCA-CP进行颗粒介质的研究时,都要用到对分布函数。它是一个统计力学上的概念,可以用蒙特卡洛方法随机模拟,也可以用近似方法求出,最流行的近似是Pecus-Yevick (PY)近似。其理论推导比较复杂[15],这里仅给出PY近似下对分布函数的具体计算方法。

令 a_i, a_j 分别为 i, j 种粒子的半径，n_i, n_j 为其密度，令

$$S_{ij} = a_i - a_j \tag{5.214}$$

$$R_{ij} = a_i + a_j \tag{5.215}$$

$$Q_{ij}(r) = 2\pi(n_i n_j)^{\frac{1}{2}} q_{ij}(r) \tag{5.216}$$

这里 $Q_{ij}(r)$ 和 $q_{ij}(r)$ 仅在 $S_{ij} \leqslant r \leqslant R_{ij}$ 时非零，$q_{ij}(r)$ 可以表示成

$$q_{ij}(r) = A_i \frac{r^2}{2} + B_i r + D_{ij} \tag{5.217}$$

$$A_i = \frac{1 - \xi_3 + 6a_i \xi_2}{(1 - \xi_3)^2} \tag{5.218}$$

$$B_i = -\frac{6a_i^2 \xi_2}{(1 - \xi_3)^2} \tag{5.219}$$

$$D_{ij} = -\frac{A_i}{2} R_{ij}^2 - B_i R_{ij} \tag{5.220}$$

$$\xi_\alpha = \frac{\pi}{6} \sum_{j=1}^{L} n_j \ (2a_j)^\alpha, \quad \alpha = 0,1,2,3 \tag{5.221}$$

由 $q_{ij}(r)$ 可以算出

$$\widetilde{Q}_{ij}(p) = \delta_{ij} - \int_{S_{ij}}^{R_{ij}} \mathrm{d}r \mathrm{e}^{\mathrm{j}pr} Q_{ij}(r) \tag{5.222}$$

以 $\widetilde{Q}_{ij}$ 为元素，得到 $L \times L$ 阶矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{Q}}(P)$，由 $\widetilde{\boldsymbol{Q}}(P)$ 可以得到

$$\widetilde{\boldsymbol{C}}(P) = \boldsymbol{E} - \widetilde{\boldsymbol{Q}}^{\mathrm{T}}(-p) \widetilde{\boldsymbol{Q}}(p) \tag{5.223}$$

式中，$\boldsymbol{E}$ 表示 $L \times L$ 阶单位矩阵；T 代表转置。利用 $Q_{ij}(r)$ 的显式，可以得到 $\widetilde{\boldsymbol{C}}(P)$ 的矩阵元素的显式[10]为

$$\begin{aligned}
\widetilde{C}_{ij}(p=0) = & -\frac{\pi}{6} \sqrt{n_{s_i} n_{s_j}} \Bigg\{ \frac{(R_{s_i} + R_{s_j})^3}{1 - \xi_3} + [3R_{s_i} R_{s_j} \xi_2 (R_{s_j}^2 + R_{s_i}^2) + 3R_{s_j}^2 R_{s_i}^2 (R_{s_i} + R_{s_j}) \\
& + 9R_{s_j}^2 R_{s_i}^2 \xi_2 + R_{s_j}^3 R_{s_i}^3 \xi_0] / (1 - \xi_3)^2 + [9R_{s_j}^2 R_{s_i}^2 \xi_2^2 (R_{s_i} + R_{s_j}) \\
& + 6R_{s_j}^3 R_{s_i}^3 \xi_1 \xi_2] / (1 - \xi_3)^3 + 9R_{s_j}^3 R_{s_i}^3 \xi_2^3 / (1 + \xi_3)^4 \Bigg\}
\end{aligned}$$

$$\xi_m = \frac{\pi}{6} \sum_{s_j=1}^{L} n_{s_j} \ (2a_j)^m, \quad m = 0,1,2,3 \tag{5.224}$$

将 $\widetilde{\boldsymbol{C}}(p)$ 代入下列方程可得 $\widetilde{\boldsymbol{H}}(p)$：

$$\widetilde{\boldsymbol{H}}(p) = \widetilde{\boldsymbol{C}}(p) + \widetilde{\boldsymbol{C}}(p) \widetilde{\boldsymbol{H}}(p) \tag{5.225}$$

将 $\widetilde{\boldsymbol{H}}(p)$ 代入

$$\widetilde{\boldsymbol{H}}(p) = (n_{s_i} n_{s_j})^{\frac{1}{2}} \int \mathrm{d}\boldsymbol{r} \mathrm{e}^{\mathrm{j}p \cdot r} h_{ij}(\boldsymbol{r}) \tag{5.226}$$

取上式的傅里叶反变换得到

$$h_{ij}(\boldsymbol{r}) = g_{ij}(\boldsymbol{r}) - 1 \tag{5.227}$$

在 QCA 和 QCA-QCP 方程中，需要计算 $H_{s_i s_j}(p)$，H_{ij} 与 $\widetilde{H}$ 的关系为

$$H_{ij}(p)=\frac{\widetilde{H}_{ij}(-p)}{(2\pi)^3\,(n_in_j)^{\frac{1}{2}}} \tag{5.228}$$

当 $r\approx 4a_{\min}\approx 4a_{\min}(a_1,a_2,\cdots,a_L)$ 时,$h_{ij}(r)$ 趋于零。

5.4.4 含中等尺寸粒子的随机介质的有效传播常数

前已介绍,求解有效传播常数的理论,如准晶近似、准晶近似相干位、有效介质近似(EMA),它们的多散射方程和色散关系都可以比较方便地在动量空间给出。但是,动量表象的公式难以进行数值计算,最典型的例子就是 Tsang 和 Kong 关于 QCA-CP 的理论[1]。尽管其动量表述的公式列写早已在 1980 年给出,但除低频外,其数值计算至今没有作出。从前面的讨论可知,QCA-CP 下的一阶矩与梯形近似下的二阶矩满足能量守恒,从而修正辐射传输方程应以 QCA-CP 近似下的计算为依据。因此,没有作出数值计算不是由于这个问题没有意义,而是由于难以进行的原因。直到 1991 年,Tsang 等的文章仍然没有采用动量空间的公式系统[20]。但是,QCA 下的多散射方程,既可以在动量空间表示,又可以方便地用坐标表象,所以目前,处理连续介质波动问题的实际数值计算大都采用 QCA 下的多散射方程。这是 1992 年时的现状,目前我们已在第七章完成 QCA-CP 的坐标表象,完成了曾亮和 Kong 未竟的事业。计算复杂程序与本节的 QCA 公式相当,而且可不做其他附加近似。

但是本节公式体系是理解本书第六、七章的基础,不熟悉的读者还得先理解这一节。令 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})$ 为含多种粒子的随机介质中的入射场,$\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r})$ 为第 j 个粒子的散射场,它与其他粒子也有关系,任意点的总场为入射场与所有多散射场之和,即

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})+\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r}) \tag{5.229}$$

第 j 个粒子的多散射场 $\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r})$ 可以由第 j 个粒子的多散射入射场 $\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r})$ 表示为

$$\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{T}_j^{s_j}+\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r}) \tag{5.230}$$

式中,$\boldsymbol{T}_j^{s_j}$ 为第 s_j 种粒子种的第 j 个粒子的 $\boldsymbol{T}$ 算子。第 j 个粒子的激励场可以表示成总场减去自身的散射场,即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r})&=\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})+\sum_{l\neq j}^{N}\boldsymbol{E}_l^s(\boldsymbol{r})\\&=\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})+\sum_{l\neq j}^{N}\boldsymbol{T}_l^{s_l}\,\boldsymbol{E}_l^E(\boldsymbol{r}),\quad j=1,2,\cdots,N\end{aligned} \tag{5.231}$$

在准晶近似下,第 j 个粒子激励场的条件平均的积分方程为

$$\langle\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r})\rangle_j=\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})+\sum_{s_l=1}^{L}n_{s_l}\int\mathrm{d}r_l g_{s_js_l}(\boldsymbol{r}_l,\boldsymbol{r}_j)\,\boldsymbol{T}_l^{s_l}\,\langle\boldsymbol{E}_l^E(\boldsymbol{r})\rangle_l \tag{5.232}$$

这样,通过分布函数的引入,已将无穷多粒子的问题,转化成 L 种粒子的问题,把粒子关于位置的自由度减少了,另外一个问题就是要处理不同位置粒子场振幅之间的关系。也就是说,确定位置的(或者通过统计平均后确定的)无穷多个粒子的问题仍然难以处理,需要根据粒子的统计特性再来确定不同位置粒子之间场的关系。

首先,对同一种粒子中的不同粒子在各自的本地坐标系中,其场的表达式会有不同。

$$[a_{\mu\nu}^{s_j}(\boldsymbol{r}_j)Rg\,\boldsymbol{M}_{\mu\nu}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j)+b_{\mu\nu}^{s_j}(\boldsymbol{r}_j)Rg\,\boldsymbol{N}_{\mu\nu}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j)] \tag{5.233}$$

相应的散射场为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_l^s(\boldsymbol{r}) &= \boldsymbol{T}_l^{s_l} \langle \boldsymbol{E}_l^E(\boldsymbol{r}) \rangle_l \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} [T_n^{(M)s_l} a_{mn}^{s_l}(\boldsymbol{r}_l) \boldsymbol{M}_{mn}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_l) + T_n^{(N)s_l} b_{mn}^{s_l}(\boldsymbol{r}_l) \boldsymbol{N}_{mn}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_l)] \end{aligned} \tag{5.234}$$

$$T_n^{(M)s_l} = \frac{[\rho_{s_l} j_n(\rho_{s_l})]' j_n(\delta_{s_l}) - [\delta_{s_l} j_n(\delta_{s_l})]' j_n(\rho_{s_l})}{[\rho_{s_l} h_n(\rho_{s_l})]' j_n(\delta_{s_l}) - [\delta_{s_l} j_n(\delta_{s_l})]' h_n(\rho_{s_l})} \tag{5.235}$$

$$T_n^{(N)s_l} = -\frac{[\rho_{s_l} j_n(\rho_{s_l})]' \delta_{s_l}^2 j_n(\delta_{s_l}) - [\delta_{s_l} j_n(\delta_{s_l})]' \delta_{s_l}^2 j_n(\rho_{s_l})}{[\rho_{s_l} h_n(\rho_{s_l})]' \delta_{s_l}^2 j_n(\delta_{s_l}) - [\delta_{s_l} j_n(\delta_{s_l})]' \rho_{s_l}^2 h_n(\rho_{s_l})}$$

$$\rho_{s_l} = ka_{s_l}, \quad \delta_{s_l} = k_{s_l} a_{s_l} \tag{5.236}$$

由于介质内可以传播有效介电常数为 K 的相干波，又由于前面已提到的同一种粒子的全同性假设，故可设位于$\boldsymbol{r}_l$ 和$\boldsymbol{r}_j$ 处的同一种粒子的激励场系数为

$$a_{\mu\nu}^{s_j}(\boldsymbol{r}_j) = e^{j\boldsymbol{K}\cdot(r_j - r_l)} a_{\mu\nu}^{s_j}(\boldsymbol{r}_l) \tag{5.237}$$

$$b_{\mu\nu}^{s_j}(\boldsymbol{r}_j) = e^{j\boldsymbol{K}\cdot(r_j - r_l)} b_{\mu\nu}^{s_j}(\boldsymbol{r}_l) \tag{5.238}$$

这是一种近似。对其有不同的解释，Tsang 和 Kong 沿用 Waterman 的推导[21]；Varadan 认为可以用三维傅里叶变换解释。在下一节将给出新的解释，即有效场近似相干位解释。这样不同位置场振幅的无穷多组未知数经过统计上的平均和近似以后变成一组未知数，总共只有 L 组展开系数，设每种粒子的展开项数取 $N_{s_j} = k_{s_j} a_{s_j} + 4$，则未知数的个数为

$$N = \sum_{s_j=1}^{L} N_{s_j} \tag{5.239}$$

总之，随机颗粒介质的多散射方程的求解，流行的做法是：第一步用准晶近似和对分布函数将所有颗粒的随机位置固定下来。第二步用一合理近似将不同位置的同一种粒子的场（若每个粒子用一组未知数，则有无穷多组未知数）用一组未知数表示。

以下讨论具体求解技巧。

第一步，由于随机介质的等效介电常数不因外加激励的改变而改变，因而用平面波垂直入射到半空间。这一简化模型如图 5.2 所示。

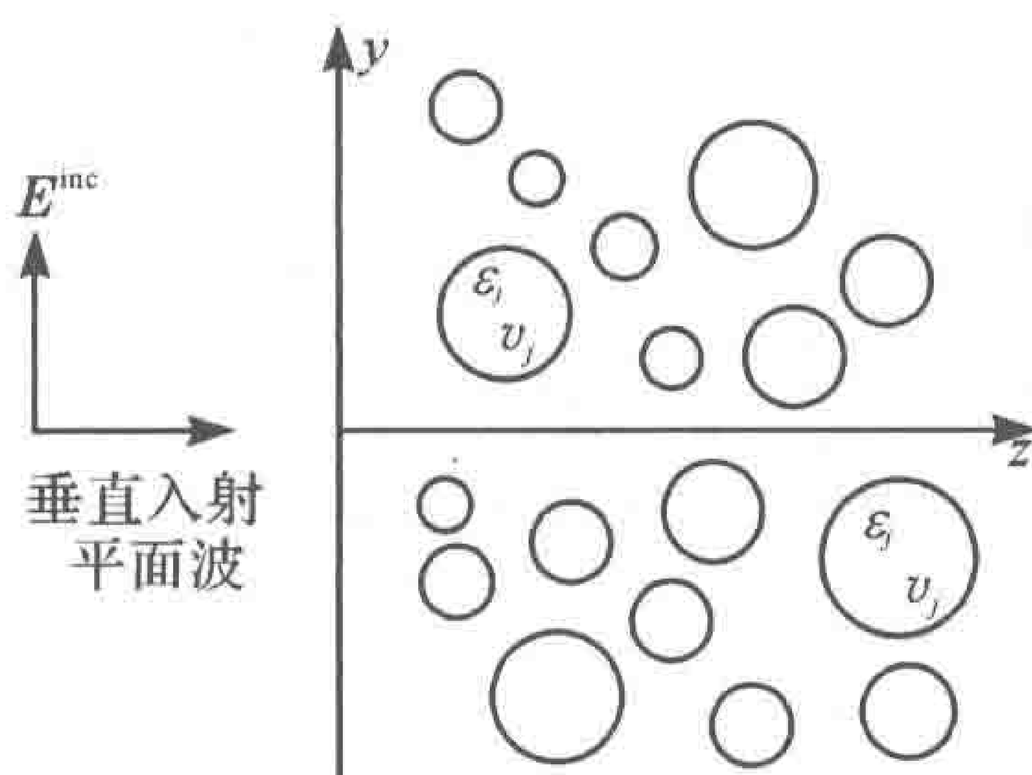


图 5.2 平面波垂直入射到含多种粒子的随机介质半空间

入射场可以展开成

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{\text{inc}}(\boldsymbol{r}) = e^{jKz_j} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^n}{2} \sqrt{4\pi(2n+1)} [Rg\, \boldsymbol{M}_{1n}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j) - Rg\, \boldsymbol{M}_{-1n}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j) \\ + Rg\boldsymbol{N}_{1n}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j) + Rg\, \boldsymbol{N}_{-1n}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j)] \end{aligned} \tag{5.240}$$

以上各式中

$$Rg\,\boldsymbol{M}_{mn}(k\boldsymbol{r})=\sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi n(n+1)(n+m)!}}\nabla\times[\boldsymbol{r}j_n(kr)P_n^m(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi}] \tag{5.241}$$

$$Rg\,\boldsymbol{N}_{mn}(k\boldsymbol{r})=\frac{1}{k}Rg\,\nabla\times\boldsymbol{M}_{mn}(k\boldsymbol{r}) \tag{5.242}$$

$$\boldsymbol{M}_{mn}(k\boldsymbol{r})=\sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi n(n+1)(n+m)!}}\nabla\times[\boldsymbol{r}h_n(k\boldsymbol{r})P_n^m(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi}] \tag{5.243}$$

$$\boldsymbol{N}_{mn}(k\boldsymbol{r})=\frac{1}{k}\nabla\times\boldsymbol{M}_{mn}(k\boldsymbol{r}) \tag{5.244}$$

第二步,用球矢量波函数的变换叠加定理将$\boldsymbol{r}_l$ 坐标系的矢量波函数转化到$\boldsymbol{r}_j$ 坐标系。

$$\boldsymbol{M}_{mn}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_l)=\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{v}[A_{\mu vmn}(k\boldsymbol{r}_j\boldsymbol{r}_l)Rg\,\boldsymbol{M}_{\mu v}(k\overline{\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j})+B_{\mu vmn}(k\boldsymbol{r}_j\boldsymbol{r}_l)Rg\,\boldsymbol{N}_{\mu v}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j)] \tag{5.245}$$

$$N_{mn}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_l)=\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{v}[B_{\mu vmn}(k\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l)Rg\,\boldsymbol{M}_{\mu v}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j)+A_{\mu vmn}(k\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l)Rg\,N_{\mu v}(k\boldsymbol{r}\boldsymbol{r}_j)] \tag{5.246}$$

$$A_{\mu vmn}(k\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l)=\frac{\gamma_{mn}}{\gamma_{\mu v}}(-1)^{\mu}\sum_{p=0}^{\infty}a(m,n\,|-\mu,v\mid p)a(n,v,p)h_p(k\mid\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l\mid)P_p^{m-\mu}\cdot(\cos\theta\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-n)\varphi_{r_jr_l}} \tag{5.247}$$

$$B_{\mu vmn}(k\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l)=\frac{\gamma_{mn}}{\gamma_{\mu v}}(-1)^{\mu+1}\sum_{p=0}^{\infty}a(m,n\,|-\mu,v\mid p,p-1)b(n,v,p)\cdot h_p(k\mid\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l\mid)P_p^{m-\mu}(\cos\theta\,\boldsymbol{r}_j\,\boldsymbol{r}_l)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-n)\varphi_{r_jr_l}} \tag{5.248}$$

$$\gamma_{mn}=\sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi n(n+1)(n+m)!}} \tag{5.249}$$

$$a(m,n|-\mu,v|p)=(-1)^{m+\mu}(2p+1)\sqrt{\frac{(n+m)!\ (v+\mu)!\ (p-m-\mu)!}{(n-m)!\ (v-\mu)!\ (p+m-\mu)!}}\cdot\begin{bmatrix}n & v & p\\ m & \mu & -(m+\mu)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n & v & p\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{5.250}$$

$$a(m,n|-\mu,v|p,q)=(-1)^{m+\mu}(2p+1)\sqrt{\frac{(n+m)!\ (v+\mu)!\ (p-m-\mu)!}{(n-m)!\ (v-\mu)!\ (p+m-\mu)!}}\cdot\begin{bmatrix}n & v & p\\ m & \mu & -(m+\mu)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n & v & q\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{5.251}$$

$$a(n,v,p)=\frac{2v+1}{2v(v+1)}\mathrm{j}^{v-n+p}[v(v+1)+n(n+1)-p(p+1)] \tag{5.252}$$

$$b(n,v,p)=\frac{-(2v+1)}{2v(v+1)}\mathrm{j}^{v-n+p}[(n+v+p+1)(v+p-n)(n+p-v)(n+v-p+1)]^{\frac{1}{2}} \tag{5.253}$$

$\begin{bmatrix}j_1 & j_2 & j_3\\ m_1 & m_2 & -(m_1+m_2)\end{bmatrix}$是量子力学的 3$j$ 符号,其算法见第六章和第十三章。将积分式(5.232)中的有关各量代入其级数展开式得

$$\alpha_{\mu v}^{s_j}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_j}\frac{\mathrm{j}^v}{2}\sqrt{4\pi(2v+1)}(\delta_{\mu l}-\delta_{\mu(-l)})+\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_j}\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(-1)^{\mu}\frac{\gamma_{\mu m}}{\gamma_{\mu v}}(-1)^{p}I_p^{s_js_l}$$

$$\cdot \{T_n^{(M)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)-T_n^{(N)s_l}\beta_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p,p-1)$$
$$\cdot b(n,v,p)\} \tag{5.254}$$

$$\beta_{\mu n}^{s_j}e^{jkz_j}=e^{jkz_j}\frac{j^v}{2}\sqrt{4\pi(2v+1)}(\delta_{\mu l}-\delta_{\mu(-l)})+e^{jkz_j}\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(-1)^{\mu+1}\frac{\gamma_{\mu n}}{\gamma_{\mu v}}(-1)^p I_\beta^{s_js_l}$$
$$\cdot\{T_n^{(M)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p)$$
$$-T_n^{(N)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)\} \tag{5.255}$$

这里 δ_{mn} 为 Kromecker delta 函数,$I_\beta^{s_js_l}$ 定义为

$$I_\beta^{s_js_l}=\int_{z_l\geqslant 0}d\boldsymbol{r}_l g_{s_js_l}(\boldsymbol{r}_l-\boldsymbol{r}_j)e^{jk(z_l-z_j)}h_p(k|\boldsymbol{r}_l\boldsymbol{r}_j|)P_p(\cos\theta_{r_lr_j}) \tag{5.256}$$

式(5.256)的积分区域为半空间 $z_l\geqslant 0$ 减去一半径为 $R_{s_ls_j}=a_{s_l}+a_{s_j}$,中心在 $\boldsymbol{r}_j$ 的球,这是由于假设粒子不能互相贯彻,因而 $\boldsymbol{r}<R_{s_ls_j}$ 时,$g_{s_ls_j}(\boldsymbol{r})=0$。重写 $g_{s_js_l}(\boldsymbol{r}_l-\boldsymbol{r}_j)$为

$$g_{s_js_l}(\boldsymbol{r}_l-\boldsymbol{r}_j)=1+[g_{s_js_l}(\boldsymbol{r}_l-\boldsymbol{r}_j)-1] \tag{5.257}$$

积分 $I_\beta^{s_js_l}$ 可以写成

$$I_\beta^{s_js_l}=I_1+I_2 \tag{5.258}$$

$$\begin{aligned}I_1&=\int_{|\overline{r}_l-\overline{r}_j|>R_{s_js_l}}d\boldsymbol{r}_l e^{jk(z_l-z_j)}h_p(k|\boldsymbol{r}_l\boldsymbol{r}_j|)P_p(\cos\theta_{r_lr_j})\\&=\frac{2\pi j^{p+1}e^{jkz_j}}{k^2(K-k)}e^{-jKz_j}+4\pi j^p L_p(k,K|R_{s_ls_j})\end{aligned} \tag{5.259}$$

$$\begin{aligned}I_2&=\int_{|\overline{r}_l-\overline{r}_j|>R_{s_js_l}}d\boldsymbol{r}_l[g_{s_js_l}(\boldsymbol{r}_l-\boldsymbol{r}_j)-1]e^{jk(z_l-z_j)}h_p(k|\boldsymbol{r}_l\boldsymbol{r}_j|)P_p(\cos\theta_{r_lr_j})\\&=4\pi j^p L_p(k,K|R_{s_ls_j})\end{aligned} \tag{5.260}$$

$$L_p(k,K|R_{s_ls_j})=-\frac{R_{s_ls_j}^2}{K^2-k^2}[kh'_p(kR_{s_ls_j})j_p(KR_{s_ls_j})-Kh_p(kR_{s_ls_j})j'_p(KR_{s_ls_j})] \tag{5.261}$$

$$M_p(k,K|R_{s_ls_j})=\int_{R_{s_ls_j}}^{\infty}drr^2[g_{s_js_l}(r)-1]h_p(kr)j_p(Kr) \tag{5.262}$$

将式(5.259)、式(5.260)代入式(5.254)、式(5.255)发现,式(5.254)、式(5.255)中包含两种类型的项。一种类型是相应于以入射波传播常数传播的项 e^{jkz_j}。带有传播常数 k 的项彼此平衡后可得广义 Ewald-Oseen 消光定理,其物理解释是介质产生一消去入射波的波:

$$\frac{j^v}{2}\sqrt{4\pi(2v+1)}(\delta_{\mu l}-\delta_{\mu(-l)})+\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(-1)^{\mu}\frac{\gamma_{\mu n}}{\gamma_{\mu v}}\frac{2\pi j}{k^2(K-k)}$$
$$\cdot\{T_n^{(M)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)-T_n^{(N)s_l}\beta_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p)\}=0 \tag{5.263}$$

$$\frac{j^v}{2}\sqrt{4\pi(2v+1)}(\delta_{\mu l}-\delta_{\mu(-l)})+\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(-1)^{\mu+1}(-j)^p\frac{\gamma_{\mu n}}{\gamma_{\mu v}}\frac{2\pi j}{k^2(K-k)}$$
$$\cdot\{T_n^{(M)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p)-T_n^{(N)s_l}\beta_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)\}=0 \tag{5.264}$$

另一种类型为具有有效介质传播常数的波的传波项 e^{jKz_j},平衡这些项产生广义

Lorentz-Lorenz 定律:

$$\alpha_{\mu v}^{s_j}=4\pi\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(-1)^{\mu}(-\mathrm{j})^{p}\frac{\gamma_{\mu n}}{\gamma_{\mu v}}[L_p(k,K\mid R_{s_ls_j})+M_p(k,K\mid R_{s_ls_j})]$$
$$\cdot\{T_n^{(M)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n\mid-\mu,v\mid p)a(n,v,p)$$
$$-T_n^{(N)s_l}\beta_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n\mid-\mu,v\mid p)a(n,v,p)\}\tag{5.265}$$

$$\beta_{\mu v}^{s_j}=4\pi\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(-1)^{\mu+1}(-\mathrm{j})^{p}\frac{\gamma_{\mu n}}{\gamma_{\mu v}}[L_p(k,K\mid R_{s_ls_j})+M_p(k,K\mid R_{s_ls_j})]$$
$$\cdot\{T_n^{(M)s_l}\alpha_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n\mid-\mu,v\mid p,p-1)b(n,v,p)$$
$$-T_n^{(N)s_l}\beta_{\mu n}^{s_l}a(\mu,n\mid-\mu,v\mid p)\cdot a(n,v,p)\}\tag{5.266}$$

其次再利用关系[15]

$$a(\mu,n|-\mu,v|p)=\frac{(n-\mu)!\ (v+\mu)!}{(n+\mu)!\ (v-\mu)!}a(\mu,n|-\mu,v|p)\tag{5.267}$$

$$a(-\mu,n|-\mu,v|p,p-1)=\frac{(n-\mu)!\ (v+\mu)!}{(n+\mu)!\ (v-\mu)!}a(\mu,n|-\mu,v|p,p-1)\tag{5.268}$$

$$-\sum_{p=0}^{\infty}(-\mathrm{j})^{p}a(1,n\mid-1,v\mid p,p-1)b(n,v,p)=\sum_{p=0}^{\infty}(-\mathrm{j})^{p}a(1,n\mid-1,v\mid p)a(n,v,p)$$
$$=-\mathrm{j}^{v-n}\frac{(2v+1)n(n+1)}{2v(v+1)}\tag{5.269}$$

并令

$$\alpha_{1n}^{s_l}=X_{1n}^{s_l}\frac{\mathrm{j}^{n}}{2}\sqrt{4\pi(2n+1)}\tag{5.270}$$

$$\beta_{1n}^{s_l}=Y_{1n}^{s_l}\frac{\mathrm{j}^{n}}{2}\sqrt{4\pi(2n+1)}\tag{5.271}$$

这样广义 Ewald-Oseen 消光定理的两个方程式(5.263)、式(5.264)简化成单个方程

$$K-k=-\frac{\pi\mathrm{j}}{k^2}\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}n^{s_l}[T_n^{(M)s_l}X_{1n}^{s_l}+T_n^{(N)s_l}Y_{1n}^{s_l}](2n+1)\tag{5.272}$$

同样,式(5.275)、式(5.276)的广义 Lorentz-Lorenz 定律简化成

$$X_{1v}^{s_j}=-2\pi\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(2n+1)[L_p(k,K\mid R_{s_ls_j})+M_p(k,K\mid R_{s_ls_j})]\{T_n^{(M)s_l}X_{1n}^{s_l}$$
$$\cdot a(1,n|-1,v|p)A(n,v,p)+T_n^{(N)s_l}Y_{1n}^{s_l}a(1,n|-1,v|p,p-1)B(n,v,p)\}\tag{5.273}$$

$$Y_{1v}^{s_j}=-2\pi\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}n_{s_l}(2n+1)[L_p(k,K\mid R_{s_ls_j})+M_p(k,K\mid R_{s_ls_j})]\{T_n^{(M)s_l}X_{1n}^{s_l}$$
$$\cdot a(1,n\mid-1,v\mid p,p-1)B(n,v,p)+T_n^{(N)s_l}Y_{1n}^{s_l}a(1,n\mid-1,v\mid p)A(n,v,p)\}\tag{5.274}$$

式中

$$A(n,v,p)=\frac{v(v+1)+n(n+1)-p(p+1)}{n(n+1)}\tag{5.275}$$

$$B(n,v,p)=\frac{\sqrt{(n+v+p+1)(v+p+n)(n+p-v)(n+v-p+1)}}{n(n+1)} \tag{5.276}$$

式(5.273)、式(5.274)为一组关于未知数 $X_{1n}^{s_l}$ 和 $Y_{1n}^{s_l}$ 的联立齐项线性方程组，其有非零解的要求使得其系数行列式为零。寻根得到有效波数。

对给定的 k_{s_j}，a_{s_j} 和 f_{s_j}，行列式的根用 Muller 方法在复 K 平面 $K_r+\mathrm{j}K_i$ 上寻找。其初值可由低频准晶近似下 K 的解析表达式提供：

$$K^2=k^2+\frac{3k^2}{D}\sum_{s_j=1}^{L}f_{s_j}y_{s_j}\{1+\mathrm{j}\,\frac{3k^2}{D}[a_{s_l}^3y_{s_l}+\sum_{s_j=1}^{L}a_{s_j}^3 8\pi^3 y_{s_j}H_{s_js_l}(p=0)]\} \tag{5.277}$$

式中

$$D=1-\sum_{s_l=1}^{L}f_{s_l}y_{s_l} \tag{5.278}$$

$$f_{s_j}=n_{s_j}\frac{4\pi}{3}a_{s_j}^3 \tag{5.279}$$

然后逐步求出从低频到高频的色散曲线。另一种办法是由有效场近似求初值：

$$K^{(F)}=k-\frac{\pi\mathrm{j}}{k^2}\sum_{s_l=1}^{L}\sum_{n=1}^{\infty}n_{s_l}[T_n^{(M)s_l}+T_n^{(N)s_l}](2n+1) \tag{5.280}$$

5.5　强扰动理论、输运理论与多散射理论

5.5.1　对多散射理论的解释

根据前面的讨论，多种粒子的问题与只有一种粒子的问题在多散射理论中并没有引入任何实质性的困难，因而由一种粒子的理论到多种粒子的理论只是一种技术上的推广。

在本章以下部分，不失一般性，设随机介质中仅含一种球形粒子。由于本节对于声、电磁和弹性波都适用，所以不妨在这里给出在坐标空间的多散射方程及其在准晶近似下求解的方程[22,23]。

下面说明三种波场的介质和散射体。对声问题，考虑浸入另一流体的流体散射体：流体的泡泡、浸入流体中的弹性散射体和粘弹散射体。对电磁问题，考虑浸入另一种介质的各种散射体。对弹性波散射问题，考虑弹性和粘弹杂质浸入另一种弹性和黏弹材料，在弹性和黏弹材料中的无应力或流体充填腔体和裂纹等。介质和散射体的特性，对单性材料来说，由拉梅常数 λ，μ 和密度 ρ 给出。对无黏流体，由压缩系数 λ_f 和密度 ρ_f 代表，电介质的特性由相对介电常数 ε_r 表示，用下标 1 代表散射体内的相应量，设一频率为 ω 的单位振幅的平面波入射到介质上，使入射波的传播方向为 z 方同，则入射波场可以写为

$$\boldsymbol{u}^0=\mathrm{e}^{-(k_pz-\omega t)}\hat{\boldsymbol{z}}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}(k_s-\omega t)}\hat{\boldsymbol{x}} \tag{5.281}$$

式中，k_p，k_s 分别代表压缩(纵)波和横(剪切)波的波数。声波是纵波，所以式(5.281)右边第二项为零。电磁波是横波，所以式(5.281)右边第一项为零。弹性波既包括纵波又包括横波，所以式(5.281)两项都出现。对声和弹性波，$\boldsymbol{u}^0$ 代表入射位移场矢量；对电磁波，$\boldsymbol{u}^0$ 代表入射电场矢量上标，代表入射波。波数 k_p，k_s 可表达为

$$k_p=\omega/c_p,\quad k_s=\omega/c_s \tag{5.282}$$

$$c_p=\sqrt{(\lambda+2v)/\rho}\text{ (弹性波)} \tag{5.283}$$

$$=\sqrt{\lambda_f/\rho_f}\text{(流体中的声波)} \tag{5.284}$$

$$c_s=\sqrt{\mu/\rho}\text{ (弹性波)} \tag{5.285}$$

$$=c/\sqrt{\mu_r\mu_r}\text{ (电磁波)} \tag{5.286}$$

式中,c_p,c_s 分别代表压缩波和横波的波数;c 代表自由空间的光速。散射体内的相应量仅需冠以下标 1。为简洁起见,用 k_τ 代表波数。$\tau=1$ 对应于压缩波,$\tau=2,3$ 对应于剪切波。

令$\boldsymbol{u}_i^e$,$\boldsymbol{u}_i^s$ 分别代表第 i 个粒子的多散射激励场和多散射场,则自洽性要求

$$\boldsymbol{u}_i^e=\boldsymbol{u}^0+\sum_{j\neq i}\boldsymbol{u}_j^s \tag{5.287}$$

将多散射激励场与多散射场用球矢量波函数展开得

$$\boldsymbol{u}_i^e(\boldsymbol{r})=\sum_{\tau}\sum_{l,m}\boldsymbol{\Psi}_{\tau lm}^{(1)}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i)\alpha_{\tau lm}^i,\quad |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|\leqslant 2a \tag{5.288}$$

$$\boldsymbol{u}_i^s(\boldsymbol{r})=\sum_{\tau}\sum_{l,m}f_{\tau lm}^{(3)}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i),\quad |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|\geqslant 2a \tag{5.289}$$

式中,$\boldsymbol{r}_i$ 为第i 个粒子的中心;a 为球的半径。式中 $\Psi_{\tau lm}(\tau=1,2,3)$ 为三个球矢量波函数对声波问题对 τ 的求和仅取 $\tau=1$;对电磁问题,对 τ 的求和取 $\tau=2,3$;对弹性波问题,对 τ 的求和取 $r=1,2,3$。

利用扩展边界条件法(见第十三章),可以用 $\boldsymbol{T}$ 矩阵表示未知数 α 与 f 之间的关系为

$$f_{\tau lm}^{(i)}=\sum_{\tau',l',m'}\boldsymbol{T}_{\tau lm,\tau'm'\sigma'}^{i}\alpha_{\tau'l'm'}^{i} \tag{5.290}$$

式中,$\boldsymbol{T}^i$ 为第 i 个散射体的$\boldsymbol{T}$ 矩阵,它仅与第 i 个散射体的几何形状与介质性质有关,当然也是频率的函数。对球形粒子,$\boldsymbol{T}$ 矩阵取特别简单的对角线矩阵。

将入射场展开成

$$\boldsymbol{u}^0=\sum_{\tau lm}\alpha_{\tau lm}\boldsymbol{\Psi}_{\tau lm}^{i(1)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{k}_\tau\cdot\boldsymbol{r}_i} \tag{5.291}$$

将式(5.288) ~ (5.291) 代入式(5.287),并利用矢量波函数的变换叠加定理得

$$\alpha_{\tau n}^i=a_{\tau n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{k}_\tau\cdot\boldsymbol{r}_i}+\sum_{j\neq 1}\sum_{n',\tau'}\sum_{n'',\tau''}\sigma_{\tau'n'\tau''n''}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i)\cdot\boldsymbol{T}_{\tau'n'\tau''n''}\alpha_{n''\tau}^{j} \tag{5.292}$$

式中,n 代表双重指标 l,m,$\sigma_{\tau'n'\tau''n''}$代表坐标平移矩阵。

对式(5.292)进行构形平均,注意到粒子的全同性和准晶近似的假设,$\langle\alpha_n^j\rangle_{ij}=\langle\alpha_n^j\rangle_j$,得

$$\langle\alpha_{n\tau}^j\rangle_i=a_{\tau n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_\tau\cdot r_i}+\sum_{j\neq 1}\sum_{n',\tau'}\sum_{n'',\tau''}T_{\tau'n'\tau''n''}\int\langle\alpha_{n''\tau''}^{j}\rangle_j\sigma_{\tau'n'\tau n}(\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j)p(\boldsymbol{r}_j\mid\boldsymbol{r}_i)\mathrm{d}\boldsymbol{r}_j \tag{5.293}$$

式中,$p(r_j|r_i)$为条件概率密度函数;$\langle\alpha_{n''\tau''}^{j}\rangle_j$ 为散射体 i 固定时 $\alpha_{n\tau}$的条件期望。

假设平均激励场以有效介质波数传播,即

$$\langle\alpha_{n\tau}^i\rangle_i=X_{n\tau}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{r}_i} \tag{5.294}$$

代入式(5.293)可以算出有关积分。显然$|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|\leqslant 2a$ 时 $p(\boldsymbol{r}_j|\boldsymbol{r}_i)=0$(粒子不能相互贯穿),而当$|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|>2a$ 时,$p(r_j|r_i)=(N/v)g(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)$,这里 v 为使粒子数密度 $n_0=N/v$ 为有限的大体积,g 为对分布函数。

令 $X_{n\tau}$有非零解得到求K 的色散方程,再由式(5.293)可以求出 X 的具体值。

从以上推导过程不难发现,前节介绍的求解电磁场多散射方程的准晶近似方法,很容易推广到处理声和弹性波的散射。Tsang 和 Kong 证明了[24]:上述基于 $\boldsymbol{T}$ 矩阵的准晶近

似方程可以更加严格地由多散射算子方程的准晶近似或动量表象下的 QCA 导出。同样，在利用 QCA 作具体计算时，假设式(5.294)起了重要的作用，它认为不同粒子场的幅度关系可以由一个自由度来体现，从而把无穷组未知数的问题化成了一组未知数的问题。这里将着重阐述式(5.294)的近似到底意味着什么。

首先，由粒子的全同性，第 j 个粒子处的总场为

$$\boldsymbol{u}_j=\boldsymbol{u}_j^e+\boldsymbol{u}_j^s=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{T}^j)\cdot\boldsymbol{u}_j^e \tag{5.295}$$

所以对背景介质中任意一点的场，它与多散射入射场有比较确定的关系式(5.295)。自然进一步须探讨介质中的平均场与多散射入射场的关系。当令这两个场相等时(即相干位有效场近似)，由于在无限大和半无限大介质中，相干场为以相干波数 K 传播的平面波，故

$$\langle\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}_i)\rangle=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{K}\cdot(r_i-r_j)}\langle\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}_j)\rangle \tag{5.296}$$

从而可以推出式(5.294)。由此可见，在现有多散射理论中，对场振幅之间的关系实际上采用了相干位有效场近似。这一近似对稀疏分布粒子是精确成立的，用到致密分布粒子，也和实验结果比较一致[25]。

值得指出的是，现有理论虽然是在 QCA 下的求解多散射方程的一种近似方法，但它仍然满足了准晶近似的基本要求：粒子之间场的幅值不因一个粒子的固定而改变。这就是说，每一个粒子场的幅值应该相同。联立式(5.294)、式(5.295)得

$$\boldsymbol{u}_j=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{K}\cdot(r_j-r_i)}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}_i) \tag{5.297}$$

也就是说，$\boldsymbol{r}_j$ 处的粒子对场的散射特性，并没有因为$\boldsymbol{r}_i$ 处固定了的粒子而发生变化，只是由于入射场的振幅改变了 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{K}\cdot(r_j-r_i)}$ 中相应的散射场，也以相同方式改变相同的量。近似只在于$\boldsymbol{r}_j$ 处的入射场的振幅改变量不一定刚好为 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{K}\cdot(r_j-r_i)}$。正如在讨论 VRT 方程时，准晶近似相干位和梯形近似是关于场一阶矩和二阶矩的严格方程的近似，但它们联立仍然严格满足能量守恒。也就是说，式(5.294)是对不同粒子场振幅关系的近似，但它仍严格地遵守关于场振幅关系的准晶近似(QCA 本身是一种近似，但一经假设就可视为一严格关系，因而又有多种近似来逼近它)。

5.5.2　三种理论的相似之处

很长一段时间以来，适用于低颇问题的强扰动理论(包括自洽理论)，适用于稀疏分布粒子的矢量辐射传输理论以及适用于致密分布粒子的多散射理论，基本上是相互独立地发展，对它们之间的联系讨论较少。1976 年以后，很多研究工作者致力于用解析波理论研究矢量辐射传输理论，使得输运理论有了更加坚实的基础，也与实验结果更加吻合[10,12]。

人们不禁要问，这三种不同的理论，为什么都能在一定程度上与实测结果吻合呢？它们之间有什么相同之处？通过本章前面部分的讨论，回答这样的问题已成为可能。通过 5.5.1 节的讨论，不难发现，多散射理论实际上与强扰动理论有很多相似之处。首先，两个理论对多散射入射场都作了相干位有效场近似，这一近似本来只适用于比较稀疏分布的粒子，而这两种理论又都将其应用于致密分布的粒子，并取得了和实验比较一致的结果。为什么能够取得与实验一致的结果呢？主要的原因是引入了等效波数 K 的概念，而求 K 的过程又都进行了比较细致的考虑。同样，辐射传输理论也对场作了有效场近似，而对致密分布的情形，作了相干位有效场近似。由此可见，现有三种主要理论的共同基础

就是先考虑稀疏分布的情形,再通过相干位细致地考虑稀疏分布的情形。将理论推广应用于粒子致密分布的情形,这时需要对等效波数 K 作比较细致的研究。

三种理论的不同之处在于对粒子位置的相关采用不同的方法予以考虑:强扰动理论利用假设的相关函数,或依据一些假设推导的相关函数来考虑粒子之间位置的相关性;多散射理论利用对分布函数来考虑粒子之间位置的相关性;矢量辐射传输理论则利用相位矩阵来考虑粒子位置的相关性(本来这种理论只适用于粒子间距比粒子尺寸大得多的情况,当粒子不满足这一要求时,也可用这一理论,原因是粒子之间位置的相关性已在求 K 时比较细致地考虑过了)。

5.5.3　现有理论存在的问题

既然真理只能接近而不能穷尽,则有关波在随机离散散射体之间传播的理论也是不断深化和发展的。因而,指出现有理论存在的问题是可能的,同时也是困难的。因为提出一个问题往往并不比解决一个问题更容易。这里提出以下几个问题和读者一起讨论:

① 现有理论多处理无限大和半无限大区域的问题,尽管在叙述之初曾假设了一个体积 V,在计算时,往往又把 V 看成无限大,如何将无限区域的理论发展到有限区域?这一问题的意义有两点:一是实际问题的区域,如导波中的随机介质问题,往往是有限的;二是任何实际的区域总是有限的,有了有限体的理论,可以定出无限区域理论的适用范围,即区域多大时就可以看成无限。

② 按照 Schwartz 的观点,处理复合材料的最自然的理论框架是多散射理论,而处理经典波在随机介质中传播的多散射理论几乎全都基于准晶近似,如何在作准晶近似后不再作近似,是现有理论没有解决的问题,即不假设式(5.294),值得讨论。

③ 准晶近似相干位(QCA-CP)往往可以获得比 QCA 更准确的结果,而且对场一阶矩的 QCA-CP 近似和对场二阶矩的修正梯形近似满足能量守恒,而 QCA 与修正梯形近似不满足能量守恒,因而对 QCA-CP 下的多散射方程进行数值求解是很有意义的工作。然而,现有理论都只能采用动量表象,使得数道计算难以进行。如何建立QCA -CP下多散射方程的坐标表象是至今没有解决的问题,这一问题首先由 Tsang 和 Kong 提出[26],他们用了“既不能也不能”的否定语气,后又改为委婉一点的“非常困难,如果说不是不可能的话”[24],这一问题在本书第七章解决。

④ 与问题③有关,由于没有建立 QCA-CP 下多散射方程的坐标表象,对有关问题的叙述至今存在不够清晰之处。最典型的是,在致密介质辐射传输理论中,DVRT 方程中的相位矩阵基本上是用一种想当然的办法修正,先导出相位矩阵与波数和反照率的关系式,然后用致密介质的 K 的 $\tilde{w}$ 去修正。真正严格的方法应该是在引入相干位的介质中,重新推导相位矩阵,一如在致密介质中重新推导 VRT 方程(经推导,形式相同)。这一工作有待完成,已无本质困难。现在看来最初提出的③和④两个问题提得好,问题⑤可以不管了。

⑤ 对于有效介质近似(EMA),本书前面没有具体介绍,最近 Fung 等进行了研究[27],发现与干雪的实测结果吻合很好。和 QCA-CP 一样,EMA 也是在动量表象下展开的。这种表象除低频外不便于进行数值计算,有没有可能建立 EMA 的坐标表象?

Roth 的有效介质近似与 QCA-CP 有很多相似之处，具体地，根据准晶近似，总散射算子可以写成

$$\begin{aligned}T(\alpha \mid \alpha') = & n t_\alpha \delta(R_\alpha - R'_\alpha) + n t_\alpha G_0 g(\alpha \mid \alpha') t_{\alpha'} + n\int \mathrm{d}^3 R_\beta t_\alpha G_0 g(\alpha \mid \beta) t_\beta G_0 g(\beta \mid \alpha') t_{\alpha'} \\ & + n\int \mathrm{d}^3 R_\beta \mathrm{d}^3 R_\gamma t_\alpha G_0 g(\alpha \mid \beta) t_\beta G_0 g(\beta \mid \gamma) t_\gamma G_0 g(\gamma \mid \alpha') t_{\alpha'} \\ & + \cdots \end{aligned} \tag{5.298}$$

式中，n 为粒子密度，$g(\alpha|\alpha')$是对分布函数 $g(\alpha|\alpha')\overset{\Delta}{=}g(|R_\alpha - R'_\alpha|)$。而在 EMA 中，式(5.298)变成

$$\begin{aligned}T(\alpha \mid \alpha') = & n T_\alpha \delta(R_\alpha - R'_\alpha) + n T_\alpha \widetilde{G}(\alpha \mid \alpha') T_{\alpha'} + n\int \mathrm{d}^3 R_\beta T_\alpha \widetilde{G}(\alpha \mid \beta) T_\beta \widetilde{G}(\beta \mid \alpha') T_{\alpha'} \\ & + n\int \mathrm{d}^3 R_\beta \mathrm{d}^3 R_\gamma T_\alpha \widetilde{G}(\alpha \mid \beta) T_\beta \widetilde{G}(\beta \mid \gamma) T_\gamma \widetilde{G}(\gamma \mid \alpha') T_{\alpha'} + \cdots \end{aligned} \tag{5.299}$$

算子和重整化的并矢格林函数算子，它们由下列方程自洽地确定：

$$\widetilde{G}(\alpha \mid \alpha') = G_0 g(\alpha \mid \alpha') + h(\alpha \mid \alpha')\int \mathrm{d}^3 R_\beta \mathrm{d}^3 R_\gamma \widetilde{G}(\alpha \mid \beta) T(\beta \mid \gamma) \widetilde{G}(\gamma \mid \alpha') \tag{5.300}$$

式中，$h(\alpha|\alpha') = g(\alpha|\alpha') - n$，而

$$T_\alpha = t_\alpha + t_\alpha G_0 \frac{1}{n}\int \mathrm{d}^3 R_\beta \mathrm{d}^3 R_\gamma T(\beta \mid \gamma) \widetilde{G}(\gamma \mid \alpha') T \tag{5.301}$$

比较式(5.298)、式(5.299)不难发现，EMA 的总散射算子为在准晶近似下将有关各量代成重整化后的量得到，这与 QCA-CP 相同，而式(5.300)、式(5.301)也为准晶近似相干位下的定义方程，因而 QCA-CP 与 EMA 的基本方程相同。不同之处仅在于对这些方程的求解方法。QCA-CP 就依据这三个方程结合相干位的物理意义求解，而 EMA 还要作些近似[27]，或者解耦合非线性积分方程[26]。QCA-CP 是自洽的，但由于 QCA 本身是一种近似，而 EMA 更好地逼近了多散射过程，比较这两种近似是一个很有意义的问题。

⑥ 由于作者已在本书中建立了各向异性球的矢量波函数理论，所以系统地建立含各向异性粒子的多散射理论、矢量辐射传输理论也是很有意义的问题。与非球粒子不同，各向异性球形粒子的理论可以利用对分布函数，尽管也存在对取向的平均。另外，给出各向异性小椭球粒子的相位矩阵也是有意义的事情。

⑦ 根据作者在本书中建立的各向异性球的矢量波函数理论，对背景介质为各向异性的情形系统地建立多散射理论、矢量辐射传输理论也很有意义，只是由于计算比较繁复，具体的应用取决于两个方面：一是采用的计算方法和计算机；二是有没有解决这类问题的迫切性和足够的经费。

参考文献

[1] Tsang L, Kong J A, Shin R T. Theory of Microwave Remote Sensing. New York: Wiely, 1985.

[2] Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. New York: Academic Press, 1978.

[3] Sihvola A H, Lindell I V. Self-cosistency aspects of dielectric mixing theories. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1989, 27(4): 403～415.

[4] Stogryn A. Strong fluctuaion theory for moist granular media. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1985, 23: 78～83.

[5] 金航. 混合颗粒介质中电磁波传播理论及应用. 成都:电子科技大学博士学位论文,1987.

[6] Born M,Wolf E. Prindples of Optics. 6th ed. Oxford:Pergamon Press,1980.

[7] 贾宝富. 强扰动理论及其在隐身用吸波材料研究中的应用. 成都:电子科技大学博士学位论文,1989.

[8] Norris A N,Sheng P,Calldegari A J. Effective medium theories for two phase dielectric media. Journal of Applied Physics,1985,57(6):1990~1996.

[9] 金航,林为干,刘述章. 一般具有包层结构的混合介质的等效介电常数. 科学通报,1989,(7):495~498.

[10] 曾亮,金亚秋. 随机介质中的矢量辐射传输理论. 物理学进展,1990,10(1):57~99.

[11] Ren W,Wang Z L,Lin W. EM wave scattering from a layer of anisotropic random discrete scatter ings. //Proceedings of the PIERS,Cambridge,Massachusetts,USA,1991:543.

[12] 金亚秋. 强起伏连续随机介质的辐射传输理论. 中国科学 A 辑,1990,(5):535~544.

[13] Tsang L,Kovg J A. Scattering of electromagnetic waves from random media with strong permittivity fluetuation. Radio Science,1981,16:303~320.

[14] Lee J K, Kong J A. Active microwave remote sensing of an anisopic random medium layer. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,1985,23(6):910~923.

[15] Lee J K,Mudaliar. Backscattering coefficients of a half space anisotropicp,random medium by the multipe scattering theory. Radio Science,1988,23(3):429~442.

[16] Tsang L,Kong J A,Shin R T. Radiative transfer theory for active remote sensing of a layer of non spherical particles. Radio Science,1984,19(2):629~640.

[17] Kong J A . Progress in Electromagnetics Research(Vol. I). Amsterdam:Elseiver Science,1989.

[18] 吴大猷. 理论物理学(1~7 册). 北京:科学出版社,1983.

[19] Roth L M. Effective medium approximation for liquid metals. Physics Review B,1974,9(6):2476~2484.

[20] Ding K H, Tsang L. Effective propagation constants and attenuation rates in media of densely distributed coated dielectric particles with size distributions. Journal of EM Waves and Applications, 1991,5(2):117~142.

[21] Waterman P C,Truell R. Multiple scattering of waves. Journal of Mathematical Physics,1961,5(4):512~537.

[22] Vanadan V V,Ma Y,Varadan V K. Effects of chiral microstructure on EM wave propagation in discrete random media. Radio Science,1989,24(6) 785~792.

[23] Varadan V K,Varadan V V. Acoustic,Electromagnetic and Elastic Wave Scattering:Focus on the Matrix Approach. New York:Pergamon Press,1980.

[24] Tsang L,Kong J A. Multipe scattering of acoustic wave by random distributions of discrete scattering with the use of quasicrystalline-coherent potential approximation. Journal of Applied Physics, 1981,52(9):5448~5458.

[25] Varadan V K,Bringi V N,Varadan V V,et al. Multiple scattering theory for waves in discrete random media and comparison with experiments. Radio Science,1983,18:321~327.

[26] Tsang L,Kong J A. Multiple scattering of electromagnetic waves by random distributions of discrete scatterers with coherent potential and quantum mechanical formulism. Journal of Applied Physics, 1980,51(7):3465~3485.

[27] Zhu P H,Fung A K,Wong K W. Effective propagation constants in dense random media under effective media approximation radio. Science,1987,22(2):234~250.

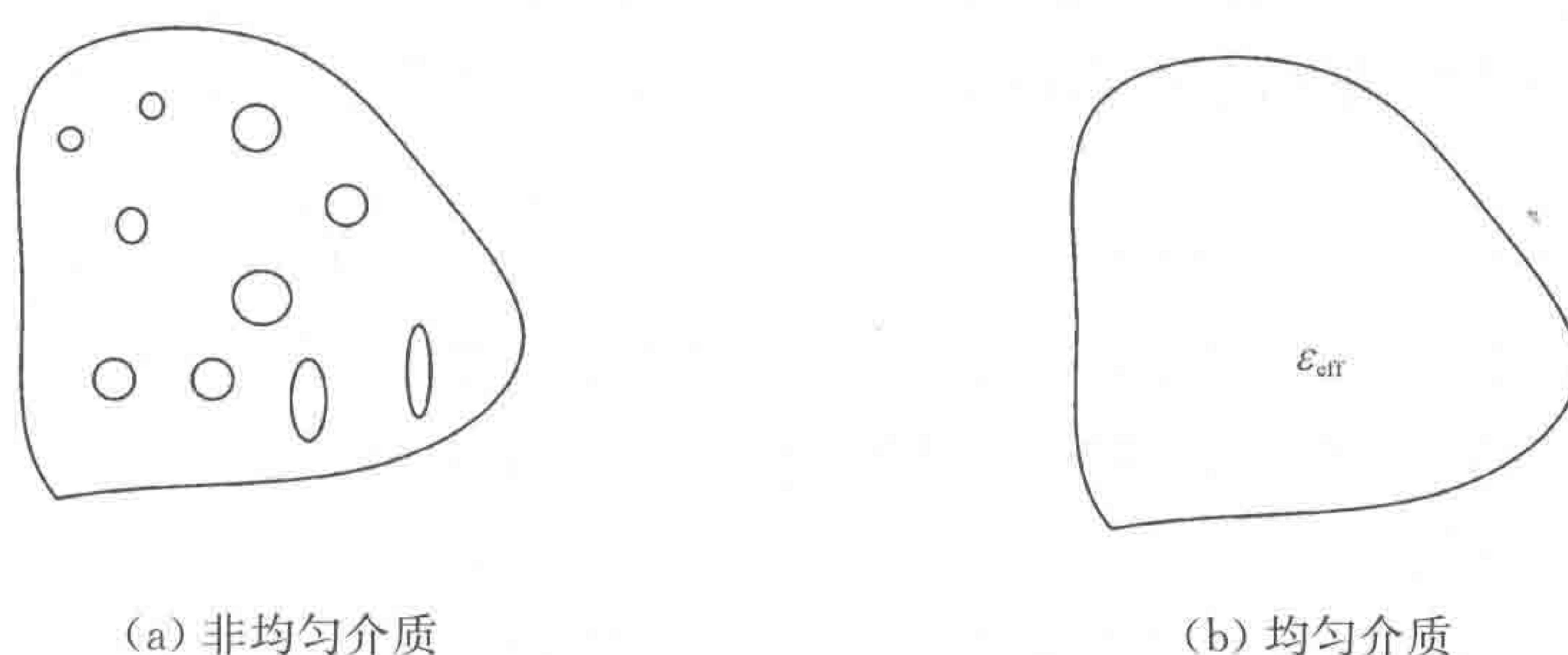
第六章　计算含随机离散散射体介质的等效介电常数

本章内容取材于姚军烈同学的硕士学位论文[1]。如果没有姚军烈同学的协助，作者要写出本章是不可能的。

微波遥感理论[2~7]是近 30 年新兴的一门学科，在地球物理、森林、海洋等诸多领域都有广泛的应用。固体颗粒的散射研究有着重要的理论意义和实用价值。微波遥感利用遥远目标对电磁波的反射、散射和吸收等取得数据以识别目标形态和特征，它已迅速发展成为一个监测地球大气和行星表面的重要工具。在陆地、海洋以及大气等诸多领域均有广泛用途。用数学的语言，散射属于局部小范围分析，遥感属于全局大范围分析，反映了近代数学思想在工程上的应用。

目前微波遥感理论已成为进一步开拓微波应用的重要手段。在理论模式的发展过程中，人们首先研究了微波在冰、雪和土壤湿度领域中的模式。后来又扩展到植物覆盖层、森林、云层和雨中的微波遥感理论模式。在地球物理领域的介质内，无论是无源遥感的辐射计，还是有源遥感的雷达电磁波响应，体散射效应都起了重要的作用[2]。

在体散射的研究中，地球物理介质通常是由不同电磁特性的物质混合而成的。因此，最初是以随机介质模式进行研究的，如冰雪层和植物覆盖层等。散射特性随介质系数扰动幅度和相应的相关长度而变化，用相关函数描述。如果将冰雪层抽象成物理模型的话，那就是含随机离散散射体的介质。我们不再管这种复杂介质的微观结构，而是用一等效均匀介质来简化电磁散射的分析。见图 6.1，我们将含随机离散散射体的非均匀介质[图 6.1(a)]的电磁散射问题转化为简单的均匀介质[图 6.1(b)]散射问题[8]。



(a) 非均匀介质　　　　(b) 均匀介质

图 6.1　电磁散射分析

考察这样的介质与电磁波的相互作用，等效介电常数作为一个重要的参数，它的计算具有重要的理论意义与实用价值。

目前随机离散散射体的介质的研究主要有三种方法[3]：强扰动理论、矢量辐射传输理论和多散射理论，这三种理论是相互独立的。其中强扰动理论（包括静电学近似）适用于处理低频问题，矢量辐射传输理论适用于稀疏分布的粒子，而多散射理论则主要应用于致密分布的粒子。

这三种理论的共同点是:先考虑稀疏分布的情形,再通过相干位细致地考虑较密分布的情形,最后将理论推广应用到粒子致密分布的情形,这时需要对等效波数做比较细致的研究。

三种理论的不同之处在于对粒子位置的相关采用不同的方法分析:强扰动理论利用假设的相关函数,或依据一些假设推导的相关函数来考虑粒子位置之间的相关性,多散射理论则利用对分布函数来考虑粒子位置之间的相关性,矢量辐射传输理论则利用相位矩阵来考虑粒子位置的相关性。[3,8~10]

当散射颗粒电尺寸较小的时候,即 $ka<1$ 时,散射衰减可以忽略,因此可以用静电学的近似公式来求解;对于中等尺寸的情况,即 $1<ka<60$ 的情况,是本章处理问题的主要范围;而大颗粒的情况,即 $ka>60$ 的情况,超出了本章的讨论范围,不再论述。

本章应用了其中的两个理论:静电学近似和多散射理论。需要指出的是静电学近似理论不考虑相干波效应,因而计算比较简单,与实际物理现象相差甚远,但是它仍然具有重要的理论价值,尤其是为中频区(谐振区)计算提供良好初值以制作曲线而有用。多散射理论是本章重要的理论基础,主要是围绕它展开的。多散射理论考虑了相干波效应,因而可以计算致密介质的等效介电常数,这对于研究地球物理现象(大多是致密介质)具有重要的理论价值。

6.1 随机离散散射体的多散射理论

6.1.1 多散射的基本方程

离散散射体的多散射理论要求当电磁波入射到含离散分布散射体的介质时,要考虑到散射体之间散射场的叠加,各自的散射场对局部总场的贡献,以及散射衰减的影响,给出每个散射体的入射场与外部入射场以及其他散射体散射场的关系,由于这个理论比较仔细地考虑了介质内部场的相互作用与分布,因此在求解致密介质的时候,往往采用这种理论。

随机离散散射体的多散射方程的求解方法:第一步用准晶近似和对分布函数将所有颗粒的位置固定下来,第二步是用合理的近似将不同位置的同一种粒子中不同的两个粒子的场(本应用不同组未知数)用一组未知数来表示,从而可以用一组未知数求解无穷多组未知数的复杂问题。

令 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})$ 为含多种粒子的随机介质中的入射场,$\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r})$ 为第 j 个粒子的散射场,它与其他粒子也有关系。任意点的总场为入射场与所有多散射场之和[11],即

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r})+\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r}) \tag{6.1}$$

第 j 个粒子的多散射场 $\boldsymbol{E}_j^s(\boldsymbol{r})$ 可以由第 j 个粒子的多散射入射场 $\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r})$ 表示为

$$\boldsymbol{E}_j^s=\boldsymbol{T}_j^{s_j}+\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r}) \tag{6.2}$$

式中,$\boldsymbol{T}_j^{s_j}$ 为第 s_j 种粒子中第 j 个粒子的 $\boldsymbol{T}$ 算子。$\boldsymbol{T}$ 算子表示了入射场与散射场之间复杂的线性关系,定量地计算较为困难。第 j 个粒子的激励场可以表示为总场减去自身的散射场:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_j^E(\boldsymbol{r}) &= \boldsymbol{E}^{\text{inc}}(\boldsymbol{r}) + \sum_{l\neq j}^{N}\boldsymbol{E}_l^s(\boldsymbol{r}) \\ &= \boldsymbol{E}^{\text{inc}}(\boldsymbol{r}) + \sum_{l\neq j}^{N}\boldsymbol{T}_l^{s_l}E_j^E(\boldsymbol{r}),\quad j=1,2,\cdots,N \end{aligned}\tag{6.3}$$

这就是一般的多散射方程。

6.1.2　准晶近似

由于粒子是随机分布的，因此要固定它们的位置必须引入概率假设，一般先固定某一个粒子的位置，然后以它作为坐标原点去描述其他粒子的位置与场的分布，在固定一个粒子的场之后，对场分布做出近似。

一阶近似为

$$E_j(G_j) = E(G) \tag{6.4}$$

即假设当第 j 个粒子固定时的平均电场等于整个介质中的平均电场，这是一种粗糙的近似，仅适用于颗粒稀疏分布的情形。

准晶近似是在第二阶段做近似[12]为

$$E_{lj}(Q_j^{s_j}) = E_j(Q_j^{s_j}) \tag{6.5}$$

即假设当固定第 l 个粒子后的第 j 个粒子的场等于没有固定第 l 个粒子时第 j 个粒子的场，也就是说第 l 个粒子和第 j 个粒子的场不因为它们位置之间的相互影响而改变。

色散方程指的是等效介电常数随入射波频率变化的关系，即等效介电常数是频率的函数。准晶近似下的色散方程及其推导过程见文献[1]。

6.1.3　对分布函数

对分布函数是用来描述随机分布粒子位置相关性的一种数学工具，利用它可以定量分析固定位置的粒子周围一定距离内出现别的粒子的概率密度。对分布函数有许多种，本章只采用 Percus-Yevick(PY)分布。由 Wertheim 导出的对分布函数的表达式为[13~15]

$$rg(r) = \frac{1}{2\pi \mathrm{j}}\int_{\delta-\mathrm{j}\infty}^{\delta+\mathrm{j}\infty}\frac{tL(t)\mathrm{e}^{n}\,\mathrm{d}t}{12f[L(t)+S(t)\mathrm{e}^{t}]} \tag{6.6}$$

式中

$$S(t) = (1-f)^2t^3 + 6f(1-f)t^2 + 18f^2t - 12f(1+2f) \tag{6.7}$$

$$L(t) = 12f\left[(1+\frac{1}{2}f)t + (1+2f)\right]$$

$$f = \pi R^3 n_0/6$$

式中，n_0 是粒子的数密度。

积分路径的选择是在被积函数所有极点的右侧的一条直线，由分母可得

$$g(r) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{24\pi r\mathrm{j}}\int_{\delta'-\mathrm{j}\infty}^{\delta'+\mathrm{j}\infty}\exp\left[t(r-nR)\right]\left[\frac{L(t)}{S(t)}\right]^n t\,\mathrm{d}t \tag{6.8}$$

现在积分路径应该是一条在 $1/S(t)$ 所有极点右边的直线。对于式(6.8)中的每一项，积分在 $r-nR<0$ 时都将为 0，因为这时路径在右半平面是闭合的，而这半平面没有极点。而对于 $r-nR>0$，路径在左半平面是闭合的，那里有三个极点，即 $S(t)$ 的三个根。这样一来，积分就可以用留数定理求出，而对于一个函数在 $z=a$ 处的 n 阶极点的留数值为[14]

$$R_n = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \to a} \left\{ \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} [(z-a)^n f(z)] \right\} \tag{6.9}$$

这样,对于 $r < R$,$g(r) = 0$ 。对于 $R < r < 2R$,$g(r) = g_1(r)$,

$$g_1(r) = \frac{1}{12fr} \sum_1^3 \lim_{t \to t_i} \left\{ (t - t_i) \frac{tL(t)\exp[t(r-R)]}{S(t)} \right\} \tag{6.10}$$

对于 $2R < r < 3R$,$g(r) = g_1(r) + g_2(r)$,

$$g_2(r) = -\frac{1}{12fr} \sum_1^3 \lim_{t \to t_i} \frac{d}{dt} \left\{ (t - t_i)^2 t \left[\frac{L(t)}{S(t)} \right]^2 \exp[t(r-2R)] \right\} \tag{6.11}$$

对于 $3R < r < 4R$,$g(r) = g_1(r) + g_2(r) + g_3(r)$,

$$g_3(r) = \frac{1}{24fr} \sum_1^3 \lim_{t \to t_i} \frac{d^2}{dt^2} \left\{ (t - t_i)^3 t \left[\frac{L(t)}{S(t)} \right]^2 \exp[t(r-3R)] \right\} \tag{6.12}$$

式中,选择 $R = 1$,这里一来,$r/R = r$,这里需要的是 $1 < r < 4$ 的值。

可以看到在求得 $g_1(r)$,$g_2(r)$,$g_3(r)$ 后对分布函数在 $1 < r < 4$ 就能够分段表示出来了,图 6.2 是 PY 分布的曲线与洞修正(HC)的对比图,所谓洞修正是一种简单的对分布函数,它认为距离 $r > 1$ 的时出现另外粒子的概率是 1,而当 $r < 1$ 时出现其他粒子的概率是 0。

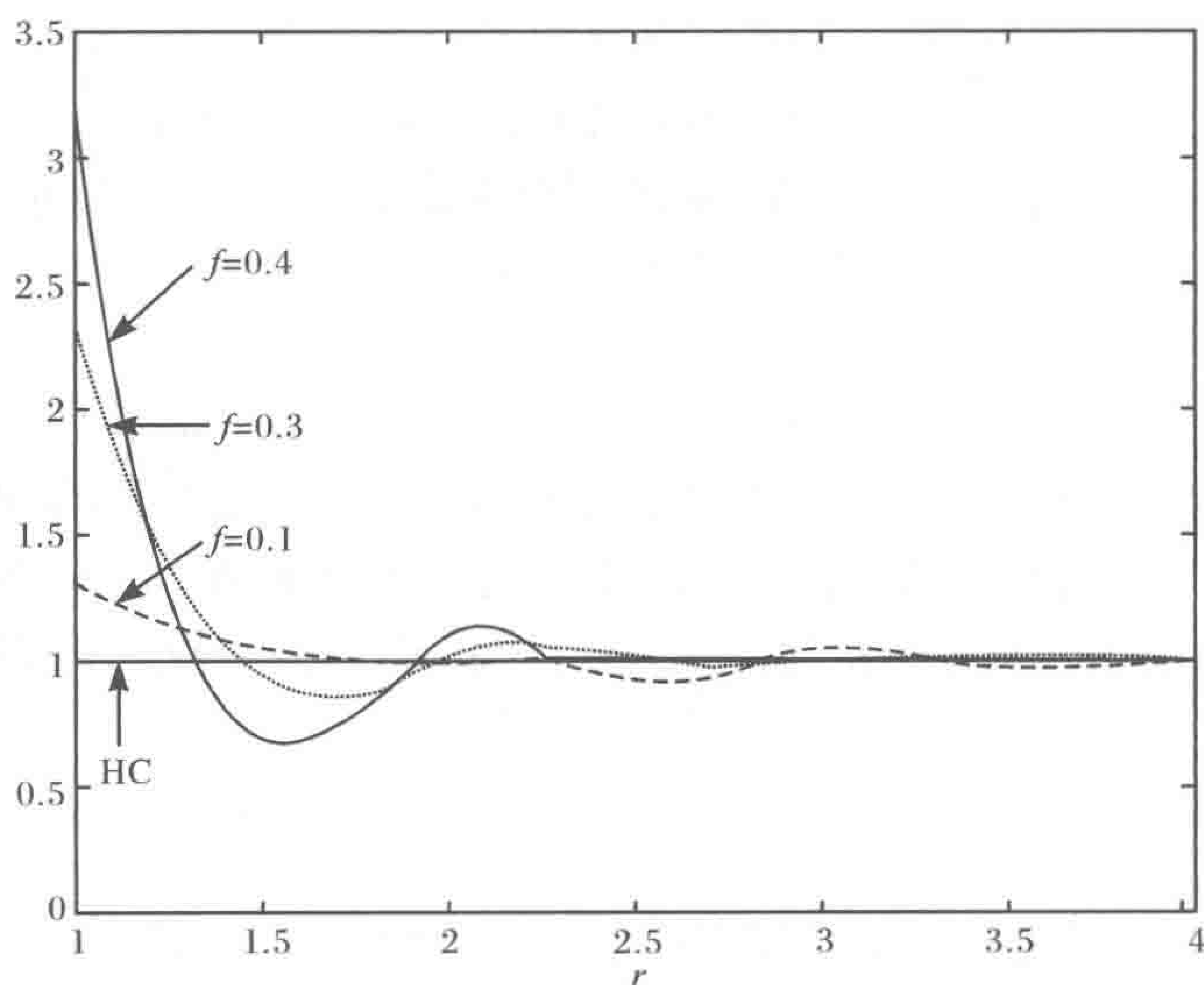


图 6.2 当 $f = 0.1, 0.3, 0.4$ 时 PY 分布与 HC 分布对比

量子力学 3j 符号的计算是十分复杂的,有兴趣的可以参考相关文献[16]。

6.2 递推算法研究

我们应用递推算法来避免计算 3j 符号,因为直接计算常常导致逸出,因为矢量波函数变换叠加定理不只应用到随机离散散射体的问题中,一般的涉及多粒子散射的问题的都要使用到它。而使用它就必须计算两个变换系数:$A_{vu}^{nm}(k, \overline{r_1 r_2})$ 和 $B_{vu}^{nm}(k, \overline{r_1 r_2})$,在这

两个系数的计算中都含有 $3j$ 符号，递推算法则利用递推的原理由低阶函数值出发，递归求得高阶的函数值[17]。

6.2.1　递推算法的基本概念

1. 标量波函数的递推公式

对于标量波函数，球谐函数变换叠加定理的基本形式为

$$Y_{nm}(\theta,\phi)j_n(kr)=\sum_{v=0}^{\infty}\sum_{u=-v}^{v}Y_{vu}(\theta',\phi')j_v(kr')\beta_{vu,nm} \tag{6.13}$$

式中

$$Y_{nm}(\theta,\phi)=(-1)^m\left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\frac{2n+1}{4\pi}\right]^{\frac{1}{2}}P_n^m\mathrm{e}^{jm\phi} \tag{6.14}$$

$\beta_{vu,nm}$ 定义为

$$\beta_{vu,nm}=\sum_p 4\pi\mathrm{j}^{(v+p-n)}Y_{p,m-u}(\theta'',\phi'')j_v(kr'')A(m,n,-u,v,p) \tag{6.15}$$

式中

$$A(m,n,-u,v,p)=(-1)^m[(2n+1)(2v+1)(2p+1)/4\pi]^{\frac{1}{2}} \cdot\begin{bmatrix}n & v & p\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n & v & p\\ -m & u & m-u\end{bmatrix} \tag{6.16}$$

$\begin{bmatrix}n & v & p\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$就是 $3j$ 符号，这里有两个有用的关系：

$$r=r'+r'' \tag{6.17}$$

$$\theta'+\theta''=\pi \tag{6.18}$$

可以看到只要计算出 $\beta_{vu,nm}$，就能够算出球谐函数由 (θ',ϕ',r') 变换到 (θ,ϕ,r) 所引入的变换系数。直接计算 $\beta_{vu,nm}$ 需要计算 $3j$ 符号，若是利用递推关系计算则需要一个初始值 $\beta_{vu,00}$。

$$Y_{00}j_0(kr)=\sum_{v=0}^{\infty}\sum_{u=-v}^{v}Y_{v,u}(\theta',\phi')j_v(kr')Y_{v,-u}(\theta'',\phi'')j_v(kr'')\sqrt{4\pi}(-1)^{u+v} \tag{6.19}$$

所以

$$\beta_{vu,00}=(-1)^{u+v}\sqrt{4\pi}Y_{v,-u}(\theta'',\phi'')j_v(kr'') \tag{6.20}$$

式(6.20)是十分基本的，因为后面一切递归的初始值都将是该式，或是该式的变形。

标量波函数的递推公式，就是对 $\beta_{vu,nm}$ 的递推，这个递推公式要经过复杂的推导得来，这里只是把需要使用的两个核心公式给出[8]。

$$a_{nm}^{+}\beta_{vu,n+1,m}=-a_{nm}^{-}\beta_{vu,n-1,m}+a_{v-1,u}^{+}\beta_{v-1,u,nm}+a_{v+1,u}^{-}\beta_{v+1,u,nm} \tag{6.21}$$

$$b_{nm}^{+}\beta_{vu,n+1,n+1}=b_{v-1,u-1}^{+}\beta_{v-1,u-1,m}+b_{v+1,u-1}^{-}\beta_{v+1,u-1,m} \tag{6.22}$$

为了将来计算的方便将式(6.21)左边的 $n+1$ 变成 n，得到

$$a_{n-1,m}^{+}\beta_{vu,n,m}=-a_{nm}^{-}\beta_{vu,n-2,m}+a_{v-1,u}^{+}\beta_{v-1,u,n-1,m}+a_{v+1,u}^{-}\beta_{v+1,u,n-1,m} \tag{6.23}$$

将式(6.23)写成

$$\beta_{vu,n,m} = (-a_{nm}^{-}\beta_{vu,n-2,m} + a_{v-1,u}^{+}\beta_{v-1,u,n-1,m} + a_{v+1,u}^{-}\beta_{v+1,u,n-1,m})/a_{n-1,m}^{+} \tag{6.24}$$

式中

$$a_{nm}^{+} = -\left[\frac{(n+m+1)(n-m+1)}{(2n+1)(2n+3)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{6.25}$$

$$a_{nm}^{-} = \left[\frac{(n+m)(n-m)}{(2n+1)(2n-1)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{6.26}$$

$$b_{nm}^{-} = \left[\frac{(n-m)(n-m-1)}{(2n+1)(2n-1)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{6.27}$$

$$b_{nm}^{+} = \left[\frac{(n+m+2)(n+m+1)}{(2n+1)(2n+3)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{6.28}$$

仔细观察可以发现，式(6.24)右边的几项只是改变下标 v 与 n，而不改变下标 u 与 m，同时 n 的下标随着递归的进行只会变小，而 v 的下标有变大，也有变小，式(6.22)是用来计算递归初始值时使用的。

下面用计算机伪语言给出了递推算法的递归过程[9]：

```
function[M]=ditui(v,u,n,m)
if(m>n or u>v)
return   M=0;
else if(n=m=1)
return M= β_{vu,1,1} = (b^+_{v-1,u-1}β_{v-1,u-1,00} + b^-_{v+1,u-1}β_{v+1,u-1,00})/b^+_{00} [式(6.24)]
else
M=[ -a^-_{n-1,m} ×ditui(v,u,n-2,m)+ a^+_{v-1,u} ×ditui(v-1,u,n-1,m)
    + a^-_{v+1,u} ×ditui(v+1,u,n-1,m)]/ a^+_{n-1,m} [式(6.22)]
```

递推是一个算法，在计算机上可用递归的方式来实现它。以上的这段代码只是表示了递归的一个过程，并不是实际的程序。在计算机中递归的完成有两个必要条件：一是上一层函数调用下一层函数，同时把主要参数传递给下一层函数；二是递归必须有终点即必须要有可以计算出具体数值的原点，在上面的代码中这两个条件满足了。随着递归的进行，下标 n 都是在变小的，而 m 是不变的，也就是说最后都会递归到原点 $n=m=1$，因为事实上可以计算得到具体数值的只是 $\beta_{vu,00}$。

2. 矢量波函数的递推公式

本章中，实际需要利用的矢量波函数的递推公式计算的数值是矢量变换叠加定理引入的两个转移系数 $A_{vu}^{nm}(k,\bar{r}_1\ \bar{r}_2)$ 和 $B_{vu}^{nm}(k,\bar{r}_1\ \bar{r}_2)$，即[10]

$$\begin{aligned} A_{vu}^{nm} &= \beta_{vu,nm} \\ &+ kr''\sin\theta''\frac{e^{-j\phi''}}{2(v+1)}\sqrt{\frac{(v-u+2)(v-u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u-1,nm} \\ &- kr''\sin\theta''\frac{e^{-j\phi''}}{2v}\sqrt{\frac{(v+u-1)(v+u)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u+1,nm} \end{aligned}$$

$$
-kr''\sin\theta''\frac{e^{-j\phi''}}{2(v+1)}\sqrt{\frac{(v+u+2)(v+u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u-1,nm}
$$

$$
+kr''\sin\theta''\frac{e^{-j\phi''}}{2v}\sqrt{\frac{(v-u)(v-u-1)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u+1,nm}
$$

$$
+kr''\cos\theta''\frac{1}{v+1}\sqrt{\frac{(v+u+1)(v-u+1)}{(2v-1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u,nm}
$$

$$
+kr''\cos\theta''\frac{1}{v}\sqrt{\frac{(v+u)(v-u)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u,nm} \tag{6.29}
$$

$$
B_{vu}^{nm}=kr''\cos\theta''\frac{ju}{v(v+1)}\beta_{vu,nm}+\frac{jkr''\sin\theta''}{2v(v+1)}[\sqrt{(v-u)(v+u+1)}
$$

$$
\times e^{j\phi''}\beta_{v,u+1,nm}+\sqrt{(v+u)(v-u+1)}e^{-j\phi''}\beta_{v,u-1,nm}] \tag{6.30}
$$

6.2.2 递推算法在随机介质中的应用

递推算法不仅要求计算两个转换系数，而且在随机介质理论中，需要计算的是关于这两个系数的积分。

1. 递推算法下的色散方程

重新写出色散方程[1]

$$
\alpha_{uv}(z_1)e^{jKz_1}=e^{jKz_1}\frac{1}{2}\frac{j^v(2v+1)}{v(v+1)}[\delta_{u1}-\delta_{u-1}v(v+1)]
$$

$$
+n_0e^{jKz_2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\int dr_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)[T_n^e\alpha_{mn}A_{uv}^{mn}+T_n^h\beta_{mn}B_{uv}^{mn}] \tag{6.31}
$$

$$
\beta_{uv}(z_1)e^{jKz_1}=e^{jKz_1}\frac{1}{2}\frac{j^v(2v+1)}{v(v+1)}[\delta_{u1}+\delta_{u-1}v(v+1)]
$$

$$
+n_0e^{jKz_2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\int dr_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)[T_n^e\alpha_{mn}B_{uv}^{mn}+T_n^h\beta_{mn}A_{uv}^{mn}] \tag{6.32}
$$

这样就直接忽略了关于 k 的传播项，因为随机介质的等效介电常数是与入射波无关，而且半无限大空间与无限大空间唯一的不同是，半无限大空间由于边界的存在会出现消光项，而这个消光项和入射波的项相互抵消，这里直接取消入射波，并将问题的范围扩展到无限大空间，这样消光项也随之消失，所以这两者之间是完全契合的[1~3]。由于这里 $u=m=1$ ，可以把两个色散方程重新写为

$$
\alpha_{1v}(z_1)e^{jKz_1}=n_0e^{jKz_1}\sum_{n=1}^{\infty}\int dr_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)e^{jK(z_2-z_1)}[T_n^e\alpha_{1n}A_{v1}^{n1}+T_n^h\beta_{1n}B_{v1}^{n1}] \tag{6.33}
$$

$$
\beta_{1v}(z_1)e^{jKz_1}=n_0e^{jkz_1}\sum_{n=1}^{\infty}\int dr_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)e^{jK(z_2-z_1)}[T_n^e\alpha_{1n}B_{v1}^{n1}+T_n^h\beta_{1n}A_{v1}^{n1}] \tag{6.34}
$$

设 $v=1,2,3,4$ ，而 $n=1,2,3,4$ ，展开式(6.33)与式(6.34)得到

$$
\alpha_{11}=n_0\int dr_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)e^{jK(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}A_{11}^{11}+T_2^e\alpha_{12}A_{11}^{21}+T_3^e\alpha_{13}A_{11}^{31}+T_4^e\alpha_{14}A_{11}^{41}
$$

$$
+T_1^h\beta_{11}B_{11}^{11}+T_2^h\beta_{12}B_{11}^{21}+T_3^h\beta_{13}B_{11}^{31}+T_4^h\beta_{14}B_{11}^{41}] \tag{6.35}
$$

$$\alpha_{12} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}A_{21}^{11} + T_2^e\alpha_{12}A_{21}^{21} + T_3^e\alpha_{13}A_{21}^{31} + T_4^e\alpha_{14}A_{21}^{41} + T_1^h\beta_{11}B_{21}^{11} + T_2^h\beta_{12}B_{21}^{21} + T_3^h\beta_{13}B_{21}^{31} + T_4^h\beta_{14}B_{21}^{41}] \tag{6.36}$$

$$\alpha_{13} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}A_{31}^{11} + T_2^e\alpha_{12}A_{31}^{21} + T_3^e\alpha_{13}A_{31}^{31} + T_4^e\alpha_{14}A_{31}^{41} + T_1^h\beta_{11}B_{31}^{11} + T_2^h\beta_{12}B_{31}^{21} + T_3^h\beta_{13}B_{31}^{31} + T_4^h\beta_{14}B_{31}^{41}] \tag{6.37}$$

$$\alpha_{14} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}A_{41}^{11} + T_2^e\alpha_{12}A_{41}^{21} + T_3^e\alpha_{13}A_{41}^{31} + T_4^e\alpha_{14}A_{41}^{41} + T_1^h\beta_{11}B_{41}^{11} + T_2^h\beta_{12}B_{41}^{21} + T_3^h\beta_{13}B_{41}^{31} + T_4^h\beta_{14}B_{41}^{41}] \tag{6.38}$$

$$\beta_{11} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}B_{11}^{11} + T_2^e\alpha_{12}B_{11}^{21} + T_3^e\alpha_{13}B_{11}^{31} + T_4^e\alpha_{14}B_{11}^{41} + T_1^h\beta_{11}A_{11}^{11} + T_2^h\beta_{12}A_{11}^{21} + T_3^h\beta_{13}A_{11}^{31} + T_4^h\beta_{14}A_{11}^{41}] \tag{6.39}$$

$$\beta_{12} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}B_{21}^{11} + T_2^e\alpha_{12}B_{21}^{21} + T_3^e\alpha_{13}B_{21}^{31} + T_4^e\alpha_{14}B_{21}^{41} + T_1^h\beta_{11}A_{21}^{11} + T_2^h\beta_{12}A_{21}^{21} + T_3^h\beta_{13}A_{21}^{31} + T_4^h\beta_{14}A_{21}^{41}] \tag{6.40}$$

$$\beta_{13} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}B_{31}^{11} + T_2^e\alpha_{12}B_{31}^{21} + T_3^e\alpha_{13}B_{31}^{31} + T_4^e\alpha_{14}B_{31}^{41} + T_1^h\beta_{11}A_{31}^{11} + T_2^h\beta_{12}A_{31}^{21} + T_3^h\beta_{13}A_{31}^{31} + T_4^h\beta_{14}A_{31}^{41}] \tag{6.41}$$

$$\beta_{14} = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}[T_1^e\alpha_{11}B_{41}^{11} + T_2^e\alpha_{12}B_{41}^{21} + T_3^e\alpha_{13}B_{41}^{31} + T_4^e\alpha_{14}B_{41}^{41} + T_1^h\beta_{11}A_{41}^{11} + T_2^h\beta_{12}A_{41}^{21} + T_3^h\beta_{13}A_{41}^{31} + T_4^h\beta_{14}A_{41}^{41}] \tag{6.42}$$

为了简化公式,可以设

$$I_1(v,u,n,m) = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}A_{vu}^{nm} \tag{6.43}$$

$$I_2(v,u,n,m) = n_0\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}K(z_2-z_1)}B_{vu}^{nm} \tag{6.44}$$

可以写出四个系数矩阵为

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1-T_1^eI_1(1,1,1,1) & -T_2^eI_1(1,1,2,1) & -T_3^eI_1(1,1,3,1) & -T_4^eI_1(1,1,4,1) \\ -T_1^eI_1(2,1,1,1) & 1-T_2^eI_1(2,1,2,1) & -T_3^eI_1(2,1,3,1) & -T_4^eI_1(2,1,4,1) \\ -T_1^eI_1(3,1,1,1) & -T_2^eI_1(3,1,2,1) & 1-T_3^eI_1(3,1,3,1) & -T_4^eI_1(3,1,4,1) \\ -T_1^eI_1(4,1,1,1) & -T_2^eI_1(4,1,2,1) & -T_3^eI_1(4,1,3,1) & 1-T_4^eI_1(4,1,4,1) \end{bmatrix} \tag{6.45}$$

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1-T_1^hI_2(1,1,1,1) & -T_2^hI_2(1,1,2,1) & -T_3^hI_2(1,1,3,1) & -T_4^hI_2(1,1,4,1) \\ -T_1^hI_2(2,1,1,1) & 1-T_2^hI_2(2,1,2,1) & -T_3^hI_2(2,1,3,1) & -T_4^hI_2(2,1,4,1) \\ -T_1^hI_2(3,1,1,1) & -T_2^hI_2(3,1,2,1) & 1-T_3^hI_2(3,1,3,1) & -T_4^hI_2(3,1,4,1) \\ -T_1^hI_2(4,1,11) & -T_2^hI_2(4,1,2,1) & -T_3^hI_2(4,1,3,1) & 1-T_4^hI_2(4,1,4,1) \end{bmatrix} \tag{6.46}$$

$$\boldsymbol{c}=\begin{bmatrix}1-T_1^eI_2(1,1,1,1) & -T_2^eI_2(1,1,2,1) & -T_3^eI_2(1,1,3,1) & -T_4^eI_2(1,1,4,1)\\ -T_1^eI_2(2,1,1,1) & 1-T_2^eI_2(2,1,2,1) & -T_3^eI_2(2,1,3,1) & -T_4^eI_2(2,1,4,1)\\ -T_1^eI_2(3,1,1,1) & -T_2^eI_2(3,1,2,1) & 1-T_3^eI_2(3,1,3,1) & -T_4^eI_2(3,1,4,1)\\ -T_1^eI_2(4,1,11) & -T_2^eI_2(4,1,2,1) & -T_3^eI_2(4,1,3,1) & 1-T_4^eI_2(4,1,4,1)\end{bmatrix} \tag{6.47}$$

$$\boldsymbol{d}=\begin{bmatrix}1-T_1^hI_1(1,1,1,1) & -T_2^hI_1(1,1,2,1) & -T_3^hI_1(1,1,3,1) & -T_4^hI_1(1,1,4,1)\\ -T_1^hI_1(2,1,1,1) & 1-T_2^hI_1(2,1,2,1) & -T_3^hI_1(2,1,3,1) & -T_4^hI_1(2,1,4,1)\\ -T_1^hI_1(3,1,1,1) & -T_2^hI_1(3,1,2,1) & 1-T_3^hI_1(3,1,3,1) & -T_4^hI_1(3,1,4,1)\\ -T_1^hI_1(4,1,11) & -T_2^hI_1(4,1,2,1) & -T_3^hI_1(4,1,3,1) & 1-T_4^hI_1(4,1,4,1)\end{bmatrix} \tag{6.48}$$

$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}$ 合并起来就是系数矩阵，下面要求解积分 $I_1(v,u,n,m)$ 与 $I_2(v,u,n,m)$，这是把递推算法应用到色散方程中最关键的一步，递推算法能否应用到色散方程中，换句话说，这两套理论能否契合，事实上，这里 $u=1$[1]，而且由于考虑的问题是轴对称的，所以关于 ϕ'' 的积分都是 0。考察式(6.29)右边的第二项中的 $e^{-j\phi''}\beta_{v+1,u-1,nm}$，这里将 $u=1$ 代入得到

$$\beta_{v+1,u-1,nm}=\sum_p 4\pi j^{(v+1+p-n)}Y_{p,m-u+1}(\theta_1-\theta_2,\phi_1-\phi_2)h_p(k\mid \bar{r}_1-\bar{r}_2\mid)\cdot A(m,n,-u+1,v+1,p) \tag{6.49}$$

乘上 $e^{-j\phi''}$，这样要保证积分不为 0 即 ϕ'' 前的系数为 0，所以

$$m-u+1-1=0 \tag{6.50}$$

即 $m=u=1$，右边第二项的下标中决定 ϕ'' 前系数的项仍然是 $u-1$，所以要使得积分项不为 0，仍然要满足条件 $m=u=1$。而第三项的下标是 $m-u-1$，它前面乘的系数是 $e^{j\phi''}$，所以要求 $m-u-1+1=0$，仍然得到 $m=u$ 的结论，第四项也是相同，第五和第六项，前面没有乘上与 ϕ'' 相关的系数，观察它们的下标，直接要求 $m=u$。

考察 B_{vu}^{nm} 系数中的几项，仍然可以得到 $m=u=1$ 的结论，由此可以看到 $u=1$ 代入到递推公式中去，仍然能够保证积分不为 0。

下面主要考虑积分 $I_1(v,u,n,m)$ 与 $I_2(v,u,n,m)$ 的求解。

2. 递推算法及其实现

为了计算 $I_1(v,u,n,m)$ 和 $I_2(v,u,n,m)$，必须求得式(6.30)和式(6.31)中所有标量波函数的积分，逐一考察两式中十个标量波函数的积分。

对于式(6.30)第一项中的 $\beta_{vu,nm}$，将 $u=m=1$ 代入，得到 $\beta_{v1,n1}$，根据递推式(6.24)即 $\beta_{vu,n,m}=(-a_{nm}^{-}\beta_{vu,n-2,m}+a_{v-1,u}^{+}\beta_{v-1,u,n-1,m}+a_{v+1,u}^{-}\beta_{v+1,u,n-1,m})/a_{n-1,m}^{+}$ 可以推断，随着每次递归的进行最终会回到递归原点 $\beta_{vu,1,1}=(b_{v-1,u-1}^{+}\beta_{v-1,u-1,00}+b_{v+1,u-1}^{-}\beta_{v+1,u-1,00})/b_{00}^{+}$，这里要注意下标 v 与开始递归时的 v 已经不是一个概念了，因为递归的过程中，下标 v 是不断变化的[见式(6.24)]，这里仍然使用 v 只是为了标记方便，后面的推导过程中这点都是一样的，就不再赘述了。可以看到要计算 $\beta_{vu,11}$ 需要计算 $\beta_{v-1,u-1,00}$ 和 $\beta_{v+1,u-1,00}$，将 $u=1$ 代入，$v-1$ 与 $v+1$ 的不同不影响问题的实质，为了方便，令它们为 t，在实际计算时，又将

它们重新分开,令 $t=v-1$ 与 $t=v+1$ 即可。现在把递归的整个过程写为

$$\beta_{vu,n,m}\rightarrow\beta_{vu,1,1}\rightarrow\beta_{v-1,u-1,00},\beta_{v+1,u-1,00}\rightarrow\beta_{t,0,00}\tag{6.51}$$

要注意的是上面每一步的下标 v 都是不同的。

根据式(6.20) $\beta_{vu,00}=(-1)^{u+v}\sqrt{4\pi}Y_{v,-u}(\theta'',\phi'')j_v(kr'')$,这里将球贝塞尔函数换成一阶球汉克函数是允许的,所以展开后可以得到

$$\beta_{t,0,00}=(-1)^t(2t+1)^{\frac{1}{2}}P_t(\cos\theta'')h_t(kr'')\tag{6.52}$$

这个函数的积分就是勒让德函数与一阶球汉克函数的积分,具体的解在后面会重新给出。通过递推公式需要得到最后的函数就是 t 阶勒让德函数与 t 阶一阶球汉克函数的乘积,之所以要这样写,是因为在后面的积分中要应用到这样一个结论:勒让德多项式与指数项乘积的积分为球贝塞尔函数[18],而且为了处理无限大空间的积分问题,必须应用格林定理,这也要求勒让德函数与一阶汉克函数的阶数必须相同。

为了简化问题,下面的推导中,往往把一些简单的系数略去,不再在公式推导中写出。

接着看式(6.29)第二项 $kr''\sin\theta''\dfrac{e^{-j\phi''}}{2(v+1)}\sqrt{\dfrac{(v-u+2)(v-u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u-1,nm}$,为了使得推导过程明了,把一些系数去掉得到

$$kr''\sin\theta''e^{-j\phi''}\beta_{v+1,u-1,nm}\tag{6.53}$$

将 $u=m=1$ 代入,得到 $kr''\sin\theta''e^{-j\phi''}\beta_{v+1,0,n1}$,这里参照式(6.51),给出了递推的一个过程:

$$\beta_{v+1,0,n1}\rightarrow\beta_{v,0,11}\rightarrow\beta_{v-1,-1,00},\beta_{v+1,-1,00}\rightarrow\beta_{t,-1,00}\tag{6.54}$$

可以看到 $\beta_{t,-1,00}$ 中 $u=-1$,而不等于 0,这样的一个直接结果就是展开式中将出现连带勒让德多项式,而且还会出现关于 ϕ'' 的积分,在本章的公式体系中,这两点都是不允许出现的,所以需要利用三个关于球谐函数的变化公式[19]:

$$\sin\theta e^{j\phi}Y_{lm}=\sqrt{\frac{(l-m)(l-m-1)}{(2l+1)(2l-1)}}Y_{l-1,m+1}-\sqrt{\frac{(l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)(2l+3)}}Y_{l+1,m+1}\tag{6.55}$$

$$\sin\theta e^{-j\phi}Y_{lm}=-\sqrt{\frac{(l+m)(l+m-1)}{(2l+1)(2l-1)}}Y_{l-1,m-1}+\sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m+2)}{(2l+1)(2l+3)}}Y_{l+1,m-1}\tag{6.56}$$

$$\cos\theta Y_{lm}=\sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}}Y_{l-1,m}+\sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}}Y_{l+1,m}\tag{6.57}$$

根据式(6.56),式(6.53)可以写成

$$\begin{aligned}kr''\sin\theta''e^{-j\phi''}\beta_{t,-1,00}&=kr''\sin\theta''e^{-j\phi''}(-1)^{t-1}\sqrt{4\pi}Y_{t,1}(\theta_1-\theta_2,\phi_1-\phi_2)h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=(-1)^{t-1}kr''\sqrt{4\pi}\left[-\sqrt{\frac{(t)(t+1)}{(2t+1)(2t-1)}}Y_{t-1,0}\right.\\&\quad\left.+\sqrt{\frac{(t+1)t}{(2t+1)(2t+3)}}Y_{t+1,0}\right]h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=(-1)^{t-1}\left[-kr''\sqrt{\frac{t(t+1)}{2t+1}}P_{t-1}(\cos\theta'')\right.\\&\quad\left.+kr''\sqrt{\frac{t(t+1)}{2t+1}}P_{t+1}(\cos\theta'')\right]h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\end{aligned}\tag{6.58}$$

这里要应用公式[20]

$$P_{t+1}-P_{t-1}=\frac{2t+1}{t(t+1)}\sin\theta\frac{\mathrm{d}P_t(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta},\quad t\neq 0,t\neq -1 \tag{6.59}$$

当 $t=0$ 或 $t=-1$ 时，显然式(6.58)的值为0，将式(6.59)代入式(6.58)，可以得到

$$kr''\sin\theta''\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}\beta_{t,-1,00}=(-1)^{t-1}\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta''\frac{\mathrm{d}P_t(\cos\theta'')}{\mathrm{d}\theta''}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.60}$$

接着考察式(6.29)的第三项：

$$-kr''\sin\theta''\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}}{2v}\sqrt{\frac{(v+u-1)(v+u)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u-1,nm} \tag{6.61}$$

可以看到式(6.29)的第三项与第四项只是下标 v 不同，可见下标 v 是不影响问题的实质的，所以式(6.61)在经过递归后得到的原点函数形式是与式(6.57)一样的。

考察式(6.29)的第四项：

$$-kr''\sin\theta''\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}}{2(v+1)}\sqrt{\frac{(v+u+2)(v+u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u+1,nm} \tag{6.62}$$

先做标量波函数的递归：

$$\beta_{v+1,u+1,nm}=\beta_{v+1,2,n,1}\rightarrow\beta_{v,2,11}\rightarrow\beta_{v-1,1,00},\beta_{v+1,1,00}\rightarrow\beta_{t,1,00} \tag{6.63}$$

再次强调：这里每一步的 v 都是不同的，在这里出现了 $\beta_{t,1,00}$，下标 $u=1$，它依然需要利用球谐函数变化公式来改造，利用式(6.29)的第五项，可以得到：

$$\begin{aligned}kr''\sin\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}\beta_{t,1,00}&=kr''\sin\theta''\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}(-1)^{t+1}\sqrt{4\pi}Y_{t,-1}(\theta_1-\theta_2,\phi_1-\phi_2)h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=(-1)^{t+1}kr''\sqrt{4\pi}\left[\sqrt{\frac{(t+1)t}{(2t+1)(2t-1)}}Y_{t-1,0}\right.\\&\quad\left.-\sqrt{\frac{t(t+1)}{(2t+1)(2t+3)}}Y_{t+1,0}\right]h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=(-1)^{t+1}kr''\left[\sqrt{\frac{t(t+1)}{2t+1}}P_{t-1}-\sqrt{\frac{t(t+1)}{2t+1}}P_{t+1}\right]h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=(-1)^{t}\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta''\frac{\mathrm{d}P_t(\cos\theta'')}{\mathrm{d}\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\end{aligned} \tag{6.64}$$

考察式(6.29)的第五项：

$$kr''\sin\theta''\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}}{2v}\sqrt{\frac{(v-u)(v-u-1)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u+1,nm} \tag{6.65}$$

下标 $u=2$ 而且前面乘的系数也是 $\sin\theta''\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}$，所以最后它递归得到的原点函数形式与式(6.64)是相同的。

考察式(6.30)的第六项：

$$kr''\cos\theta''\frac{1}{v+1}\sqrt{\frac{(v+u+1)(v-u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u,nm} \tag{6.66}$$

先做标量波函数的递归：

$$\beta_{v+1,u,nm}\rightarrow\beta_{v,1,11}\rightarrow\beta_{v-1,0,00},\beta_{v+1,0,00}\rightarrow\beta_{t,0,00} \tag{6.67}$$

所以

$$kr''\cos\theta''\beta_{t,0,00}=(-1)^{t-1}\sqrt{4\pi}kr''\cos\theta''Y_{t,0}(\theta'',\phi'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)$$

$$=(-1)^{t-1}\sqrt{2t+1}kr''\cos\theta' P_t(\cos\theta')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.68}$$

而式(6.29)的第七项，下标 u 相同，所以它最后得到的递归原点函数的形式与式(6.68)是相同的。

然后考虑公式(6.30)中的三项：

$$kr''\cos\theta'\frac{\mathrm{j}u}{v(v+1)}\beta_{vu,nm}$$

$$\frac{\mathrm{j}kr''\sin\theta'}{2v(v+1)}\sqrt{(v-u)(v+u+1)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}\beta_{v,u+1,nm}$$

$$\frac{\mathrm{j}kr''\sin\theta'}{2v(v+1)}\sqrt{(v+u)(v-u+1)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}\beta_{v,u-1,nm}$$

可以看到第一项的递归原点函数形式就是式(6.68)，第二项的递归函数原点形式就是式(6.64)，而第三项的递归原点函数形式就是式(6.58)。

整个递归的过程，关键是受下标 u 的影响，u 值的不同导致了不同的递归原点函数。

利用递推公式一个核心思想是要通过递推公式把计算 $\beta_{vu,nm}$ 的问题递归化简为 $\beta_{vu,00}$（因为只有这项的计算有解析解，不需要计算 $3j$ 符号），而事实上由于本章处理问题的特殊性，需要计算 A_{vu}^{nm} 和 B_{vu}^{nm} 的积分，因此必须把 $\beta_{vu,00}$ 的下标 u 也化成 0，即最后计算的时候是计算 $\beta_{v0,00}$，于是首先计算 $\beta_{v0,00}$ 的积分，然后一步步反向回溯到 $\beta_{vu,nm}$，因为这些回溯只是乘上一些系数，所以不会影响问题的本质，这就是把矢量加法的递推公式应用到随机介质色散方程中的核心思想[1]。

为了能够更清楚的论述问题，把 A_{vu}^{nm} 和 B_{vu}^{nm} 中的各项对应的递归原点函数一起写出，方便做进一步的推导。

关于 A_{vu}^{nm} 的第一项 $\beta_{vu,nm}$，根据 $\beta_{vu,nm}\to\beta_{vu,11}\to\beta_{v+1,0,00},\beta_{v-1,0,00}\to\beta_{t,0,00}$ 的思路，可以写出

$$\beta_{vu,nm}\to(2t+1)^{\frac{1}{2}}P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.69}$$

这里的→意味着省略了许多系数与递推的过程（为了把核心公式体现出来），所以右边可以成为是左边的计算原形或是原点函数。

对于第二项 $kr''\sin\theta'\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}}{2(v+1)}\sqrt{\frac{(v-u+2)(v-u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u-1,nm}$ 有

$$kr''\sin\theta'\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}\beta_{v+1,u+1,nm}\to(-1)^{t-1}\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta'\frac{\mathrm{d}P_t(\cos\theta')}{\mathrm{d}\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.70}$$

对于第三项 $-kr''\sin\theta'\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}}{2v}\sqrt{\frac{(v+u-1)(v+u)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u+1,nm}$ 有

$$kr''\sin\theta'\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi''}\beta_{v-1,u+1,nm}\to(-1)^{t-1}\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta\frac{\mathrm{d}P_t(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.71}$$

对于第四项 $-kr''\sin\theta'\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}}{2(v+1)}\sqrt{\frac{(v+u+2)(v+u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u-1,nm}$ 有

$$kr''\sin\theta'\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}\beta_{v+1,u-1,nm}\to(-1)^{t}\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta'\frac{\mathrm{d}P_t(\cos\theta')}{\mathrm{d}\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.72}$$

对于第五项 $kr''\sin\theta'\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi''}}{2v}\sqrt{\frac{(v-u)(v-u-1)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u+1,nm}$ 有

$$kr''\sin\theta'' e^{j\phi''}\beta_{v-1,u+1,nm} \rightarrow (-1)^t\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta''\frac{dP_t(\cos\theta)}{d\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.73}$$

对于第六项 $kr''\cos\theta''\frac{1}{v+1}\sqrt{\frac{(v+u+1)(v-u+1)}{(2v+1)(2v+3)}}\beta_{v+1,u,nm}$ 有

$$kr''\cos\theta''\beta_{v+1,u,nm} \rightarrow (-1)^t\sqrt{2t+1}kr''\cos\theta'' P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.74}$$

对于第七项 $kr''\cos\theta''\frac{1}{v}\sqrt{\frac{(v+u)(v-u)}{(2v-1)(2v+1)}}\beta_{v-1,u,nm}$ 有

$$kr''\cos\theta''\beta_{v-1,u,nm} \rightarrow (-1)^t\sqrt{2t+1}kr''\cos\theta'' P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.75}$$

再次强调式(6.70)和式(6.75)两边的 v 不是一个值，右边的 t 代表着 $v-1$ 和 $v+1$ 两个值，且最后的计算时候把 t 分别用 $v-1$ 和 $v+1$ 代替，再根据式(6.22)做两者的线性组合，得到的结果就是递推的初始值。

考虑 B_{vu}^{nm} 的原点函数，B_{vu}^{nm} 的表达式为

$$B_{vu}^{nm} = kr''\cos\theta''\frac{ju}{v(v+1)}\beta_{vu,nm} + \frac{jkr''\sin\theta''}{2v(v+1)}\Big[\sqrt{(v-u)(v+u+1)} \cdot e^{j\phi''}\beta_{v,u+1,nm} + \sqrt{(v+u)(v-u+1)}e^{-j\phi''}\beta_{v,u-1,nm}\Big]$$

对于第一项 $kr''\cos\theta''\frac{ju}{v(v+1)}\beta_{vu,nm}$ 有

$$kr''\cos\theta''\beta_{vu,nm} \rightarrow (-1)^t\sqrt{2t+1}kr''\cos\theta'' P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.76}$$

对于第二项 $\frac{jkr''\sin\theta''}{2v(v+1)}\sqrt{(v-u)(v+u+1)}\times e^{j\phi''}\beta_{v,u+1,nm}$ 有

$$kr''\sin\theta'' e^{j\phi''}\beta_{v,u+1,nm} \rightarrow (-1)^t\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta''\frac{dP_t(\cos\theta'')}{d\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.77}$$

对于第三项 $\frac{jkr''\sin\theta''}{2v(v+1)}\sqrt{(v+u)(v-u+1)}e^{-j\phi''}\beta_{v,u-1,nm}$ 有

$$kr''\sin\theta'' e^{-j\phi''}\beta_{v,u-1,nm} \rightarrow (-1)^{t-1}\sqrt{\frac{2t+1}{t(t+1)}}kr''\sin\theta''\frac{dP_t(\cos\theta'')}{d\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.78}$$

下面要做的就是对原点函数的积分，仔细观察式(6.76)～(6.78)，除去一些系数之外，作为积分核心的是三个函数：

$$P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.79}$$

$$kr''\cos\theta'' P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.80}$$

$$kr''\sin\theta''\frac{dP_t(\cos\theta'')}{d\theta}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) \tag{6.81}$$

根据以上结论，可以得到递推算法整个实现过程，如图 6.3 所示[1]。

3. 递推算法的结构优化

可以看到三个原点函数的积分形式仍然比较复杂，计算积分 $I_1(v,u,n,m)$ 就要计算十次原点函数的积分，计算 $I_2(v,u,n,m)$ 就要计算三次原点函数的积分，这样计算效率就很低，而且速度很慢，实际上这里的计算存在大量的重复，递归的公式为

$$\beta_{vu,n,m} = (-a_{nm}^{-}\beta_{vu,n-2,m} + a_{v-1,u}^{+}\beta_{v-1,u,n-1,m} + a_{v+1,u}^{-}\beta_{v+1,u,n-1,m})/a_{n-1,m}^{+} \tag{6.82}$$

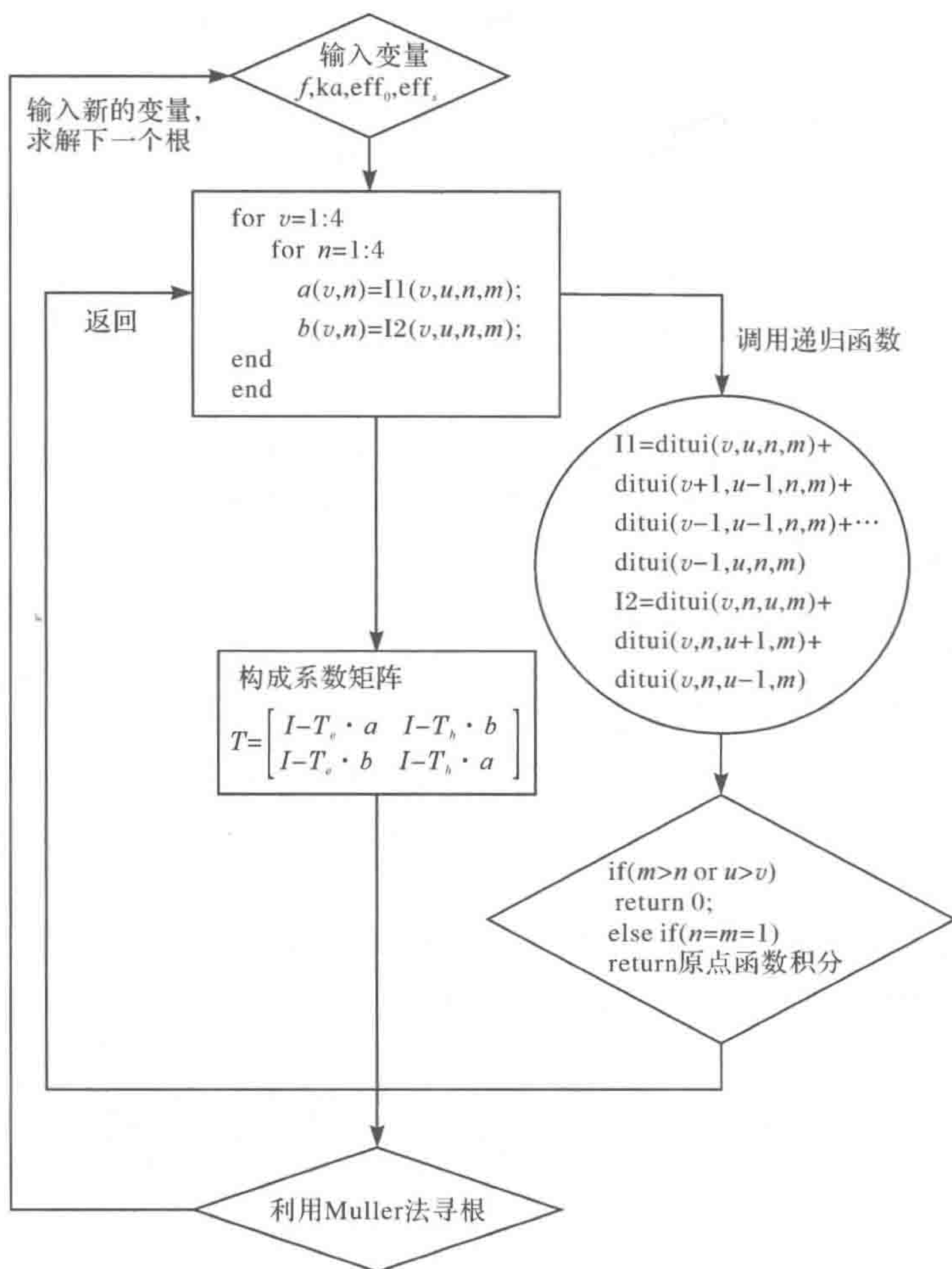


图 6.3 推算法程序框图

可以看出在递归的过程中随着 n 的减小,下标 v 既有增大也有减少,最后当 $u=m=1$ 的时候,v 的值就决定了原点函数中球贝塞尔函数和一阶汉克函数的阶数,所以可以先把三个原点函数所有阶数 v 的积分全部算出,程序在递归时,将这些值以数组的形式传递,当递归到原点函数时,根据当时的 v 值到数组中去寻找对应的积分值,这样可以大大提高程序的效率,减少重复运算[1]。

已知 v 和 n 的值是从 1 增加到 4,关键是要确定 v 的上下限,由于递推算法本身的限制条件,$v \leqslant u$ 时,递归返回值为 0,u 的最小值是 0,所以 v 的下限是 0。

观察式(6.82)的项 $-a_{nm}^{-}\beta_{vu,n-2,m}$,随着 n 的减小,v 值不变,$a_{v-1,u}^{+}\beta_{v-1,u,n-1,m}$ 随着 n 的减小,v 值也减小,$a_{v+1,u}^{-}\beta_{v+1,u,n-1,m}$ 随着 n 的减小,v 值增大,所以通过它可以找到 v 的最大值。

$$(v,n)=(5,4)\rightarrow(6,3)\rightarrow(7,2)\rightarrow(8,1) \tag{6.83}$$

v 最大可能是 8,根据式(6.22),在计算原点函数的时候,$t=v\pm 1$,所以最大可能是 9,v 的最小值是 -1 。

于是,只需要把三个原点函数从阶数 -1 增加到 9 的值全部计算出来,并形成数组,当递归进行到原点时根据 v 的值到数组中去找到相应的数值代入即可。

表 6.1、表 6.2 就是一般递推算法与优化后递推算法计算效率的对比，令 $n=1,2$，v 从 1 变化到 4，记录完成递推所需要的时间(秒)。

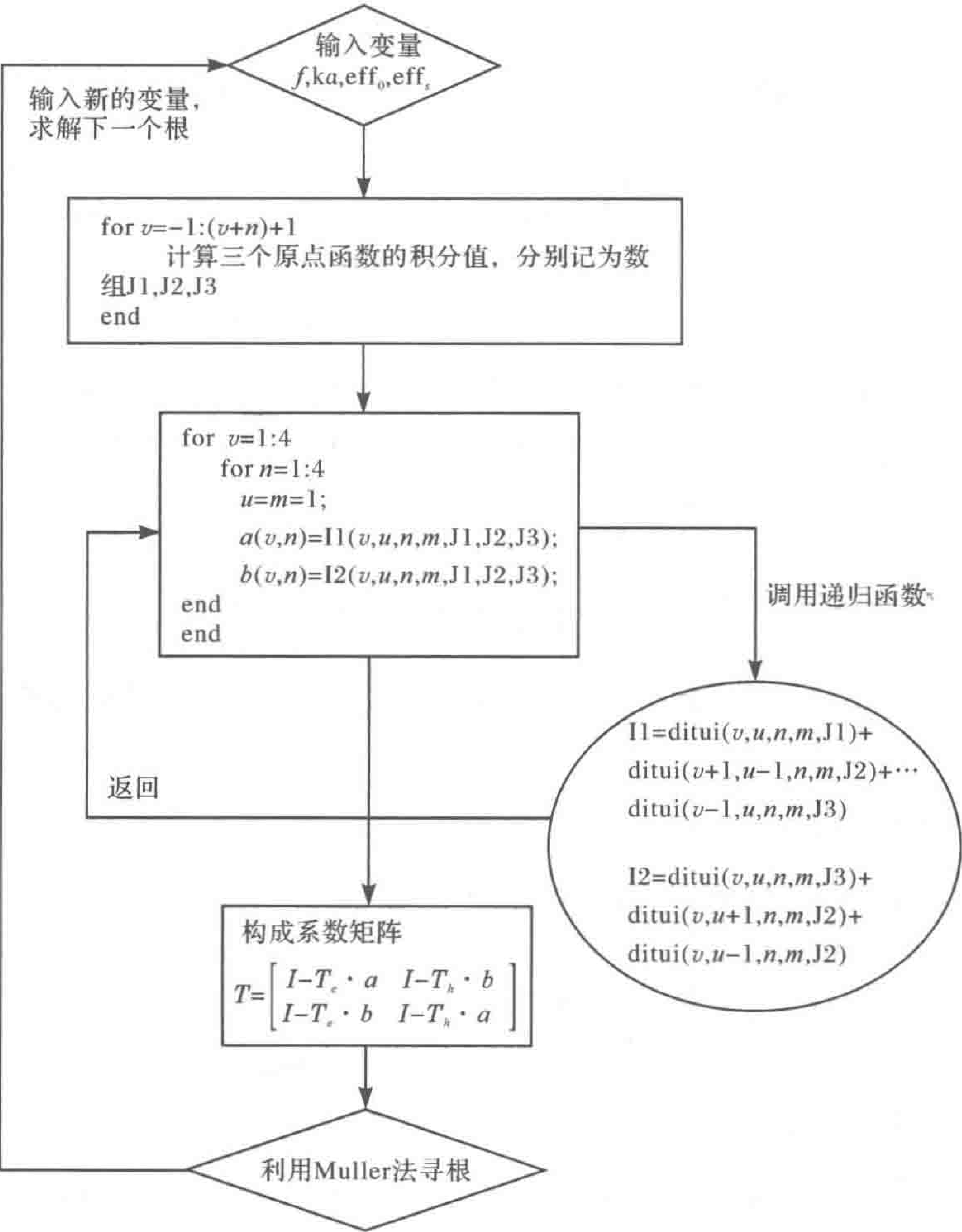
表 6.1 $n=1, v=1\to4$ 时，优化递推算法与一般算法对比

v	1	2	3	4
一般递推算法	248	318	565	70.65
优化递推算法	56	28	3.57	4.79

表 6.2 $n=2, v=1\to4$ 时，优化递推算法与一般算法对比

v	1	2	3	4
一般递推算法	50.01	68.43	107.35	145.73
优化递推算法	3.68	4.94	6.37	8.49

可以看出，随着 n 增大，优化后的递推算法的优势将会更加明显。图 6.4 就是优化后递推算法的程序框图[1]。



$$T=\begin{bmatrix} I-T_e\cdot a & I-T_h\cdot b \\ I-T_e\cdot b & I-T_h\cdot a \end{bmatrix}$$

图 6.4 优化递推算法程序框图

4. 原点函数的积分

本节求解三个原点函数即式(6.79)～(6.81)的积分。与第6.1节不同,本节将问题扩展到无限大空间,以任意粒子为中心看,整个积分空间对它而言是对称的,这对于处理式(6.82)的积分是有重要意义的,扩展后的积分空间如图6.5所示。

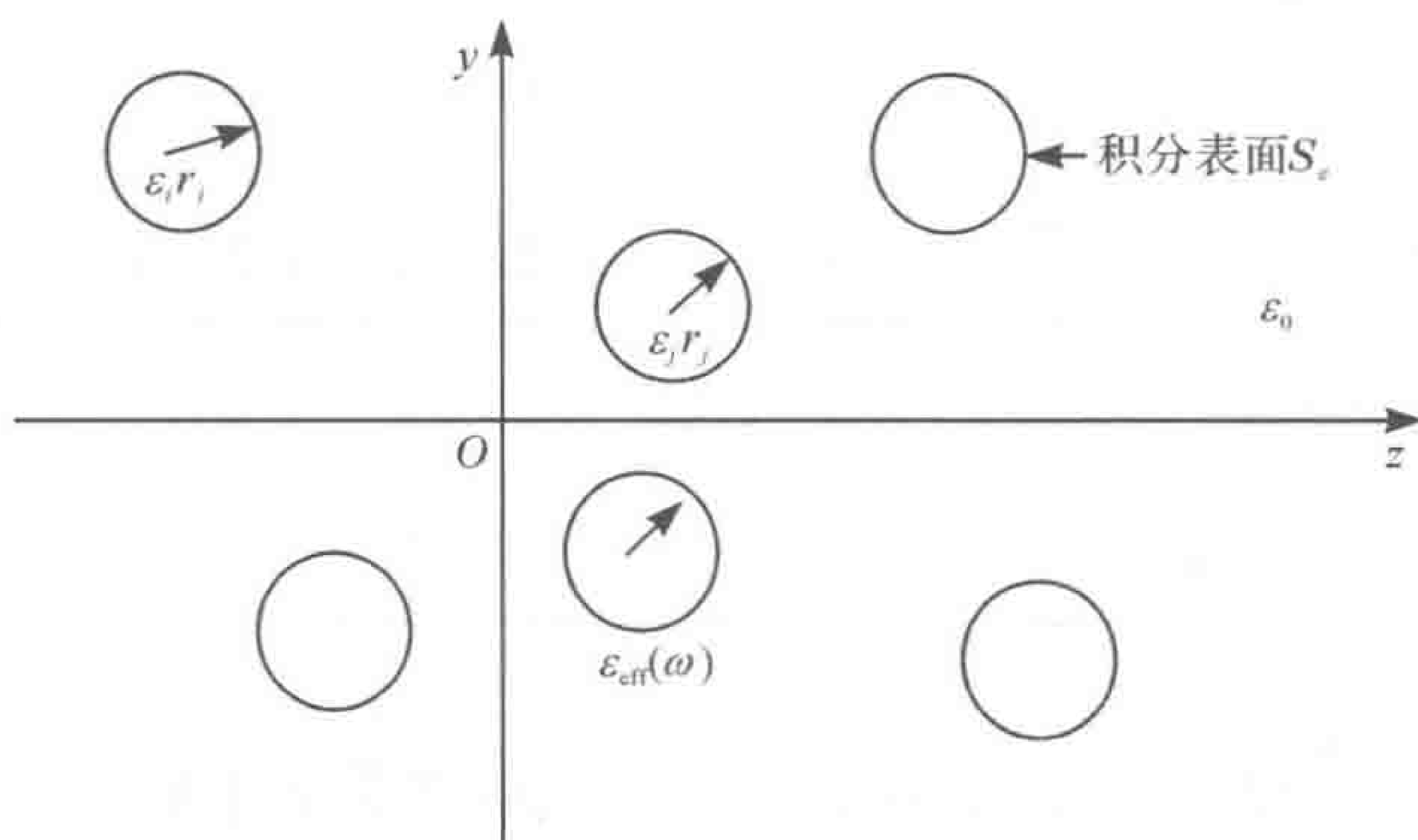


图6.5　积分空间扩展到无限大的情况

这里应该知道关于矢量变换叠加定理的若干特性,上面的式子中的θ''和r''分别可以写成

$$\theta_{r_1r_2}+\theta_{r_2r_1}=\pi \tag{6.84}$$

$$r''=\bar{r}_1-\bar{r}_2 \tag{6.85}$$

$$P_t(\cos\theta_{r_2r_1})=(-1)^t P_t(\cos\theta_{r_1r_2}) \tag{6.86}$$

将式(6.79)～(6.81)中的$r''=\bar{r}_1-\bar{r}_2$变化成$r=\bar{r}_2-\bar{r}_1$,$\theta''=\theta_{r_1r_2}$变化成$\theta=\theta_{r_2r_1}$,而且还有$r\cos\theta=z$,同时令$y_t=P_t(\cos\theta)h_t(kr)$。于是式(6.79)的积分可以写成

$$\begin{aligned}&\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=\int \mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_t(\cos\theta'')+\int \mathrm{d}r_2[g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_t(\cos\theta'')\\&=(-1)^t\int \mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}h_t(kr)P_t(\cos\theta)+(-1)^t\int \mathrm{d}r_2[g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}h_t(kr)P_t(\cos\theta)\end{aligned} \tag{6.87}$$

式(6.80)的积分可以写成

$$\begin{aligned}&k\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r''\cos\theta'' P_t(\cos\theta'')h_t(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)\\&=(-1)^t k\int \mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\cos\theta P_t(\cos\theta)h_t(kr)+(-1)^t k\int \mathrm{d}r_2[g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1]\\&\quad\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\cos\theta P_t(\cos\theta)h_t(kr)\end{aligned} \tag{6.88}$$

式(6.81)的积分可以写成

$$(-1)^{t+1}k\int \mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\sin\theta\frac{\mathrm{d}y_t}{\mathrm{d}\theta}+(-1)^{t+1}k\int \mathrm{d}r_2[g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\sin\theta\frac{\mathrm{d}y_t}{\mathrm{d}\theta} \tag{6.89}$$

先化简式(6.87)的第一项积分[19]为

$$(-1)^{t+1}k\int \mathrm{d}r_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} r\sin\theta \frac{\mathrm{d}y_t}{\mathrm{d}\theta} = (-1)^{t+1}k\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_b^{\infty} r^2\mathrm{d}r\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} r\sin^2\theta\frac{\mathrm{d}y_t}{\mathrm{d}\theta}$$

$$=(-1)^{t+1}k\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_b^{\infty}r^2\mathrm{d}r\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\ \sin^2\theta\mathrm{d}y_t \tag{6.90}$$

利用分步积分法(积分空间是对称的,才可以这么做)得

$$\int_0^{\pi} r\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\sin^2\theta\mathrm{d}y_t = ry_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\sin^2\theta\mid_0^{\pi} - \int_0^{\pi} ry_t\mathrm{d}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\sin^2\theta$$

$$=-\int_0^{\pi}y_t(-\mathrm{j}Kr^2\sin^3\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}+2r\sin\theta\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz})\mathrm{d}\theta \tag{6.91}$$

提取一个 $\sin\theta$,由于式(6.88)的两项积分可以采用相同的方法,所以式(6.88)可以写成

$$(-1)^t k\int\mathrm{d}r_2[2y_t z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} - \mathrm{j}Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t + \mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t]$$

$$+(-1)^t k\int\mathrm{d}r_2[g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1][2y_t z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} - \mathrm{j}Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t + \mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t] \tag{6.92}$$

首先考虑式(6.87)、式(6.88)和式(6.92)积分的第一项:

$$(-1)^t\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t \tag{6.93}$$

$$(-1)^t k\int\mathrm{d}r_2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t \tag{6.94}$$

$$(-1)^t k\int\mathrm{d}r_2[2y_t z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} - \mathrm{j}Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t + \mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t] \tag{6.95}$$

对于它们积分的第二项,可以通过数值积分求得,这个放到后面讨论。

已经知道[2]

$$\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t = 4\pi\mathrm{j}^t L_t(k,K\mid b) \tag{6.96}$$

式中

$$L_t(k,K\mid b) = -\frac{b^2}{K^2-k^2}[kh_t{}'(kb)j_t(Kb) - Kh_t(kb)j_t{}'(Kb)] \tag{6.97}$$

所以

$$\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t = -4\pi\mathrm{j}^t\frac{b^2}{K^2-k^2}[kh_t{}'(kb)j_t(Kb) - Kh_t(kb)j_t{}'(Kb)] \tag{6.98}$$

为了给后面的数值模型作准备,需要将 kb, Kb 写成一个变量,所以式(6.98)改写成

$$\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t = -4\pi\mathrm{j}^t\frac{b}{K^2-k^2}[kbh'_t(kb)j_t(Kb) - Kbh_t(kb)j'_t(Kb)] \tag{6.99}$$

令

$$L_{tph}(kb,Kb) = kbh'_t(kb)j_t(Kb) - Kbh_t(kb)j'_t(Kb) \tag{6.100}$$

于是式(6.99)可以写成

$$\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t = -4\pi\mathrm{j}^t\frac{b}{K^2-k^2}\cdot L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.101}$$

于是式(6.93)的积分可以写成

$$(-1)^t\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t = -4\pi(-\mathrm{j})^t\frac{b}{K^2-k^2}\cdot L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.102}$$

对于式(6.94)的积分,先计算 $\int\mathrm{d}r_2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t$,利用性质

$$\nabla^2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial r\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial r\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}}{\partial\theta}) \tag{6.103}$$

式中

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial r\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}}{\partial r})\\
&= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}[r^2(\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} + \mathrm{j}Kr\cos^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta})]\\
&= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}[r^2\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} + \mathrm{j}Kr^3\cos^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}]\\
&= \frac{1}{r^2}[2r\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} + \mathrm{j}Kr^2\cos^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} + 3\mathrm{j}Kr^2\cos^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} - K^2r^3\cos^3\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}]\\
&= \left[\frac{2}{r}\cos\theta + 4\mathrm{j}K\cos^2\theta - K^2r\cos^3\theta\right]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}
\end{aligned} \tag{6.104}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial r\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}}{\partial\theta}\right)\\
&= \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}[\sin\theta(-r\sin\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} - \mathrm{j}Kr^2\cos\theta\sin\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta})]\\
&= \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}[-r\sin^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} - \mathrm{j}Kr^2\cos\theta\sin^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}]\\
&= \frac{1}{r^2\sin\theta}[-2r\sin\theta\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} + \mathrm{j}Kr^2\sin^3\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\\
&\quad + \mathrm{j}Kr^2\sin^3\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} - 2\mathrm{j}Kr^2\sin\theta\cos^2\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} - K^2r^3\cos\theta\sin^3\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}]\\
&= [-\frac{2}{r}\cos\theta + 2\mathrm{j}K\sin^2\theta - 2\mathrm{j}K\cos^2\theta - K^2r\cos\theta\sin^2\theta]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}
\end{aligned} \tag{6.105}$$

综合式(6.104)和式(6.105)的结果可以得到

$$\nabla^2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr} = 2\mathrm{j}K\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr} - K^2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr} \tag{6.106}$$

所以

$$z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}y_t = \frac{1}{K^2 - k^2}[z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}\nabla^2 y_t - y_t\nabla^2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr} + 2\mathrm{j}Ky_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}] \tag{6.107}$$

根据格林定理可知式(6.107)的积分中 $z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}\nabla^2 y_t - y_t\nabla^2 z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}$ 可以通过在球面上的积分求得,即

$$\int_{S_e}\mathrm{d}S\left[z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}\frac{\partial y_t}{\partial r} - y_t\frac{\partial z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr}}{\partial r}\right]_{r=b} \tag{6.108}$$

式(6.107)可以展开成

$$\begin{aligned}
&\int_{S_e}\mathrm{d}S[kr\cos\theta h'_t(kr)P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} - h_t(kr)P_t(\cos\theta)\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\\
&- \mathrm{j}Kr\cos^2\theta h_t(kr)P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}]_{r=b}
\end{aligned} \tag{6.109}$$

继续将式(6.109)展开为

$$\begin{aligned}
&\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2[krh'_t(kr)P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos\theta\sin\theta]_{r=b}\\
&-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2[h_t(kr)P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos\theta\sin\theta]_{r=b}
\end{aligned}$$

$$-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2\left[\mathrm{j}krh_t(kr)P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos\theta\sin\theta\right]_{r=b} \tag{6.110}$$

继续化简为

$$\begin{aligned}&2\pi kb^3h_t'(kb)\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\\&-2\pi b^2h_t(kb)\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\\&-2\pi\mathrm{j}Kb^3h_t(kb)\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\end{aligned} \tag{6.111}$$

利用性质

$$A_tj_t(Kr)=\frac{2t+1}{2}\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{6.112}$$

式中，$A_t=(2t+1)\mathrm{j}^t$，$j_t(Kr)$ 是一阶球汉克函数。式(6.112)可以化简为

$$2\mathrm{j}^tj_t(Kr)=\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{6.113}$$

分别对式(6.113)两边求关于 r 的一阶导和二阶导,可以得到

$$2\mathrm{j}^{t-1}j_t'(Kr)=\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{6.114}$$

$$2\mathrm{j}^{t-2}j_t''(Kr)=\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{6.115}$$

将式(6.114)、式(6.115)代入式(6.111)可以得到

$$4\pi\mathrm{j}^{t-1}kb^3h_t'(kb)j'(Kb)-4\pi b^2\mathrm{j}^{t-1}h_t(kb)j'(Kb)-4\pi\mathrm{j}^{t-1}Kb^3h_t(kb)j_t''(Kb) \tag{6.116}$$

于是可以得到

$$\begin{aligned}\int\mathrm{d}r_2z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t&=\frac{1}{K^2-k^2}\int\mathrm{d}r_2\left(z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\nabla^2y_t-y_t\nabla^2z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}+2\mathrm{j}Ky_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\right)\\&=4\pi\mathrm{j}^{t-1}\frac{-b^2}{K^2-k^2}\left[kbh_t'(kb)j'(Kb)-h_t(kb)j'(Kb)-Kbh_t(kb)j''_t(Kb)\right]+\frac{2\mathrm{j}K}{K^2-k^2}\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t\end{aligned} \tag{6.117}$$

令

$$L_{tphrc}(kb,Kb)=kbh_t'(kb)j'(Kb)-h_t(kb)j'(Kb)-Kbh_t(kb)j''_t(Kb) \tag{6.118}$$

式(6.117)可以化简为

$$\int\mathrm{d}r_2z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t=4\pi\mathrm{j}^{t-1}\frac{-b^2}{K^2-k^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{2\mathrm{j}K}{K^2-k^2}\int\mathrm{d}r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t \tag{6.119}$$

将式(6.101)代入该式,可以得到

$$\int\mathrm{d}r_2z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t=4\pi\mathrm{j}^{t-1}\frac{-b^2}{K^2-k^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{-8\pi\mathrm{j}^{t+1}Kb}{(K^2-k^2)^2}\cdot L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.120}$$

将式(6.120)代入式(6.94)可知

$$(-1)^tk\int\mathrm{d}r_2z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t=4\pi(-\mathrm{j})^{t-1}\frac{kb^2}{K^2-k^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{8\pi(-\mathrm{j})^{t+1}Kkb}{(K^2-k^2)^2}\cdot L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.121}$$

关于式(6.95)的积分 $(-1)^tk\int\mathrm{d}r_2\left[2y_tz\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}-\mathrm{j}Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t+\mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t\right]$，首先计算

$$\int \mathrm{d}r_2 [2y_t z \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} - \mathrm{j}Kr^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} y_t + \mathrm{j}Kz^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} y_t] \tag{6.122}$$

关于式(6.122)积分的第一项 $\int \mathrm{d}r_2 2y_t z \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}$,利用式(6.120),可以写成

$$\int \mathrm{d}r_2 2y_t z \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} = 8\pi \mathrm{j}^{t-1} \frac{-b^2}{K^2-k^2} L_{tphrc} + \frac{-16\pi \mathrm{j}^{t+1} Kb}{(K^2-k^2)^2} L_{tph}(kb, Kb) \tag{6.123}$$

关于式(6.122)的第二项积分

$$\int \mathrm{d}r_2 (-\mathrm{j}Kr^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} y_t) = -\mathrm{j}K \int \mathrm{d}r_2 r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} y_t \tag{6.124}$$

利用性质

$$\nabla^2 r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}}{\partial r}\right) + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}}{\partial\theta}\right) \tag{6.125}$$

式中[11]

$$\begin{aligned}
\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}}{\partial r}\right) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\left(2r\mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} + \mathrm{j}Kr^2 \cos\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}\right)\right] \\
&= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(2r^3 \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} + \mathrm{j}Kr^4 \cos\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}) \\
&= \frac{1}{r^2}(6r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} + 2\mathrm{j}Kr^3 \cos\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} + 4\mathrm{j}Kr^3 \cos\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} - K^2 r^4 \cos^2\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}) \\
&\bullet (6 + 6\mathrm{j}Kr\cos\theta - K^2 r^2 \cos^2\theta) \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}
\end{aligned} \tag{6.126}$$

而

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}}{\partial\theta}\right) \\
&= \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}[\sin\theta(-\mathrm{j}Kr\sin\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta})] \\
&= \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}[-\mathrm{j}Kr\sin^2\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}] \\
&= \frac{1}{\sin\theta}\left(-2\mathrm{j}Kr\sin\theta\cos\theta \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} - K^2 r^2 \sin^3\theta\right) \\
&= (-2\mathrm{j}Kr\cos\theta - K^2 r^2 \sin^2\theta) \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} \\
&= (-2\mathrm{j}Kz - K^2 z^2) \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta}
\end{aligned} \tag{6.127}$$

综合式(6.126)和式(6.127),可以得到

$$\nabla^2 r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} = (6 + 4\mathrm{j}Kz - K^2 r^2) \mathrm{e}^{\mathrm{j}rK\cos\theta} \tag{6.128}$$

所以式(6.128)可以写成

$$\int \mathrm{d}r_2 (-\mathrm{j}Kr^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} y_t) = \frac{-\mathrm{j}K}{K^2-k^2} \int \mathrm{d}r_2 [r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} \nabla^2 y_t - y_t \nabla^2 (r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}) + 6y_t \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} + 4\mathrm{j}Kzy_t \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}] \tag{6.129}$$

首先考虑积分

$$\int \mathrm{d}r_2 [r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} \nabla^2 y_t - y_t \nabla^2 (r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz})] \tag{6.130}$$

根据格林定理可以知式(6.130)的积分可以写成面积分

$$\int_{S_e} \mathrm{d}S \left[r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz} \frac{\partial y_1}{\partial r} - y_1 \frac{\partial (r^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz})}{\partial r}\right]_{r=b}$$

$$=\int_{S_e}\mathrm{d}S[Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz\cos\theta}P_t(\cos\theta)h_t'(kr)-2rP_t(\cos\theta)h_t(ke)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}-\mathrm{j}kr^2\cos\theta P_t(\cos\theta)h_t(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}]_{r=b} \tag{6.131}$$

式(6.131)可以展开成

$$\begin{aligned}&\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2[kr^2h_t'(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\sin\theta]_{r=b}\\&-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2[2rh_t(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\sin\theta]_{r=b}\\&-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2[jkr^2h_t'(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta]_{r=b}\end{aligned} \tag{6.132}$$

继续化简为

$$\begin{aligned}&2\pi kb^4h_t'(kb)\left[\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}\\&-4\pi b^3h_t(kb)\left[\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}\\&-2\pi\mathrm{j}Kb^4h_t(kb)\left[\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_t(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}\end{aligned} \tag{6.133}$$

根据式(6.113)～(6.115)可以得到最后的结果

$$4\ \pi\mathrm{j}^tkb^4h_t'(kb)j_t(Kb)-8\ \pi\mathrm{j}^tb^3h_t(kb)j_t'(Kb)-4\ \pi\mathrm{j}^tKb^4h_t(kb)j''_t(Kb) \tag{6.134}$$

令

$$L_{tphrcs1}(kb,Kb)=kbh_t'(kb)j_t(Kb)-2h_t(kb)j_t'(Kb)-Kbh_t(kb)j''_t(Kb) \tag{6.135}$$

于是

$$\int\mathrm{d}r_2[r^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\ \nabla^2y_t-y_t\ \nabla^2(r^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz})]=-4\ \pi\mathrm{j}^tb^3L_{tphrcs1} \tag{6.136}$$

接着考虑积分 $\int\mathrm{d}r_2 6y_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}$，根据式(6.101)，可以得到

$$\int\mathrm{d}r_2 6y_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}=-4\ \pi\mathrm{j}^t\frac{6b}{K^2-k^2}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.137}$$

接着考虑积分 $\int\mathrm{d}r_2 4\mathrm{j}Kzy_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}$，根据式(6.120)，可得

$$\int\mathrm{d}r_2 4\mathrm{j}Kzy_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}=16\ \pi\mathrm{j}^t\frac{-Kb^2}{K^2-k^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{-32\ \pi\mathrm{j}^{t+2}K^2b}{(K^2-k^2)^2}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.138}$$

将式(6.136)～(6.138)代入式(6.129)，可以得到

$$\begin{aligned}&\int\mathrm{d}r_2(-\mathrm{j}Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t)\\&=\frac{4\ \pi\mathrm{j}^{t+1}Kb^3}{K^2-k^2}\times L_{tphrcs1}+\frac{24\ \pi\mathrm{j}^{t+1}Kb}{(K^2-k^2)^2}L_{tph}(kb,Kb)\\&\quad+\frac{16\ \pi\mathrm{j}^{t+1}\ (Kb)^2}{(K^2-k^2)^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{-32\ \pi\mathrm{j}^{t+1}K^3b}{(K^2-k^2)^3}L_{tph}(kb,Kb)\end{aligned} \tag{6.139}$$

关于式(6.124)的第三项积分

$$\int\mathrm{d}r_2\mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t=\mathrm{j}K\int\mathrm{d}r_2z^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t \tag{6.140}$$

关于积分 $\int dr_2 z^2 e^{jKz} y_t$,可以利用性质

$$\nabla^2 z^2 e^{jKz} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial r^2\ \cos^2\theta e^{jKz\cos\theta}}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial r^2\ \cos^2\theta e^{jKz\cos\theta}}{\partial\theta}\right) \tag{6.141}$$

式(6.141)的第一项可以写成

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial r^2\cos^2\theta e^{jKr\cos\theta}}{\partial r}\right)\\
&=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}[r^2(2r\cos^2\theta e^{jKr\cos\theta}+jKr^2\cos^3\theta e^{jKr\cos\theta})]\\
&=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}[2r^3\cos^2\theta e^{jKr\cos\theta}+jKr^4\cos^3\theta e^{jKr\cos\theta}]\\
&=\frac{1}{r^2}[6r^2\cos^2\theta e^{jKr\cos\theta}+2jKr^3\cos^3\theta e^{jKr\cos\theta}+4jKr^3\cos^3\theta e^{jKr\cos\theta}-K^2r^4\cos^4\theta e^{jKr\cos\theta}]\\
&=(6\cos^2\theta+6jKr\cos^3\theta-K^2r^2\cos^4\theta)e^{jKr\cos\theta}
\end{aligned} \tag{6.142}$$

第二项可以写成

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\cos^2\theta e^{jKr\cos\theta}}{\partial\theta}\right)\\
&=\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}[\sin\theta(-2\cos\theta\sin\theta e^{jKr\cos\theta}-jKr\cos^2\theta\sin\theta e^{jKr\cos\theta})]\\
&=\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}[-2\cos\theta\sin^2\theta e^{jKr\cos\theta}-jKr\cos^2\theta\sin^2\theta e^{jKr\cos\theta}]\\
&=\frac{1}{\sin\theta}[2\sin^3\theta e^{jKr\cos\theta}-4\cos^2\theta\sin\theta e^{jKr\cos\theta}+2jKr\cos\theta\sin^3\theta\\
&\quad+2jKr\cos\theta\sin^3\theta e^{jKr\cos\theta}-2jKr\cos^3\theta\sin\theta e^{jKr\cos\theta}-K^2r^2\cos^2\theta\sin^3\theta e^{jKr\cos\theta}]\\
&=[2\sin^2\theta-4\cos^2\theta+4jKr\cos\theta\sin^2\theta-2jKr\cos^3\theta-K^2r^2\cos^2\theta\sin^2\theta]e^{jKr\cos\theta}
\end{aligned} \tag{6.143}$$

将式(6.142)和式(6.143)相加就得到了最后的结果

$$\nabla^2 z^2 e^{jKz} = (2+4jKz-K^2z^2)e^{jKz} \tag{6.144}$$

$$jKz^2e^{jKz}y_t=\frac{jK}{K^2-k^2}[z^2e^{jKz}\ \nabla^2y_t-y_t\ \nabla^2z^2e^{jKz}+2y_te^{jKz}+4jKze^{jKz}y_t] \tag{6.145}$$

首先考虑积分

$$\int dr_2[z^2e^{jKz}\ \nabla^2y_t-y_t\ \nabla^2(z^2e^{jKz})] \tag{6.146}$$

根据格林定理可以写出

$$\int_{S_e}dS\,[kr^2e^{jKr\cos\theta}h_t'(kr)P_t(\cos\theta)\cos^2\theta-y_t(2r\cos^2\theta e^{jKr\cos\theta}+jKr^2\cos^3\theta e^{jKr\cos\theta})]_{r=b} \tag{6.147}$$

继续化简为

$$\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}d\theta b^2[kr^2h_t'(kr)P_t(\cos\theta)e^{jkr\cos\theta}\cos^2\theta\sin\theta]_{r=b}$$

$$-\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}d\theta b^2[2rh_t(kr)P_t(\cos\theta)e^{jKr\cos\theta}\cos^2\theta\sin\theta]_{r=b}$$

$$-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta b^2[\mathrm{j}Kr^2h_t(kr)P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos^3\theta\sin\theta]_{r=b} \tag{6.148}$$

可以进一步化简为

$$\begin{aligned}&2\pi kb^4h_t'(kb)\left[\int_0^{\pi}P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}\\&-4\pi b^3h_t(kb)\left[\int_0^{\pi}P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}\\&-2\pi\mathrm{j}Kb^4h_t(kb)\left[\int_0^{\pi}P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos^3\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}\end{aligned} \tag{6.149}$$

利用

$$2\mathrm{j}^{t-3}j'''_t(Kr)=\int_0^{\pi}P_t(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}\cos^3\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{6.150}$$

可以得到

$$4\pi\mathrm{j}^{t-2}kb^4h_t'(kb)j''_t(Kb)-8\pi\mathrm{j}^{t-2}b^3h_t(kb)j''_t(Kb)-4\pi\mathrm{j}^{t-2}Kb^4h_t(kb)j'''_t(Kb) \tag{6.151}$$

令

$$L_{tphrcs2}(kb,Kb)=kbh_t'(kb)j''_t(Kb)-2h_t(kb)j''_t(Kb)-Kbh_t(kb)j'''_t(Kb) \tag{6.152}$$

所以

$$\int\mathrm{d}r_2[z^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}\nabla^2y_t-y_t\nabla^2(z^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz})]=-4\pi\mathrm{j}^{t-2}b^3L_{tphrcs2}(kb,Kb) \tag{6.153}$$

接着考虑积分$\int\mathrm{d}r_2 2y_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}$，根据式(6.101)，可以得到

$$\int\mathrm{d}r_2 2y_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}=-4\pi\mathrm{j}^t\frac{2b}{K^2-k^2}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.154}$$

再考虑积分$\int\mathrm{d}r_2 4\mathrm{j}Kzy_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}$，根据式(6.120)，可得

$$\int\mathrm{d}r_2 4\mathrm{j}Kzy_t\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}=16\pi\mathrm{j}^t\frac{-Kb^2}{K^2-k^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{-32\pi\mathrm{j}^{t+2}K^2b}{(K^2-k^2)^2}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.155}$$

于是得到

$$\begin{aligned}\int\mathrm{d}r_2\mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t=&\frac{4\pi\mathrm{j}^{t+1}Kb^3}{K^2-k^2}L_{tphrcs2}(kb,Kb)+\frac{-8\pi\mathrm{j}^{t+1}Kb}{(K^2-k^2)^2}L_{tph}(kb,Kb)\\&+\frac{-16\pi\mathrm{j}^{t+1}(Kb)^2}{(K^2-k^2)^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{32\pi\mathrm{j}^{t+1}K^3b}{(K^2-k^2)^3}L_{tph}(kb,Kb)\end{aligned} \tag{6.156}$$

可以得到式(6.95)的积分

$$\begin{aligned}&(-1)^tk\int\mathrm{d}r_2[2y_tz\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}-\mathrm{j}Kr^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t+\mathrm{j}Kz^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_t]\\&=\frac{4\pi(-\mathrm{j})^t\mathrm{j}Kkb^3}{K^2-k^2}L_{tphrcs1}+\frac{24\pi(-\mathrm{j})^t\mathrm{j}Kkb}{(K^2-k^2)^2}L_{tph}(kb,Kb)\\&\quad+\frac{16\pi(-\mathrm{j})^t\mathrm{j}k(Kb)^2}{(K^2-k^2)^2}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{32\pi(-\mathrm{j})^{t+1}K^3kb}{(K^2-k^2)^3}L_{tph}(kb,Kb)\end{aligned}$$

$$+\frac{4\pi(-\mathrm{j})^{t}\mathrm{j}Kkb^{3}}{K^{2}-k^{2}}L_{tphrcs2}(kb,Kb)+\frac{8\pi(-\mathrm{j})^{t+1}Kkb}{(K^{2}-k^{2})^{2}}L_{tph}(kb,Kb)$$
$$+\frac{16\pi(-\mathrm{j})^{t+1}k\,(Kb)^{2}}{(K^{2}-k^{2})^{2}}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{32\pi(-\mathrm{j})^{t}\mathrm{j}K^{3}kb}{(K^{2}-k^{2})^{3}}L_{tph}(kb,Kb)$$
$$+8\pi(-\mathrm{j})^{t-1}\frac{kb^{2}}{K^{2}-k^{2}}L_{tphrc}+\frac{16\pi(-\mathrm{j})^{t+1}Kkb}{(K^{2}-k^{2})^{2}}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.157}$$

为了更清楚地说明问题,将式(6.93)和式(6.94)的结果也重新写出

$$(-1)^{t}\int \mathrm{d}r_{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_{t}=-4\pi(-\mathrm{j})^{t}\frac{b}{K^{2}-k^{2}}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.158}$$

$$(-1)^{t}k\int \mathrm{d}r_{2}z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_{t}=4\pi(-\mathrm{j})^{t-1}\frac{kb^{2}}{K^{2}-k^{2}}L_{tphrc}(kb,Kb)+\frac{8\pi(-\mathrm{j})^{t+1}Kkb}{(K^{2}-k^{2})^{2}}L_{tph}(kb,Kb) \tag{6.159}$$

下面给出式(6.87)、式(6.88)和式(6.92)积分的第二项

$$(-1)^{t}\int \mathrm{d}r_{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}h_{t}(kr)P_{t}(\cos\theta) \tag{6.160}$$

$$(-1)^{t}k\int \mathrm{d}r_{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\cos\theta P_{t}(\cos\theta)h_{t}(kr) \tag{6.161}$$

$$(-1)^{t}k\int \mathrm{d}r_{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1][2y_{t}z\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}-\mathrm{j}Kr^{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_{t}+\mathrm{j}Kz^{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}y_{t}] \tag{6.162}$$

式(6.160)可以展开成

$$(-1)^{t}\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]\int_{0}^{\pi}h_{t}(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_{t}(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta$$
$$=(-1)^{t}4\pi\mathrm{j}^{t}\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]h_{t}(kr)j_{t}(Kr)$$
$$=4\pi(-\mathrm{j})^{t}\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]h_{t}(kr)j_{t}(Kr) \tag{6.163}$$

式(6.161)可以写成

$$(-1)^{t}k\int \mathrm{d}r_{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kz}r\cos\theta P_{t}(\cos\theta)h_{t}(kr)$$
$$=(-1)^{t}k\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]\int_{0}^{\pi}\mathrm{d}\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}r\cos\theta P_{t}(\cos\theta)h_{t}(kr)\sin\theta$$
$$=(-1)^{t}2\pi k\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{3}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]h_{t}(kr)\int_{0}^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_{t}(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta$$
$$=(-1)^{t}4\pi k\mathrm{j}^{t-1}\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{3}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]h_{t}(kr)j_{t}{}'(Kr) \tag{6.164}$$

式(6.162)可以写成

$$(-1)^{t}k\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{2}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]\int_{0}^{\pi}\mathrm{d}\theta[2h_{t}(kr)P_{t}(\cos\theta)r\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}$$
$$-\mathrm{j}Kr^{2}h_{t}(kr)P_{t}(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}+\mathrm{j}Kr^{2}\cos^{2}\theta h_{t}(kr)P_{t}(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}]\sin\theta \tag{6.165}$$

继续展开为

$$(-1)^{t}k4\pi\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{3}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]h_{t}(kr)\int_{0}^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_{t}(\cos\theta)\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta$$
$$-(-1)^{t}k2\pi\mathrm{j}K\int_{b}^{\infty}\mathrm{d}rr^{4}[g(\bar{r}_{2}-\bar{r}_{1})-1]h_{t}(kr)\int_{0}^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta}P_{t}(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$+(-1)^t k 2\pi \mathrm{j} K \int_b^\infty \mathrm{d}r r^4 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) \int_0^\pi \mathrm{e}^{\mathrm{j}Kr\cos\theta} P_t(\cos\theta)\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta \quad (6.166)$$

得到最后的结果为

$$\begin{aligned} &8\pi k(-1)^t \mathrm{j}^{t-1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^3 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t{}'(Kr) \\ &-4\pi Kk(-1)^t \mathrm{j}^{t+1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^4 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t(Kr) \\ &+4\pi Kk(-1)^t \mathrm{j}^{t-1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^4 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t{}''(Kr) \end{aligned} \quad (6.167)$$

令

$$M_t(k,b \mid K) = 4\pi(-\mathrm{j})^t \int_b^\infty \mathrm{d}r r^2 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t(Kr) \quad (6.168)$$

$$M_{tphrc}(k,b \mid K) = (-1)^t 4\pi k \mathrm{j}^{t-1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^3 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t'(Kr) \quad (6.169)$$

$$\begin{aligned} M_{tphrsd}(k,b \mid K) = &8\pi k(-1)^t \mathrm{j}^{t-1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^3 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t'(Kr) \\ &-4\pi Kk(-1)^t \mathrm{j}^{t+1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^4 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t(Kr) \\ &+4\pi Kk(-1)^t \mathrm{j}^{t-1} \int_b^\infty \mathrm{d}r r^4 [g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1] h_t(kr) j_t''(Kr) \end{aligned} \quad (6.170)$$

这里给出了用递推算法求得的曲线与文献[21]的曲线的比较，可以知道两种方法的计算结果差别不大，由此证明递推算法应用到随机介质的理论中是成功的。递推算法的数值结果详见文献[1]。

多散射理论是处理随机介质问题的有效方法，凡是考虑多个粒子相互作用的问题，都必须应用矢量加法定理，那么量子力学的 $3j$ 符号的计算问题就必须得到解决，由于这个符号的定义与算法都十分复杂，于是提出利用递推算法来进行矢量波函数的计算，避免了 Wigner $3j$ 符号的计算，这是一种简单的代数运算，而在实际的应用中，需要做的往往是转换系数的积分、微分等运算，所以将递推算法应用到随机介质的问题时，通过考察二者是否契合从而证明递推算法具有更广的普适性。这不仅对于随机介质问题而言是一种创新，而且对于处理一般的多体散射问题也有实用上的参考价值。

参考文献

[1] 姚军烈. 计算含随机离散散射体介质的等效介电常. 杭州：杭州电子科技大学硕士学位论文，2007.

[2] Kong J A. 微波遥感理论. 王宝发译. 北京：北京航空航天大学出版社，1985：273～280.

[3] 王志良，任伟. 电磁散射理论. 成都：四川科学技术出版社，1994：1～250.

[4] Kong J A. 电磁波理论(下). 北京：高等教育出版社，2002：89～97.

[5] Sihyvola A H. Self-consistency aspects of dielectric mixing theories. IEEE Transactions on Geoscience and remote science，1989，27(4)：403～415.

[6] Johnson D D，Nicholson D M. Total-energy and pressure calculations for random substitutional alloys. Physics Review B，1990，4(14)：9701～9716.

[7] Davis V A,Schwartz L. Electromagnetic propagation in close packed dsiordered suspensions. Physics Review B,1985,31(8):5155～5165.

[8] 任伟,赵家升. 电磁场与微波技术. 北京:电子工业出版社,2005:201～222.

[9] 严蔚敏,吴伟民. 数据结构(C语言). 北京:清华大学出版社,1999:102～124.

[10] Chew W C, Wang Y M. Efficient ways to compute the vector addition theorem. Journal of Electromagnetic Waves and Applications,1993,7(5):651～665.

[11] Ding K H. Electromagnetic Wave Propagation and Scattering in Dense Media. Washington: University of Washington,1989.

[12] Ren W. Bi-isotropic layered mixtures. Progress in Electr-Omagnetic Research,1994:103～116.

[13] Waterman P C. Multiple scattering of waves. Journal of Mathematical Physics,1963,2(4):82～107.

[14] 方起勤. 复变函数教程. 北京:北京大学出版社,2003:223～227.

[15] 傅君眉,冯恩信. 高等电磁理论. 西安:西安交通大学出版社,1997:130～147.

[16] Chew W C. Recurrence relations for three-dimensional scalar addition. Theorem Journal of Electromagnetic Waves and Application,1992,6(2):133～142.

[17] Chew W C. A derivation of the vector addition theorem. Micro Optical Technology Letters,1990,3(7): 256～260.

[18] 梁昆淼. 数学物理方法. 北京:高等教育出版社,2004:231～237.

[19] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论. 北京:北京大学出版社,2000:167～180.

[20] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论. 北京:北京大学出版社,2000:260.

[21] Tsang L,Kong J A. Effective propagation constants for coherent electromagnetic wave propagation in media embedded with dielectric scatters. Journal of Applied physics,1982,53(11):7162～7173.

第七章　随机离散介质球颗粒等效介电常数的计算

本章由任伟和刘松柏同学共同撰写，数值计算部分由刘松柏同学独立完成[1]，任伟定稿。

自然界的物质按照粒子的密度来分[2~6]，颗粒介质通常可以分为稀疏和致密介质两大类。自然界中有很多随机介质如树叶、尘埃、小雨滴等都是稀疏的。然而地球物理介质多为致密介质，它们通常是不同物质的混合体，每一种物质占据一定的体积，该体积与空间整个体积之比称为该物质的占空比。研究稀疏介质和致密介质所用的方法是不同的，对于稀疏介质，由于颗粒位置之间的相关性不强，可以忽略，因而可以用比较简单的近似方法，如有效场近似。另外，由于粒子比较稀疏，介质的等效介电常数也与背景介质的介电常数没有明显的不同。比较而言，致密介质必须考虑颗粒位置的相关性和介质等效介电常数与背景介质明显不同的影响，因而必须采用准晶近似和准晶近似相干位[2~6]。多散射理论是处理随机介质的问题的有效方法，凡是考虑多个粒子相互作用的问题，通常都会应用到矢量加法定理和量子力学的 $3j$ 符号。经典的散射体等效介电常数的计算，都假设波在混合物中是以背景介质的波数传播的，由于事实上波是以混合物的等效波数传播的，那么必须有个前提条件，就是混合物中散射体的占空比不能太大，即不考虑相干波出现的情况。若要考虑相干波出现的情况，一般需要引入非常复杂的计算。事实上，美国麻省理工学院一课题组在 1980 年就推出了基于相干位的谐振区等效介电常数的计算公式，但至今仍然没法付诸计算（这一困难已挑战人类智慧 50 年）。而本章在一种新模型下通过简单的代数变换，自然地引入了相干位的概念，把相干波效应体现在背景介质中，并未增加计算的复杂性[7]。从而创造性地完成了相干位的坐标表象，这是 Twersky 到 Kong 都没有解决的一个难题，很有学术价值。这不仅对于随机介质问题而言是一种创新，对于处理一般的多体散射问题也有参考的价值。

本章一是将相干位应用到成层球；二是通过查阅文献，掌握了处理离散随机介质必须具备的知识，如矢量加法定理的意义及其应用、$3j$ 符号的计算、对分布函数的计算、Muller 法寻根等；三是考虑相干波效应，在无平面波入射的条件下利用相干位法推导色散方程，给出相应的数值结果，并将电尺寸 ka 推广到更大的范围。

7.1　静电学近似

静电学近似[8]是计算介质混合物等效介电常数最简单的一种办法，不需要复杂的推导，只要经过简单的代数运算就可以迅速得到结果，散射体可以是简单的球形，也可以是椭球或者成层球，甚至成层椭球，都已经有了成熟的计算公式，这个优势是其他理论不具备的。

一般的静电学模型为：一个背景介质介电常数为 ε_0，单位体积内含有 n 个散射体，每个散射体的极化率为 α 的混合物。背景介质介电常数 ε_0 不一定要求是自由空间的介电

常数,它可以是任何值,甚至是复数,分析混合物的公式来看,只有相对于散射体的介电常数是有意义的。

混合物的有效介电常数 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$ 可以定义为电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 与平均电场 $\boldsymbol{E}$ 的比率[2~6],即

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_{\mathrm{eff}}\boldsymbol{E} \tag{7.1}$$

电位移矢量与极化强度 $\boldsymbol{P}$ 关系是

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P} \tag{7.2}$$

极化矢量可由散射体的偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 来计算,即极子在极化介质中的密度

$$\boldsymbol{P}=n\boldsymbol{p} \tag{7.3}$$

这里假设所有散射体的偶极矩都是相同的,如果存在不同极化率的,那么总极化矢量将由各个偶极矩的密度和极化率加权后累加或积分求得。

偶极矩与极化率和激励场 $\boldsymbol{E}^e$ 相关,即

$$\boldsymbol{p}=\alpha\boldsymbol{E}^e \tag{7.4}$$

对于球型散射体,激励场可以写成

$$\boldsymbol{E}^e=\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{P}}{3\varepsilon_0} \tag{7.5}$$

等效介电常数可以写成

$$\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_0+3\varepsilon_0\,\frac{n\alpha}{3\varepsilon_0-n\alpha} \tag{7.6}$$

式(7.6)可以写成

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}+2\varepsilon_0}=\frac{n\alpha}{3\varepsilon_0} \tag{7.7}$$

问题是如何计算由散射体引入的偶极矩。这涉及在准静电场下散射体的内部场,并要求解相应的拉普拉斯方程。

值得注意的是,混合物中的散射体不一定要求有同样的大小,或是同样混合物中的散射颗粒,同样不要求有一样的介电常数,例如 N 个散射体有 N 个不同的介电常数,式(7.7)可以写成

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}+2\varepsilon_0}=\sum_{i=1}^{N}\frac{n_i\alpha_i}{3\varepsilon_0} \tag{7.8}$$

该式要求散射体分布均匀且当颗粒与波长可以比拟,即一般适用于低频的情况。

7.2　瑞利混合公式

瑞利散射公式是计算混合物等效介电常数的常用公式。令散射体介电常数为 ε_1,背景介质为 ε_0,散射体所占体积为 f_1,当散射体处于静电场中时,它的极化率与其内外场的比率相关。一个半径为 a_1 的散射体的极化率[2~6]为

$$\alpha=4\pi\varepsilon_0 a_1^3\,\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0} \tag{7.9}$$

因此,根据式(7.7),混合物的等效介电常数可以写成

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}+2\varepsilon_0}=f_1\,\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0} \tag{7.10}$$

这就是所谓瑞利混合公式。在极限条件下，$\varepsilon_{\text{eff}}=\varepsilon_0$，则 $f_1=0$，而 $\varepsilon_{\text{eff}}=\varepsilon_1$，则 $f_1=1$。对于一个好的混合公式来说，这是两个最基本的要求。

7.3　成层球计算公式

由于成层球包含了单层球颗粒的情况，本章就以成层球为算例。

成层球的结构是：最外层为背景介质，介电常数为 ε_0，散射体为 N 层球，从外到内半径分别是 $a_1,a_2,\cdots,a_N$，而每层对应的介电常数分别是 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_N$，如图 7.1 所示。

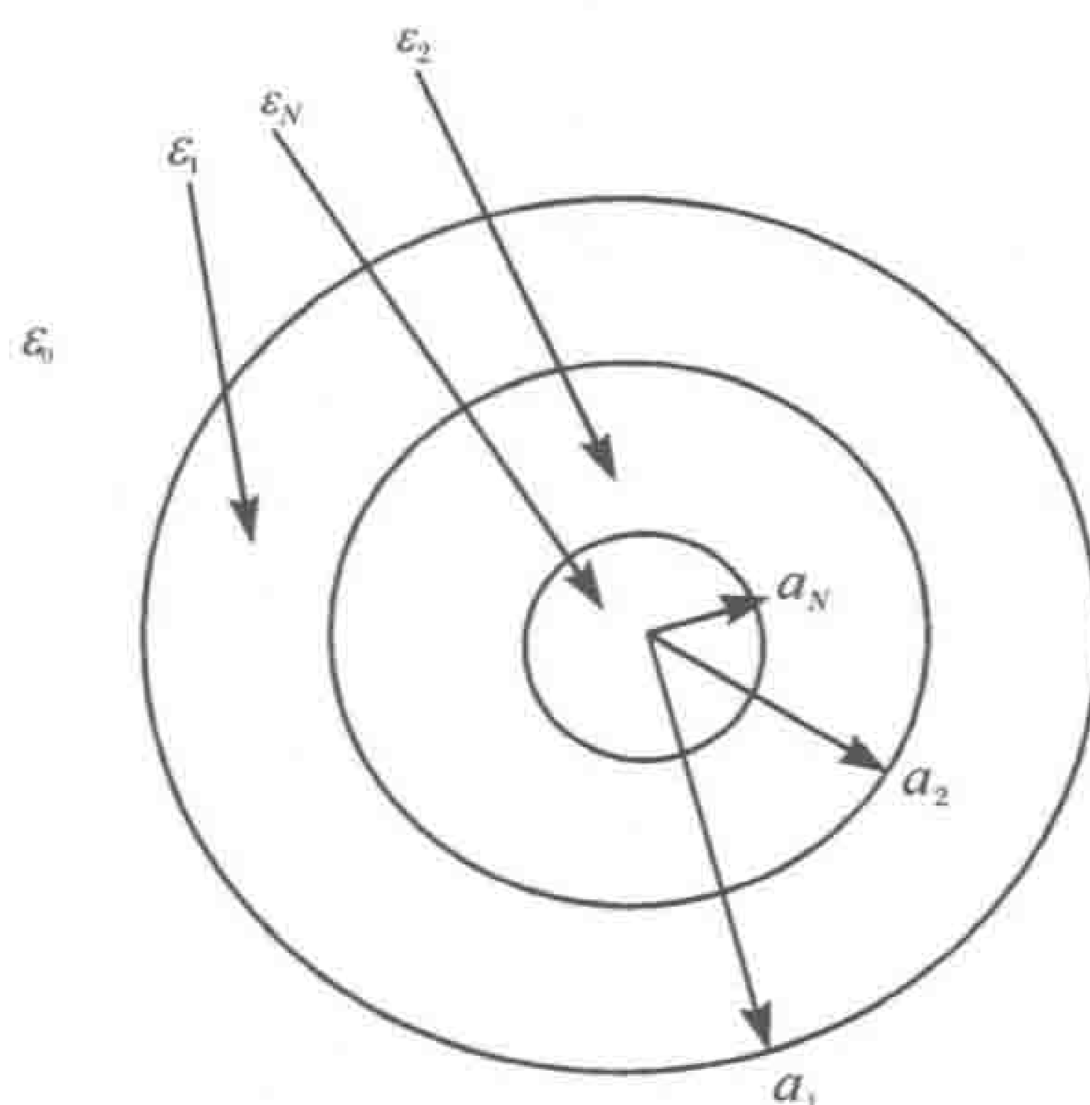


图 7.1　N 层球的示意图

对于这种混合物的等效介电常数的计算，通用的计算公式[9]为

$$\frac{\varepsilon_{\text{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{eff}}+2\varepsilon_0}=\sum_{l=1}^{N} f_l \frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_0)+(2\varepsilon_1+\varepsilon_0)\dfrac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)a_2^3/a_1^3+(2\varepsilon_2+\varepsilon_1)\dfrac{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)a_3^3/a_1^3+\cdots}{(\varepsilon_3+2\varepsilon_2)+\cdots}}{(\varepsilon_2+2\varepsilon_1)+2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\dfrac{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)a_3^3/a_2^3+\cdots}{(\varepsilon_3+2\varepsilon_2)+\cdots}}}{(\varepsilon_1+2\varepsilon_0)+2(\varepsilon_1-\varepsilon_0)\dfrac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)a_2^3/a_1^3+(2\varepsilon_2+\varepsilon_1)\dfrac{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)a_3^3/a_1^3+\cdots}{(\varepsilon_3+2\varepsilon_2)+\cdots}}{(\varepsilon_2+2\varepsilon_1)+2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\dfrac{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)a_3^3/a_2^3+\cdots}{(\varepsilon_3+2\varepsilon_2)+\cdots}}} \tag{7.11}$$

式中，f_l 是每层介质的占空比[10]，f_l 不包含背景介质。

根据式(7.11)，理论上可以计算[11]含任意多层球介质的等效介电常数。

7.4　相干波效应

前面所提及的静电学模型，不管是单层还是任意多层，都有一个共同的假设：波在混合物中是以背景介质的波数为传播常数的，而事实上，电磁波应该是以混合物的等效波数为传播常数的，一般将这种波称为相干波，如果要考虑相干波效应，一般要使用多散射理论，进行复杂的数学推导。

任伟为此提出了相干位模型：假设混合物的等效介电常数为新模型中的背景介质的介电常数，这样一来，在新模型中仍然假设波是以背景介质波数为传播常数的，巧妙地将

相干波效应体现在新的背景介质中[12]。通过预设混合物的等效介电常数为背景介质的介电常数(图 7.2),经过简单的数学变换就引入了相干波的概念,十分具有启发意义[5]。



图 7.2　新模型变换示意图

在新模型里作为背景介质的 ε_{eff} 是原来模型的等效介电常数,背景介质波数就是原来混合物的等效波数,这样就成功地引入相干波的概念。作数学变换[5]

$$\varepsilon_s-\varepsilon=\varepsilon_{\text{scp}}-\varepsilon_{\text{eff}} \tag{7.12}$$

那么在新模型中散射颗粒的介电常数可以写成[5]

$$\varepsilon_{\text{scp}}=\varepsilon_s-\varepsilon+\varepsilon_{\text{eff}} \tag{7.13}$$

根据上面的思路,这里给出一层、二层、三层、四层球在新模型下的计算公式。

一层球计算公式为

$$\frac{\varepsilon_{\text{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{eff}}+2\varepsilon_0}=f_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1-\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}}} \tag{7.14}$$

二层球计算公式为

$$\frac{\varepsilon_{\text{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{eff}}+2\varepsilon_0}=(f_1+f_2)\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_0)(\varepsilon_2-\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})+\dfrac{a_2^3}{a_1^3}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(2\varepsilon_1-2\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})}{(\varepsilon_1-\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})(\varepsilon_2-\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})+2\dfrac{a_2^3}{a_1^3}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\varepsilon_1-\varepsilon_0)} \tag{7.15}$$

三层球的公式为

$$\frac{\varepsilon_{\text{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{eff}}+2\varepsilon_0}=(f_1+f_2+f_3)\frac{A}{B} \tag{7.16}$$

式中

$$\begin{aligned}A=&(\varepsilon_1-\varepsilon_0)(\varepsilon_2-\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})(\varepsilon_3-\varepsilon_2+3\varepsilon_{\text{eff}})+\frac{a_2^3}{a_1^3}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\varepsilon_3-\varepsilon_2+3\varepsilon_{\text{eff}})(2\varepsilon_1-2\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})\\&+\frac{a_3^3}{a_1^3}(\varepsilon_3-\varepsilon_2)(2\varepsilon_2-2\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})(2\varepsilon_1-2\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})+2\frac{a_3^3}{a_2^3}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\varepsilon_3-\varepsilon_2)\end{aligned} \tag{7.17}$$

$$\begin{aligned}B=&(\varepsilon_1-\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})(\varepsilon_2-\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})(\varepsilon_3-\varepsilon_2+3\varepsilon_{\text{eff}})+2\frac{a_2^3}{a_1^3}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\varepsilon_3-\varepsilon_2+3\varepsilon_{\text{eff}})\\&+2\frac{a_3^3}{a_1^3}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)(\varepsilon_3-\varepsilon_2)(2\varepsilon_2-2\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})+2\frac{a_3^3}{a_2^3}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\varepsilon_3-\varepsilon_2)(\varepsilon_1-\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})\end{aligned} \tag{7.18}$$

四层球的计算公式为

$$\frac{\varepsilon_{\text{eff}}-\varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{eff}}+2\varepsilon_0}=(f_1+f_2+f_3+f_4)\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_0)+(2\varepsilon_1-2\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})C}{(\varepsilon_1-\varepsilon_0+3\varepsilon_{\text{eff}})+2(\varepsilon_1-\varepsilon_0)D} \tag{7.19}$$

式中

$$C=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)a_2^3/a_1^3+(2\varepsilon_2-2\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})E}{(\varepsilon_2-\varepsilon_1+3\varepsilon_{\text{eff}})+2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)F} \tag{7.20}$$

$$D=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)a_2^3/a_1^3+(2\varepsilon_2-2\varepsilon_1+3\varepsilon_{\mathrm{eff}})G}{(\varepsilon_2-\varepsilon_1+3\varepsilon_{\mathrm{eff}})+2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)H} \tag{7.21}$$

$$E=G=\frac{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)a_3^3/a_1^3+(2\varepsilon_3-2\varepsilon_2+3\varepsilon_{\mathrm{eff}})\dfrac{(\varepsilon_4-\varepsilon_3)a_4^3/a_1^3}{\varepsilon_4-\varepsilon_3+3\varepsilon_{\mathrm{eff}}}}{(\varepsilon_3-\varepsilon_2+3\varepsilon_{\mathrm{eff}})+2(\varepsilon_3-\varepsilon_2)\dfrac{(\varepsilon_4-\varepsilon_3)a_4^3/a_3^3}{\varepsilon_4-\varepsilon_3+3\varepsilon_{\mathrm{eff}}}} \tag{7.22}$$

$$F=H=\frac{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)a_3^3/a_1^3+(2\varepsilon_3-2\varepsilon_2+3\varepsilon_{\mathrm{eff}})\dfrac{(\varepsilon_4-\varepsilon_3)a_4^3/a_1^3}{\varepsilon_4-\varepsilon_3+3\varepsilon_{\mathrm{eff}}}}{(\varepsilon_3-\varepsilon_2+3\varepsilon_{\mathrm{eff}})+2(\varepsilon_3-\varepsilon_2)\dfrac{(\varepsilon_4-\varepsilon_3)a_4^3/a_3^3}{\varepsilon_4-\varepsilon_3+3\varepsilon_{\mathrm{eff}}}} \tag{7.23}$$

应该将半径的立方比转化成为占空比之比，例如

$$a_4^3/a_1^3 = f_4/(f_1+f_2+f_3+f_4) \tag{7.24}$$

$$a_4^3/a_3^3 = f_4/(f_3+f_4) \tag{7.25}$$

$$a_3^3/a_2^3 = (f_3+f_4)/(f_2+f_3+f_4) \tag{7.26}$$

式中，f_1，f_2，f_3，f_4 是从最外层球壳到内核的占空比，它们的总和就是散射球占介质混合物的占空比。

式(7.14)～(7.23)的左右两边均出现 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$，在计算时，利用割线寻根来求解最后的等效介电常数。引入相干波效应后的成层球计算结果见文献[1]，当占空比较小时，本章新方法计算的结果与传统方法的计算结果比较吻合，随着占空比的增大，传统方法得到的结果仍然是线性变化的，而相干位法的计算结果其增长较为缓慢，显示出了相干波的效应。由此可知，相干位法在散射体介质的占空比较小的情况下与传统方法相一致，该法具有一定的可行性。

7.5　相干位下的色散方程

本部分主要从多散射理论出发，运用相干位理论推导出色散方程，然后采用 Muller 法求根。

考虑问题的背景为：在无限大空间里（背景介质的等效介电常数为 ε_0）均匀分布着半径为 a 介电常数相同（设为 ε_1）的散射球，这个无限大空间的混合物的等效介电常数就是待寻求的目标。因为等效介电常数是介质的固有属性，其大小与入射波无关，所以可以假设没有入射场入射。

$E_j^E(r)$为第 j 个粒子的散射场，它与其他粒子也有关系。任意点的总场为所有多散射场之和：

$$E(r)=\sum_{j=1}^{N} E_j^s(r) \tag{7.27}$$

第 j 个粒子的多散射场$E_j^s(r)$可以由第 j 个粒子的多散射入射场 $E_j^E(r)$表示为

$$E_j^s=T_j^{s_j}E_j^E(r) \tag{7.28}$$

式中，$T_j^{s_j}$ 为第 s_j 种粒子中第 j 个粒子的 T 算子。第 j 个粒子的激励场可以表示为总场减去自身的散射场：

$$E_j^E(r) = \sum_{l^1 j}^{N} T_l^{s_l}E_j^E(r),\quad j=1,2,\cdots,N \tag{7.29}$$

因为要处理问题中所有的散射球体都是相同的，即粒子是全同的，所以只需要考虑粒子位

置之间的不同性所带来的影响即可,将问题简化为两个粒子之间的相互作用[13],式(7.29)可以化简为

$$\langle \bar{E}^E(\bar{r} \mid \bar{r}_1)\rangle = n_0\int \mathrm{d}\bar{r}_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)\times \bar{T}(\bar{r}_2)\langle \bar{E}^E(\bar{r} \mid \bar{r}_2)\rangle \tag{7.30}$$

式中,n_0 是单位体积内粒子的数目;$g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)$是对分布函数。式(7.30)是推导色散方程的出发点,有必要对它的含义给出详细的解释:在粒子都相同的情况下,位于 $\bar{r}_1$ 处的多散射入射场等于其他所有颗粒的散射场,由于粒子的同一性,其他粒子的散射场总和可以用位于 $\bar{r}_2$ 的粒子的散射场乘以 n_0 来代替。粒子之间的相互距离不影响最后的结果,但是在 $\bar{r}_1$ 周围出现其他粒子的概率却对最后的结果产生影响,可以通过对分布函数 $g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)$来体现。

式(7.30)中的两项可以分别写成

$$\begin{aligned}\langle \bar{E}^E(\bar{r} \mid \bar{r}_1)\rangle = &\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}[a_{\mu v}(z_1)\bar{M}_{\mu v}(k,\bar{r}\bar{r}_1)\\ &+b_{\mu v}(z_1)\bar{N}_{\mu v}(k,\bar{r}\bar{r}_1)],a<|\bar{r}-\bar{r}_1|<b-a\end{aligned} \tag{7.31}$$

$$\begin{aligned}\bar{T}(\bar{r}_2)\bar{E}^E(\bar{r} \mid \bar{r}_2) = &\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}[T_n^{(e)}a_{mn}(z_2)\bar{M}_{mn}^{(1)}(k,\bar{r}\bar{r}_2)\\ &+T_n^{(h)}b_{mn}(z_2)\bar{N}_{mn}^{(1)}(k,\bar{r}\bar{r}_2)],\quad |\bar{r}-\bar{r}_2|\geqslant a\end{aligned} \tag{7.32}$$

式中

$$T_n^{(e)}=\frac{[\rho j_n(\rho)]'j_n(\rho_s)-[\rho_s j_n(\rho_s)]'j_n(\rho)}{[\rho h_n^{(1)}(\rho)]'j_n(\rho_s)-[\rho_s j_n(\rho_s)]'h_n^{(1)}(\rho)} \tag{7.33}$$

$$T_n^{(h)}=\frac{[\rho j_n(\rho)]'\rho_s^2 j_n(\rho_s)-[\rho_s j_n(\rho_s)]'\rho^2 j_n(\rho)}{[\rho h_n^{(1)}(\rho)]'\rho_s^2 j_n(\rho_s)-[\rho_s j_n(\rho_s)]'\rho^2 h_n^{(1)}(\rho)} \tag{7.34}$$

式中,$\rho=k_{\mathrm{eff}}a$;$\rho_s=k_{\mathrm{scp}}a$; k_{eff}和 k_{scp}分别是自洽后背景介质和散射体的波数。为简化起见,令 $k_{\mathrm{eff}}=k(k_{\mathrm{eff}}=\omega\sqrt{\mu\varepsilon_{\mathrm{eff}}})$,$k_{\mathrm{scp}}=k_s(k_{\mathrm{scp}}=\omega\sqrt{\mu\varepsilon_{\mathrm{scp}}})$,其中 $\varepsilon_{\mathrm{scp}}=\varepsilon_s-\varepsilon+\varepsilon_{\mathrm{eff}}$。

球谐函数分别定义为

$$\bar{M}_{mn}(kr,\theta,\phi)=\hat{\theta}\frac{\mathrm{j}m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)j_n(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}-\hat{\phi}\frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}j_n(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi} \tag{7.35}$$

$$\begin{aligned}\bar{N}_{mn}(k,\bar{r})=&\hat{r}\frac{n(n+1)j_n(kr)P_n^m(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}}{kr}\\ &+\hat{\theta}\frac{1}{kr}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}[rj_n(kr)]\frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}\\ &+\hat{\phi}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}[rj_n(kr)]\frac{\mathrm{j}m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}\end{aligned} \tag{7.36}$$

$$\bar{M}_{mn}^{(1)}(kr,\theta,\phi)=\hat{\theta}\frac{\mathrm{j}m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)h_n(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}-\hat{\phi}\frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}h_n(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi} \tag{7.37}$$

$$\begin{aligned}\bar{N}_{mn}^{(1)}(k,\bar{r})=&\hat{r}\frac{n(n+1)h_n(kr)P_n^m(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}}{kr}\\ &+\hat{\theta}\frac{1}{kr}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}[rh_n(kr)]\frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi}\end{aligned}$$

$$+\hat{\phi}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}[rh_n(kr)]\frac{\mathrm{j}m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi} \tag{7.38}$$

式中，j_n 为球贝塞尔函数；h_n 为一阶球汉克函数；$P_n^m(\cos\theta)$为连带勒让德函数。这里要注意一般使用的球谐函数的表达形式是 $Rg\,\overline{M}_{mn}(k,\overline{r})$，$\overline{M}_{mn}(k,\overline{r})$，$Rg\,\overline{N}_{mn}(k,\overline{r})$和 $\overline{N}_{mn}(k,\overline{r})$有所不同，不同的只是前面的系数，不影响推导结果。

式(7.35)和式(7.36)代表的是内向行波，式(7.37)和式(7.38)代表的是外向行波，并不需要详细掌握它们复杂的表达形式，只需关心两点：一是下标 m,n 的变化；二是内外行波的区别。

将式(7.31)和式(7.32)代入式(7.30)中，写成一个方程为

$$\begin{aligned}&\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}[a_{\mu v}(z_1)\overline{M}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)+b_{\mu v}(z_1)\overline{N}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)]\\&=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\int\mathrm{d}r_2 g(\overline{r}_2-\overline{r}_1)[T_n^{(e)}a_{mn}(z_2)\overline{M}_{mn}^{(1)}(k,\overline{r}\,\overline{r}_2)\\&\quad+T_n^{(h)}b_{mn}(z_2)\overline{N}_{mn}{}^{(1)}(k,\overline{r}\,\overline{r}_2)]\end{aligned} \tag{7.39}$$

可以看到在式(7.39)中有两套球矢量波函数，一套代表多散射入射波，另一套代表多散射散射波。前一套以球 1 的中心为坐标原点，后一套以球 2 的中心为坐标原点，这样两套不同坐标系下的函数不可能相等的，于是引入矢量加法定理来进行坐标变换。考虑到粒子的大小，电磁特性都相同，不同的只是位置，只需要考虑两个球之间的位置关系就可以了。

将所有场的表达式都变换成以球 1 的中心为原点，且都写成内向行波的形式。矢量加法变换定理[14]的作用有两个：一个是改变坐标系，另一个是改变场的方向。将所有场的表达式一律改写成多散射入射波的形式，具体表达式为

$$\overline{M}_{mn}^{(1)}(k,\overline{r}\,\overline{r}_2)=\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}[A_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{M}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)+B_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{N}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)] \tag{7.40}$$

$$\overline{N}_{mn}^{(1)}(k,\overline{r}\,\overline{r}_2)=\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}[B_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{M}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)+A_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{N}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)] \tag{7.41}$$

这里有关系 $\overline{r}\,\overline{r}_1+\overline{r}_1\,\overline{r}_2=\overline{r}\,\overline{r}_2$，$A_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)$与 $B_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)$是两个系数，这两个系数的计算要经过复杂的运算，具体的表达式在后面给出。将 $\overline{M}_{mn}^{(1)}$ 与 $\overline{N}_{mn}^{(1)}$ 变换成式(7.40)和式(7.41)的形式后代入式(7.39)得

$$\begin{aligned}&\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}[a_{\mu v}(z_1)\overline{M}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)+b_{\mu v}(z_1)\overline{N}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)]\\&=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{u=-v}^{+v}\int\mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^e a_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{M}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)\\&\quad+T_n^e a_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{N}_{uv}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)]+n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{u=-v}^{+v}\int\mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)\\&\quad\cdot[T_n^h b_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{M}_{\mu v}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)+T_n^h b_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\overline{r}_1\,\overline{r}_2)\overline{N}_{uv}(k,\overline{r}\,\overline{r}_1)]\end{aligned} \tag{7.42}$$

化简可得

$$\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}[a_{\mu v}(z_1)\bar{M}_{\mu v}(k,\bar{r}\bar{r}_1)+b_{\mu v}(z_1)\bar{N}_{\mu v}(k,\bar{r}\bar{r}_1)]$$

$$=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{u=-v}^{+v}\int \mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^e a_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$$

$$+T_n^h b_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)]\bar{M}_{\mu v}(k,\bar{r}\bar{r}_1)$$

$$+n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{u=-v}^{+v}\int \mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^h b_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$$

$$+T_n^e a_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)]\bar{N}_{uv}(k,\bar{r}\bar{r}_1) \tag{7.43}$$

由 $\bar{M}_{uv}$ 与 $\bar{N}_{uv}$ 对应的系数应该相等可得

$$\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}a_{\mu v}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{u=-v}^{+v}\int \mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^e a_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$$

$$+T_n^h b_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)] \tag{7.44}$$

$$\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{\mu=-v}^{+v}b_{\mu v}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{u=-v}^{+v}\int \mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^h b_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$$

$$+T_n^e a_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)] \tag{7.45}$$

继续化简可得

$$a_{\mu v}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\int \mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^e a_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$$

$$+T_n^h b_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)] \tag{7.46}$$

$$b_{\mu v}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\int \mathrm{d}r_2 g(r_2-r_1)[T_n^h b_{mn}(z_2)A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$$

$$+T_n^e a_{mn}(z_2)B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)] \tag{7.47}$$

现在介绍两个由矢量波函数变换定理引入的符号 $A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$ 和 $B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)$ 的计算。

$$A_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)=(-1)^{\mu}\sum_{p}a(m,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)$$

$$\cdot h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p^{m-\mu}(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}} \tag{7.48}$$

$$B_{\mu v}^{mn}(k,\bar{r}_1\bar{r}_2)=(-1)^{\mu+1}\sum_{p}a(m,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p)$$

$$\cdot h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p^{m-\mu}(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}} \tag{7.49}$$

$$a(m,n|\mu,v|p)=(-1)^{m+\mu}(2p+1)\left[\frac{(n+m)!(v+\mu)!(p-m-\mu)!}{(n-m)!(v-\mu)!(p+m+\mu)!}\right]^{1/2}$$

$$\cdot\begin{bmatrix}n & v & p\\ m & \mu & -(m+\mu)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n & v & p\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{7.50}$$

$$a(m,n|\mu,v|p,p-1)=(-1)^{m+\mu}(2p+1)\left[\frac{(n+m)!(v+\mu)!(p-m-\mu)!}{(n-m)!(v-\mu)!(p+m+\mu)!}\right]^{1/2}$$

$$\cdot\begin{bmatrix}n & v & p\\ m & \mu & -(m+\mu)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n & v & q\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{7.51}$$

$$a(n,v,p)=\frac{\mathrm{j}^{v-n+p}}{2v(v+1)}[2v(v+1)+(v+1)(n+v-p)$$
$$\cdot(n+p-v+1)-v(n+v+p+2)(v+p-n+1)] \quad (7.52)$$

$$b(n,v,p)=-\frac{(2v+1)}{2v(v+1)}\mathrm{j}^{v+p-n}[(n+v+p+1)(v+p-n)$$
$$\cdot(n+p-v)(n+v-p+1)]^{1/2} \quad (7.53)$$

式中，$\begin{bmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & -(m_1+m_2) \end{bmatrix}$是 $3j$ 符号。

将式(7.44)和式(7.45)代入式(7.46)和式(7.47)可得

$$a_{uv}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}T_n^e a_{mn}(z_2)(-1)^u\sum_p a(m,n|-u,v|p)a(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p^{m-\mu}(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}}$$
$$+n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}T_n^h b_{mn}(z_2)(-1)^{u+1}\sum_p a(m,n|-u,v|p,p-1)b(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p^{m-\mu}(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}} \quad (7.54)$$

$$b_{uv}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}T_n^e a_{mn}(z_2)(-1)^{u+1}\sum_p a(m,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p^{m-\mu}(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}}$$
$$+n_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}T_n^h b_{mn}(z_2)(-1)^{u+1}\sum_p a(m,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p^{m-\mu}(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}} \quad (7.55)$$

这里要说明，由于在式(7.54)和式(7.55)的积分项中都存在 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}(m-\mu)\phi_{\bar{r}_1\bar{r}_2}}$，现在待处理的问题是轴对称的，所以必须 $m=u$ 才能保证积分不为 0，这样就决定了在式(7.54)和式(7.55)中的 m 都由 u 取代，那么关于 m 的连加号消失：

$$a_{uv}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}T_n^e a_{un}(z_2)(-1)^u\sum_p a(u,n|-u,v|p)a(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})$$
$$+n_0\sum_{n=1}^{\infty}T_n^h b_{un}(z_2)(-1)^{u+1}\sum_p a(u,n|-u,v|p,p-1)b(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2}) \quad (7.56)$$

$$b_{uv}(z_1)=n_0\sum_{n=1}^{\infty}T_n^e a_{un}(z_2)(-1)^{u+1}\sum_p a(u,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p)$$
$$\cdot\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|)P_p(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})$$
$$+n_0\sum_{n=1}^{\infty}T_n^h b_{un}(z_2)(-1)^{u+1}\sum_p a(u,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)$$

$$\cdot \int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1 - \bar{r}_2|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2}) \tag{7.57}$$

由于 $m=u$,积分中不再是连带勒让德多项式而是一般的勒让德多项式。

对于式(7.56)和式(7.57),左边 $a_{uv}(z_1)$ 和 $b_{uv}(z_1)$ 都是关于 z_1 的函数,而右边 $a_{un}(z_2)$ 和 $b_{un}(z_2)$ 都是关于 z_2 的函数,无法将它们统一转化成 z_1 或 z_2 的函数。作这样假设: $a_{uv}(z_1)=a_{uv}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1}$, $b_{uv}(z_1)=b_{uv}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1}$,则相应的有 $a_{un}(z_2)=a_{un}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_2}$, $b_{un}(z_2)=b_{un}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_2}$,同时有 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_2}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k(z_2-z_1)}$。

将式(7.56)和式(7.57)中的积分项 $\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1) h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1-\bar{r}_2|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})$ 写成形式 $\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2-\bar{r}_1) h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2-\bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1})$,即交换 $\bar{r}_1$ 与 $\bar{r}_2$ 的位置,考察勒让德多项式的奇偶性质可以发现,当 p 为奇数时,它就是一个奇函数,所以有

$$\begin{aligned}&\int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) h_p^{(1)}(k|\bar{r}_1 - \bar{r}_2|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_1\bar{r}_2})\\ &= (-1)^p \int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1})\end{aligned} \tag{7.58}$$

再考虑上面所说的传播项变换,可以写出

$$\begin{aligned}&\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_2}(-1)^p \int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1})\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1}(-1)^p \int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(z_2-z_1)} h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1})\end{aligned} \tag{7.59}$$

令

$$I = \int \mathrm{d}r_2 g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(z_2-z_1)} h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1}) \tag{7.60}$$

于是式(7.56)和式(7.57)可以写成

$$\begin{aligned}a_{uv}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1} &= n_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1} \sum_{n=1}^{\infty} T_n^e a_{un}(-1)^u \sum_p a(u,n|-u,v|p)(-1)^p a(n,v,p) I\\ &+ n_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1} \sum_{n=1}^{\infty} T_n^h b_{un}(-1)^{u+1} \sum_p a(u,n|-u,v|p,p-1)(-1)^p b(n,v,p) I\end{aligned} \tag{7.61}$$

$$\begin{aligned}b_{uv}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1} &= n_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1} \sum_{n=1}^{\infty} T_n^e a_{un}(-1)^{u+1} \sum_p a(u,n|-\mu,v|p,p-1)(-1)^p b(n,v,p) I\\ &+ n_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz_1} \sum_{n=1}^{\infty} T_n^h b_{un}(-1)^{u+1} \sum_p a(u,n|-\mu,v|p)(-1)^p a(n,v,p) I\end{aligned} \tag{7.62}$$

下面计算积分 I,首先做变换

$$g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) = 1 + [g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) - 1] \tag{7.63}$$

于是 $I=I_1+I_2$,其中

$$I_1 = \int \mathrm{d}r_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(z_2-z_1)} h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1}) \tag{7.64}$$

$$I_2 = \int \mathrm{d}r_2 [g(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) - 1] \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(z_2-z_1)} h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1}) \tag{7.65}$$

如图 7.3 所示,所求整个积分就是在 $z_2 \geqslant 0$ 的空间中进行的体积分,而且这个体积分

应该排除中心在 r_1 处半径为 b 的球，利用格林定理可以将体积分变换成在 S_e，S_d，S_∞ 上的面积分来求得，对于 I_1 来说，它在 S_∞ 上的积分为 0，而在 S_e 的积分为

$$\int_{S_e} \mathrm{d}S \left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} \frac{\partial y_p}{\partial r} - y_p \frac{\partial \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}}{\partial r} \right]_{r=b} \tag{7.66}$$

式中

$$y_p = h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|) P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1}) \tag{7.67}$$

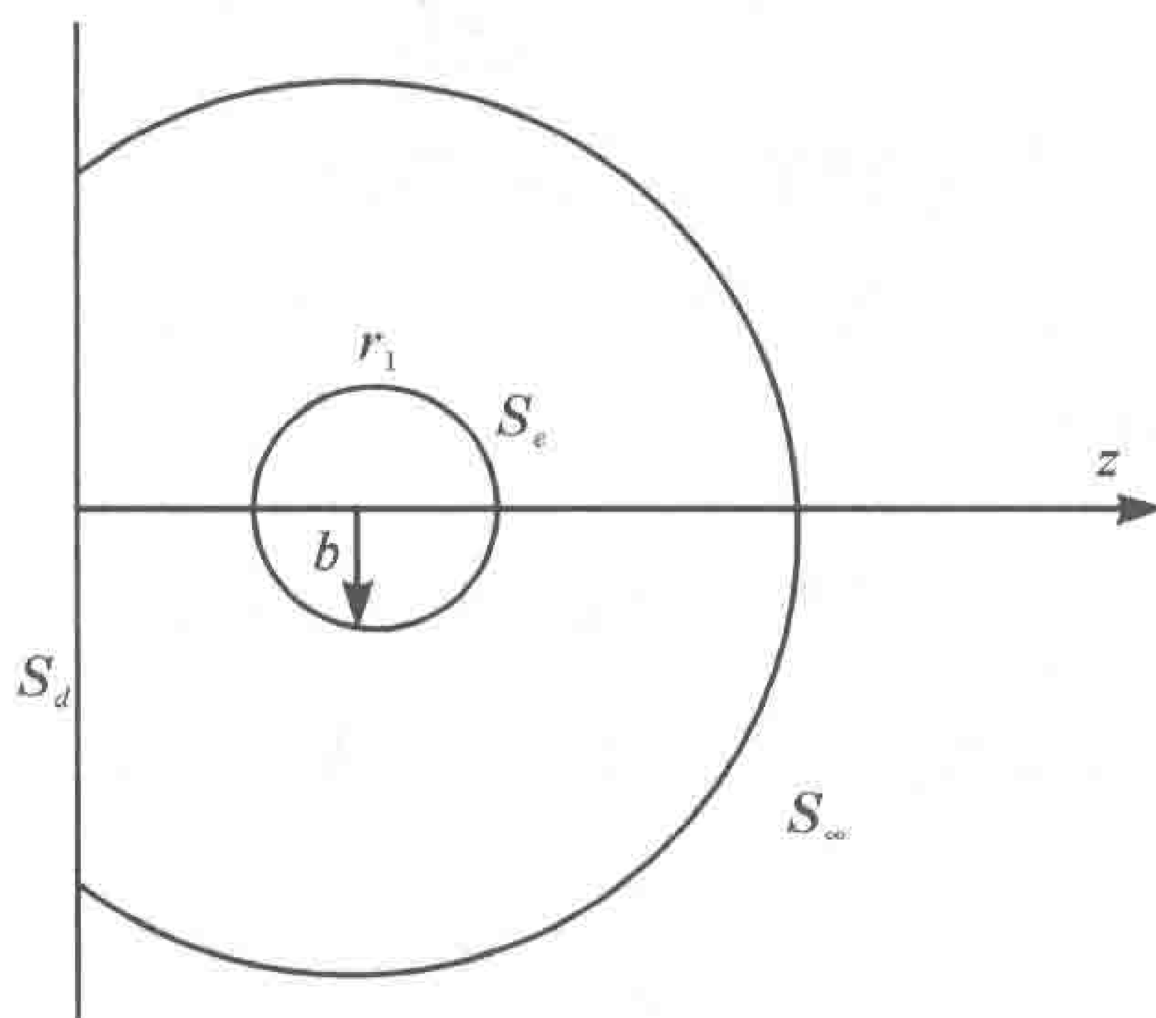


图 7.3　处理问题的空间

为了简化分析，将 y_p 写成 $y_p = h_p(kr)P_p(\cos\theta)$，则式(7.66)可以写成

$$\int_{S_e} \mathrm{d}S \left[k\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} h'_p(kr) P_p(\cos\theta) - \mathrm{j}k\cos\theta\, h_p(kr) P_p(\cos\theta) \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} \right]_{r=b} \tag{7.68}$$

这里定义 $z = r\cos\theta$，为了求得上述积分，涉及这样一个结论：勒让德多项式与指数项乘积的积分为球贝塞尔函数[15]。求解过程如下：

平面波可以展开成球面波的叠加，在球坐标系中，亥姆霍兹方程的解为

$$j_p(kr) P_p^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \tag{7.69}$$

考虑到平面波与 ϕ 无关，所以令 $m=0$，这样得到展开式

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta} = \sum_{l=0}^{\infty} A_l j_l(kr) P_l(\cos\theta) \tag{7.70}$$

求解系数 A_l 可以由下面的式子来确定

$$A_l j_l(kr) = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{+1} \mathrm{e}^{\mathrm{j}krx} P_l(x) \mathrm{d}x \tag{7.71}$$

这里将 $\cos\theta$ 写成 x，注意这里的 x 不是直角坐标系，采用一种特别的办法来求解 A_l，令 $r \to \infty$，根据渐近公式可得

$$\begin{aligned} A_l j_l(kr) &= A_l \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{l+\frac{1}{2}}(kr) \sim A_l \frac{1}{kr} \cos\left[kr - \frac{(l+1)\pi}{2} \right] \\ &= \frac{A_l}{2\mathrm{j}kr} \left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr - \mathrm{j}\frac{l}{2}\pi} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr + \mathrm{j}\frac{l}{2}\pi} \right) \end{aligned} \tag{7.72}$$

而对于式(7.71)的右边利用分步积分得

$$\frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{+1} \mathrm{e}^{\mathrm{j}krx} P_l(x) \mathrm{d}x = \frac{2l+1}{2\mathrm{j}kr} \int_{-1}^{+1} P_l(x)\, \mathrm{d}\mathrm{e}^{\mathrm{j}krx}$$

$$= \frac{2l+1}{2\mathrm{j}kr}\left[P_l(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}krx}\right]_{-1}^{+1} - \frac{2l+1}{2\mathrm{j}kr}\int_{-1}^{+1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}krx}P_l'(x)\mathrm{d}x \tag{7.73}$$

当 $r\to\infty$时，已积出的部分已经出现 $1/r$ 的部分，尚未积出的部分，继续进行分步积分则会出现 $1/r^2$，所以式(7.73)右边可以得到

$$\frac{2l+1}{2}\int_{-1}^{+1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}krx}P_l(x)\mathrm{d}x \sim \frac{2l+1}{2\mathrm{j}kr}\left[P_l(1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr} - P_l(-1)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\right]$$

$$= \frac{2l+1}{2\mathrm{j}kr}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}(-1)^l\right] = \frac{2l+1}{2\mathrm{j}kr}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{l}{2}\pi}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr-\mathrm{j}\frac{l}{2}\pi} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr+\mathrm{j}\frac{l}{2}\pi}\right) \tag{7.74}$$

比较式(7.73)和式(7.74)两边的系数，可以得到

$$A_l = (2l+1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{l}{2}\pi} = (2l+1)j_l \tag{7.75}$$

将该式回代到式(7.71)中，可得

$$\int_{-1}^{+1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}krx}P_l(x)\mathrm{d}x = 2\mathrm{j}^l j_l(kr) \tag{7.76}$$

由于要进行的积分是在球坐标系下进行的，作变量代换，令 $x=\cos\theta$，写出

$$\int_{-1}^{+1}f(x)P_l(x)\mathrm{d}x = \int_0^{\pi}f(\cos\theta)P_l(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{7.77}$$

令 $f(x)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}$得

$$\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_l(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta = 2\mathrm{j}^l j_l(kr) \tag{7.78}$$

对上式两边做对 r 求一阶导数得到

$$\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_l(\cos\theta)\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta = 2\mathrm{j}^{l-1}j'_l(kr) \tag{7.79}$$

式(7.78)中的积分是在半径为 b 的球的表面进行的，写出它的展开式：

$$\int_{S_e}\mathrm{d}S\left[k\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}h'_p(kr)P_p(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} - \mathrm{j}k\cos(\theta)h_p(kr)P_p(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\right]_{r=b}$$

$$=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta r^2\sin\theta\left[kh'_p(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}P_p(\cos\theta)\right]_{r=b}$$

$$-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta r^2\sin\theta\left[\mathrm{j}kh_p(kr)\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}P_p(\cos\theta)\right]_{r=b} \tag{7.80}$$

将 $r=b, z=r\cos\theta$ 代入式(7.80)中，写成

$$\int_{S_e}\mathrm{d}S\left[k\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}h'_p(kr)P_p(\cos\theta) - \mathrm{j}k\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\cos(\theta)h_p(kr)P_p(\cos\theta)\right]_{r=b}$$

$$=2\pi b^2kh'_p(kb)\left[\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_p(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b}$$

$$-\mathrm{j}2\pi b^2kh_p(kb)\left[\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_p(\cos\theta)\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta\right]_{r=b} \tag{7.81}$$

根据式(7.78)和式(7.79)，可得

$$\int_{S_e}\mathrm{d}S\left[k\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}h'_p(kb)P_p(\cos\theta) - \mathrm{j}k\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\cos(\theta)h_p(kb)P_p(\cos\theta)\right]_{r=b}$$

$$= 4\pi kb^2\mathrm{j}^p\left[h'_p(kb)j_p(kb) - h_p(kb)j'_p(kb)\right] \tag{7.82}$$

于是得到 I_1 在 S_e 面上的积分

$$4\pi kb^2 \mathrm{j}^p [h'_p(kb) j_p(kb) - h_p(kb) j'_p(kb)] \tag{7.83}$$

下面求解 I_1 在 S_d 上的积分，利用 $h_p(kr)P_p(\cos\theta)$ 的 Kasterin 表达式来求解，Kasterin表达式的具体形式为

$$y_p = h_p(kr)P_p(\cos\theta) = (-\mathrm{j})^p P_p\left(\frac{1}{\mathrm{j}k}\frac{\partial}{\partial z}\right)h_0(kr) \tag{7.84}$$

因此，I_1 在 S_d 上应用柱坐标积分可以写成形式

$$\begin{aligned}
&\int_{S_d} \mathrm{d}S\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\frac{\partial y_p}{\partial z} - y_p\frac{\partial \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}}{\partial z}\right]_{z=-z_1} \\
&= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz_1}(-\mathrm{j})^p\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\infty}\mathrm{d}\rho\rho\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z} - \mathrm{j}k\right]P_p\left(\frac{1}{\mathrm{j}k}\frac{\partial}{\partial z}\right)h_0(kr)\right\}_{z=-z_1} \\
&= 2\pi\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz_1}(-\mathrm{j})^{p+1}\int_0^{\infty}\mathrm{d}\rho\rho\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z} - \mathrm{j}k\right]P_p\left(\frac{1}{\mathrm{j}k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\sqrt{\rho^2+z^2}}}{k\sqrt{\rho^2+z^2}}\right\}_{z=-z_1}
\end{aligned} \tag{7.85}$$

要注意这里 S_d 是一个无限大圆面，空间任意一点的 $r=\sqrt{\rho^2+z^2}$，这里还应用了零阶球汉克函数的具体表达式

$$h_0(kr) = -\frac{\mathrm{j}}{kr}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr} = -\frac{\mathrm{j}}{k\sqrt{\rho^2+z^2}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\sqrt{\rho^2+z^2}} \tag{7.86}$$

由于积分是对 ρ 进行的，所以可以将式(7.85)改写成

$$2\pi\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz_1}(-\mathrm{j})^{p+1}\frac{1}{k}\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z} - \mathrm{j}k\right]P_p\left(\frac{1}{\mathrm{j}k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\int_0^{\infty}\mathrm{d}\rho\,\rho\,\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\sqrt{\rho^2+z^2}}}{\sqrt{\rho^2+z^2}}\right\}_{z=-z_1} \tag{7.87}$$

要积分出上面的表达式，需要利用复变函数中的围道积分的概念，为了求得该积分，首先进行变量代换

$$\omega = k\sqrt{\rho^2+z^2} \tag{7.88}$$

于是式(7.87)可以写成

$$2\pi\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz_1}(-\mathrm{j})^{p+1}\frac{1}{k^2}\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z} - \mathrm{j}k\right]P_p\left(\frac{1}{\mathrm{j}k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\int_{-kz}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\mathrm{d}\omega\right\}_{z=-z_1} \tag{7.89}$$

对于式(7.89)的积分，这里要注意由于 $z=-z_1$，所以 z 是一个负数，所以在进行变量代换而改变积分上下限的时候，新的积分上下限是 $-kz\to\infty$，而不是一般而言直观的 $kz\to\infty$，这是一个很重要的细节。积分的被积函数是个复函数，将积分写成

$$\int_{-kz}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\mathrm{d}\omega = \int_0^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\mathrm{d}\omega - \int_0^{-kz}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\mathrm{d}\omega \tag{7.90}$$

对于该式的第一项的求解，现简述如下：

由于 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}$ 没有有限远极点，所以根据留数定理[8]可得

$$\int_l \mathrm{e}^{\mathrm{j}z}\mathrm{d}z = 0 \tag{7.91}$$

要注意该式中的 z 指的是复变函数中的变量，与之前的式中的 z 不是一个概念，这里仍将它写作 z 完全是出于习惯，于是可以取得如图 7.4 所示的闭合线作为积分路径。

于是可以得到

$$\int_0^R \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\mathrm{d}\omega + \int_{C_R}\mathrm{e}^{\mathrm{j}z}\mathrm{d}z + \int_R^0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}r\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2}}\mathrm{d}r(r\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2}) = 0 \tag{7.92}$$

当 $R\to\infty$时，式(7.92)第一项就是式(7.90)右边的第一项，第二项不难证明它是为 0

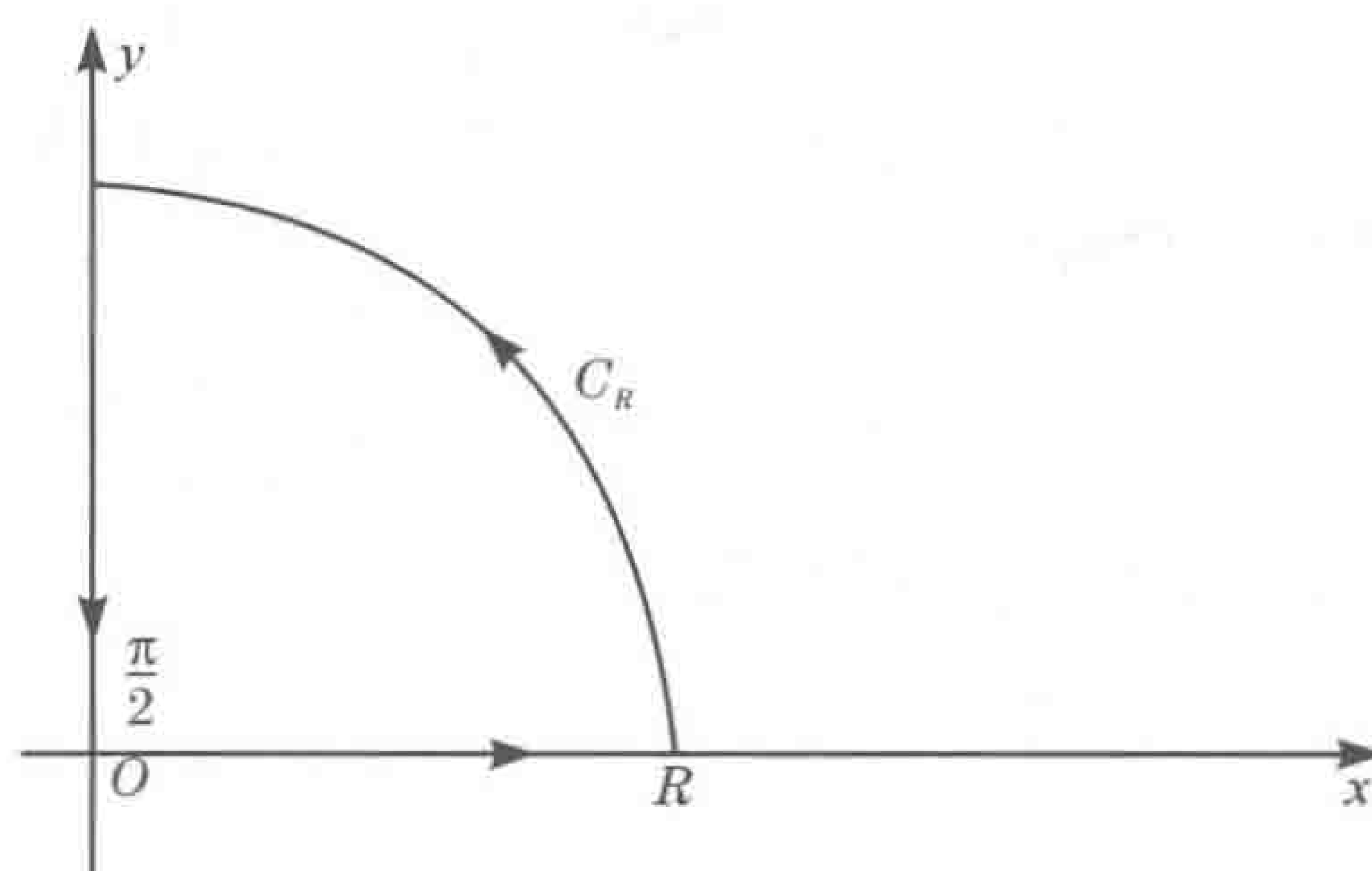


图 7.4 积分路径图

的,对于第三项有

$$\lim_{R\to\infty}\int_R^0 e^{jre^{j\pi/2}}e^{j\pi/2}dr=\lim_{R\to\infty}(-e^{j\pi/2})\int_0^R e^{-r}dr=-j \tag{7.93}$$

所以式(7.90)的结果为

$$\int_{-kz}^{\infty}e^{j\omega}d\omega=\int_0^{\infty}e^{j\omega}d\omega-\int_0^{-kz}e^{j\omega}d\omega=-j+[je^{j\omega}]_0^{-kz}=je^{-jkz} \tag{7.94}$$

式(7.89)可以重新写为

$$2\pi e^{-jkz_1}(-j)^{p+1}\frac{1}{k^2}\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z}-jk\right]P_p\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)je^{-jkz}\right\}_{z=-z_1} \tag{7.95}$$

式(7.95)中的算符 $P_p\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)$的定义是将勒让德函数展开式中关于 x 的 p 次方都改成对je^{-jkz}连续作用 p 次$\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}$算符,例如:

$$P_0(x)=1\to\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)^0 je^{-jkz}$$

$$P_1(x)=x\to\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)^1 je^{-jkz}=-je^{-jkz}$$

$$P_2(x)=\frac{1}{2}(3x^2-1)=\frac{1}{2}\left[3\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)^2 je^{-jkz}-\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)^0 je^{-jkz}\right]=je^{-jkz}$$

将 $P_3(x),\cdots,P_p(x)$的具体形式写出,那么就不难看出

$$P_p\left(\frac{1}{jk}\frac{\partial}{\partial z}\right)je^{-jkz}=(-1)^p je^{-jkz} \tag{7.96}$$

于是式(7.95)可以写成

$$-4\pi j^{p+1}\frac{1}{k} \tag{7.97}$$

最终可以得到

$$I_1=4\pi kb^2 j^p[h'_p(kb)j_p(kb)-h_p(kb)j'_p(kb)]-4\pi j^{p+1}\frac{1}{k} \tag{7.98}$$

对于 $I_2=\int dr_2[g(\bar{r}_2-\bar{r}_1)-1]e^{jk(z_2-z_1)}h_p^{(1)}(k|\bar{r}_2-\bar{r}_1|)P_p(\cos\theta_{\bar{r}_2\bar{r}_1})$,因为

$g(r_2-r_1)-1$在 r 大于几个半径之后就趋向于 0，I_2 可写成

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \int \mathrm{d}r_2[g(r)-1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}h_p(kr)P_p(\cos\theta) \\
&= \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_b^{\infty}r^2[g(r)-1]h_p(kr)\mathrm{d}r\int_0^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr\cos\theta}P_p(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta \\
&= 4\pi\mathrm{j}^p\int_b^{\infty}r^2[g(r)-1]h_p(kr)j_p(kr)\mathrm{d}r
\end{aligned}
\tag{7.99}
$$

这里积分上限往往取有限值，一般取直径的 4 倍左右，而计算 I_2 时依然使用了前面所介绍的勒让德函数与指数项乘积的积分为球贝塞尔函数的公式。这样：

$$
\begin{aligned}
I = I_1 + I_2 &= 4\pi kb^2\mathrm{j}^p[h_p'(kb)j_p(kb)-h_p(kb)j_p'(kb)]-4\pi\mathrm{j}^{p+1}\frac{1}{k} \\
&+ 4\pi\mathrm{j}^p\int_b^{\infty}r^2[g(r)-1]h_p(kr)j_p(kr)\mathrm{d}r
\end{aligned}
\tag{7.100}
$$

令 $L_p(kb)=h_p'(kb)j_p(kb)-h_p(kb)j_p'(kb)$，$M_p=\int_b^{\infty}r^2[g(r)-1]h_p(kr)j_p(kr)\mathrm{d}r$，代入式(7.61)和式(7.62)中可得

$$
\begin{aligned}
a_{uv} = n_0(-1)^{u+p}I[&\sum_{n=1}^{\infty}T_n^e a_{un}\sum_p a(u,n|-u,v|p)a(n,v,p) \\
&-\sum_{n=1}^{\infty}T_n^h b_{un}\sum_p a(u,n|-u,v|p,p-1)b(n,v,p)]
\end{aligned}
\tag{7.101}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{uv} = n_0(-1)^{u+p+1}I[&\sum_{n=1}^{\infty}T_n^e a_{un}\sum_p a(u,n|-\mu,v|p,p-1)b(n,v,p) \\
&+\sum_{n=1}^{\infty}T_n^h b_{un}\sum_p a(u,n|-\mu,v|p)a(n,v,p)]
\end{aligned}
\tag{7.102}
$$

由于考虑的介质颗粒是性质全同的球颗粒，决定位置的对分布函数又是关于球对称的，因此可以假设 $u=1$ 与 -1，由于

$$
a(-u,n\mid u,v\mid p)=\frac{(n-u)!(v+u)!}{(n+u)!(v-u)!}a(u,n\mid -u,v\mid p) \tag{7.103}
$$

$$
a(-u,n\mid u,v\mid p,p-1)=-\frac{(n-u)!(v+u)!}{(n+u)!(v-u)!}a(u,n\mid -u,v\mid p,p-1) \tag{7.104}
$$

当 $\mu\neq\pm1$ 时，$a_{uv}=b_{uv}=0$，且

$$
a_{-1v}\frac{(v-1)!}{(v+1)!}=-a_{1v} \tag{7.105}
$$

$$
b_{-1v}\frac{(v-1)!}{(v+1)!}=b_{1v} \tag{7.106}
$$

将式(7.105)和式(7.106)代入色散方程式(7.101)和式(7.102)中可得

$$
\begin{aligned}
a_{1v} &= -n_0 I\sum_{n=1}^{\infty}T_n^e a_{1n}\sum_p a(1,n|-1,v|p)a(n,v,p) \\
&\quad -n_0 I\sum_{n=1}^{\infty}T_n^h b_{1n}\sum_p a(1,n|-1,v|p,p-1)b(n,v,p)
\end{aligned}
\tag{7.107}
$$

$$
b_{1v} = -n_0 I\sum_{n=1}^{\infty}T_n^e a_{un}\sum_p a(1,n|-1,v|p,p-1)b(n,v,p)
$$

$$-n_0 I \sum_{n=1}^{\infty} T_n^h b_{1n} \sum_p a(1,n|-1,v|p) a(n,v,p) \tag{7.108}$$

式(7.107)和式(7.108)就是最后得到的色散方程。

7.6 总结与展望

本章包括了两个主要内容:一是在静电学近似下计算随机离散介质球颗粒的等效介电常数,提出相干位的坐标表象模型,并以散射体为成层球和椭球为例进行了计算仿真,在众多等效介电常数计算公式中提出了自己的公式[5];二是将相干位法应用到多散射理论中,解决了学术界长期不能解决的相干位的坐标表象下色散方程的建立和计算难题,极大地简化了相干位下等效介电常数的求解。

已有的静电学近似的计算公式简单,易于计算,但是不考虑相干波出现的情况,即只是适用于散射粒子占空比较小的情况,本章根据作者给出的公式,通过简单的数学变换,将相干位引入到了静电学公式中,同时仍然保留了原来静电学公式形式简单的优点,计算含成层球的等效介电常数,并给出相应的实部和虚部曲线。两种方法的计算结果实际上比较吻合[1],说明了相干位法的可行性。

多散射理论的传统模型有一个共同的假设:波在混合物中是以背景介质的波数为传播常数的,而事实上,波应该是以混合物的等效波数为传播常数的。如何在混合介质中体现等效波数是多散射理论的一个重要的研究对象[1~6]。由于等效介电常数是介质的固有属性,其大小与有无平面波入射无关。本章假设在无平面波入射的前提下利用相干位法推导色散方程求解介质的等效介电常数,给出相应的相速度和损耗正切曲线,并与Tsang 和 Kong的论文得到的曲线进行比较。数值结果表明,这两种理论比较吻合,成功地将相干位法融入了多散射理论之中。

本章根据任伟给出的公式成功地将相干位的概念引入到了新模型中,并且公式形式并未复杂化,应该说这是一种很新颖的思路,对于处理离散随机介质的问题有很大的启发意义。

参考文献

[1] 刘松柏. 随机离散介质球颗粒等效介电常数的计算. 杭州:杭州电子科技大学硕士学位论文,2008.

[2] Kong J A. 微波遥感理论. 王宝发译. 北京:北京航空航天大学出版社,2002.

[3] Sihvola A,Lindell V. Polarizability and effecvtive permittivity of layered and countinously inhomogeneous dielectric spheres. Journal of Electro-magnetic Waves and Applications,1989,3(1):37～60.

[4] 克拉特 E F. 雷达散射截面——预估、测量和减缩. 阮颖铮,陈海等译. 北京:电子工业出版社,1988:188～192.

[5] 王志良,任伟. 电磁散射理论. 四川:四川科学技术出版社,1994.

[6] Kong J A. 电磁波理论(下). 北京:高等教育出版社,2007.

[7] Shoichiro Nakamura. 科学计算引论:基于 MATLAB 的数值分析. 梁恒,刘晓艳等译. 北京:电子工业出版社,2007.

[8] Sihvola A,Lindell I V. Transmission line analogy for calculating the effective permittivity of mixtures

with multilayer scatterers. Journal of Eletromagnetics Waves and Applications,1988,8(1～2):741～756.

[9] Tsang L,Kong J A. Effective propagation constants for coherent electromagnetic wave propagation in media embedded with dielectric scatters. Journal of Applied Physics,1982,53(11):7162～7173.

[10] Ren W. Bi-isotropic layered mixtures. Progress in Electromagnetic Research,1994:103～116.

[11] 谭浩强. C程序设计. 北京:清华大学出版社,2007.

[12] Los V F. Self-consistent theory of scattering at disordered interfaces in layered nanostructures. Physics Review B,2005,10(4):104～108.

[13] 傅君眉,冯恩信. 高等电磁理论. 西安:西安交通大学出版社,2001.

[14] Ding K H. Electromagnetic Wave Propagation and Scattering in Dense Media. Washington: University of Washington,1989.

[15] John H M,et al. 数值方法(MATLAB版). 北京:电子工业出版社,2007.

第八章　任伟的哲学提纲

8.1 引　　言

任何科学的前沿都是哲学。爱因斯坦除了在物理学上有非凡的洞察力外，在数学、哲学和音乐上都有很深的造诣。本书本着数理哲不分家的精神，对经典物理学各个领域的齐次和非齐次波动方程的解的数学结构进行了深刻的揭示，理论成果对工程技术若干领域有用。本章对哲学的若干领域用数学特别是场论的方法进行一些探索，初步形成一家之说。本章采用现象学的基本观点和方法，道说追求经典的乐趣、途径和过程，展示作者方法的直观、必然和优雅。本章是科学和哲学方面的启蒙读物，很多方面的论述都像晶体一样透明。希望能对提高读者在科学和哲学上的创造力有所帮助。同时第八章又是第二卷第九章和第十章的准备性研究。作者对很多科学问题的解答是哲学的。本书是30年研究成果的小结，带着知识爆炸时代的鲜明特征，以数学作为研究的开端，并以哲学作为研究的前沿，数学化地处理各个领域的场与波。前人的工作仅在作为作者工作基础时才简单介绍。本章只是作者初步哲学探讨活动的真实记录，更完整的哲学论著拟在不久的将来专门出版。另一方面，第八章对理解第二卷第九章和第十章的内容也有帮助。

先哲康德在他的先验哲学中提出了三个先验的问题："我能够知道什么?""我应当做什么?"和"我可以希望什么?"康德对这些问题的回答自然可以在其原著中找到，也可以在诸如《康德哲学讲演录》[1]中领略。现象学的开山鼻祖胡塞尔最看重的一位哲学家就是康德，因为康德深刻地提出了"个别现象和本质这二者之间的怎么打通?"的问题[2]。康德还在《纯粹理性批判》第一版中的"先验演绎"这一部分把唯理论和经验论以某种方式结合起来，实现了个别与一般的初步打通。数学家和哲学家胡塞尔通过意向性、内时间意识和交互主体性的深入研究更进一步回应近代西方哲学的隐秘渴望:在不同的情况下怎样打通个别和普遍。按作者的初步探讨，个别和普遍这两个范畴由个别与普遍的关系打通，同时存在非普遍性这第四个方面，构成作者的完备二元论。

圆是二维空间中的一维球面，地球表面是个三维空间中的二维球面，平面是半径趋于无穷的球面。地球村居民的生活世界实际上是个球面世界的哲学问题。不同于传统的技术科学专著，本书的重点不在于知识的传授或记录;而是面对球面世界，通过现象学的思考，当场显现问题的解答。换句话说，朝向工程科学各个领域的波动方程，不要一开始就满脑子的概念框架，导师怎么说，文献上怎么说，书上怎么说，牛顿怎么说，Maxwell怎么说，爱因斯坦怎么说，你不用管这个那个。你自己去看、去听、去想象、去猜测、去领悟、去总结，然后从中得出最本质的东西。说得通俗一点，本书与其说是告诉你经典物理学各个领域齐次和非齐次波动方程解的数学结构，毋宁说是告诉你:为什么我能知道这个数学结构?我是怎么样发现这些规律的?我揭示这一规律的过程是怎样的?我们还应当做什么?我们还可以预期什么?我们可以预言什么，一个物理学家是要做预言的，并不完全是

自大，牛顿就预言了一个星球的存在。霍金有更多预言。有的真，有的不一定真。总之，本书强调数学和哲学的逻辑严格性，抽象思维和形象思维的内在统一，波函数和并矢格林函数理论作为球面世界的哲学的味道。不受传统学科框架的限制，想到哪里就写到哪里。说这件事，可以扯进很多不直接相关的其他事。关键是通过现象学的考察，找到解决问题的好办法。这也是本书涉及哲学的各章和前言、后记的笔调。

技术科学若干领域的问题能以球面的问题（平面、柱面和球面波函数与并矢格林函数的问题）来统摄。从本书目录可见，内容多而杂，但如抓住了数学特别是平面波这一主线，抓住了相互作用这一场论的精华，各章之间还是有较强的相关性。作者之所以在哲学的处理中广泛使用数学的语言，原因有二：一是语文和数学，本是从小学到大学，任何人都要学的。哲学不是语文而可以用语文来叙述，那哲学当然可以用数学来叙述。往往坐标系一旦建立，差分格式一旦写出，事情就一清二楚，而海德格尔在其《存在与时间》一书中很多地方只用文字，说得很不清楚。二是因为西方早期的哲学家柏拉图和亚里士多德，在其哲学论著中大量包含数学，相反中国的先哲则轻视数学。如果中国的哲学家们在追求哲学的诗性境界的同时，也能务实地用点数学，对中华民族的腾飞肯定是有好处的。本章旨在抛砖引玉，希望看到越来越多的基础哲学的论著既用语文又用数学。

在《杨振宁谈读书与治学》[3]的第一页，杨振宁谈到："我觉得中国留美研究生的兴趣太窄，对一般事物的兴趣也太窄。这或许是受了家长、学校、教师和社会的压力，每个人都在战战兢兢地抓紧时间钻研、苦读，没有闲暇关心各方面的发展"，"青年人应该多读自己专业以外的书，即使是一知半解，也比完全不懂来的有用"。本章的论题虽比一般书广泛一点，但是与杨振宁的"多一些兴趣"的劝导相吻合，有些领域可能是有些读者暂时读不懂或用不了的。但如果有一知半解也是好的观点，也不妨看看。哲学并不是文科学生的专利，理工科的人也可以研讨。

第八章将场论中关于多体问题的多散射理论用于人类社会的研究。通过话语（语言）这一类场性质的介质为中介探索主体间性这 100 年来的哲学难题。引入两个时间坐标系处理哲学问题，给出了处理多元矛盾的时变定性规律的数学方法。本章是作者在哲学领域的长期探索和开拓的小结，是自己的话语而较少引用别人的观点。避免很多哲学书刊开口海德格尔怎么说，闭口哈贝马斯怎么说，但却不知作者本人怎么说。再次提及前人工作的不足，丝毫不意味着作者轻视前辈的成就，恰恰相反，作者完全赞同黑格尔的态度："有嫉妒心的人自己不能完成伟大事业，便尽量去低估他人的伟大，贬抑他人的伟大性使之与本人相齐。说到这里，让我们记起歌德的嘉言：'对于他人的伟大优点除了敬爱以外，没有别的适宜办法'"[4]。本书关于哲学道说的各章基本是作者自己怎么说。著书在于立说，只要有 1%的新东西，就可以把 100%的话语先说出来，让时间和后人去论说。先让文本客体化。这也是国际上部分科学家的哲学态度。最好的金矿含金量也不到千分之一，对于追求思想的人，重要的是有没有新思想，而不是有没有错误。在创新之初错误和缺点是不可避免的。

哲学是中国高中生、大学生、研究生、博士生都要学的课程，本书在哲学和数学上的起点是高中毕业生能够通过学习学懂，大学生完全能懂，研究生能够研究。2005 年暑假，在我每年一次的杭州与加拿大 Dundas 的飞去飞来的超循环中，我曾教过我上高中的儿子的费曼物理学和微积分。我儿子理解并不困难，并在量子力学中测不准关系旁边打上了

问号,表明研究工作的启蒙可在中学开始(杨振宁上大学前就看过群表示论的德文书,后来才在对称性方面获得诺贝尔奖)。事实上,我儿子在加拿大上小学的时候,就写过一篇关于宇宙学中黑洞的论文。有标题、摘要、引言、理论、结论和参考文献。虽然是花了一周时间从网上、从图书馆看几篇文章和几本书后写的文献综述,但敢于写并写得像就很值得鼓励。所以本章的论述力争贯彻渗透式学习的思想,并不指望读者通过一次阅读看懂大部分内容。换句话说,本章为读者提供了大量的信息。

大学时代读巴金的《家》、《春》、《秋》组成的激流三部曲,巴金把他生活世界比作激流:“这激流永远运动着,并不曾有一个时候停止过,而且它也不能够停止,没有什么东西可以阻止它。在它的途中,它也曾发射出种种的水花,这里面有爱,有恨,有欢乐,也有痛苦。这一切造成了一股奔腾的激流,具有排山之势,向着唯一的海流去。这唯一的海是什么,而且什么时候它才可以流到这海里,就没有人能够确定地知道了。”今天重读巴金的话,勉强可以回答这唯一的海就是宇宙微波背景辐射,是以太的表象。巴金又说:“我跟所有其余的人一样,生活在这个世界上,是为着征服生活。我也参加在这个‘搏斗’里面,我有我的爱,有我的恨,有我的欢乐,也有我的痛苦。但是我并没有失去我的信仰:对于生活的信仰。”今天重读巴金的这些话,仍然能引起我内心强烈的共鸣。作者认为,信仰对于人是挺重要的,没有信仰的人生是一种轻飘飘的感觉。由于激流是强非线性现象,虽有确定的输入,但却有多种不确定的输出。激流在什么地方分岔,分几个岔,事先谁也不知道;每个人到底被这激流冲到哪一岔,“就没有人能够确定地知道了”。我感觉我们现在生活的这个世界,比巴金生活的时代的激流有更大的加速度,所以我用了球面世界的哲学来体现全球性视域,这似与作者作为外国专家的不同视角相吻合。实际上,我们生活的地球表面(经过数学抽象,可用球面表示)随着生活的激流而奔腾、而飞旋、而升空。稍不留意生活的激流就可以把我们中的任何人从球面的一个点甩到另一个点。比如考大学的激流把我从农村推向城市,出国的大潮又把我从中国甩到美国,生活的激流又把我从西洋甩到东洋,再从日本飞旋到加拿大,最后再从加拿大甩回中国,正是一种在球面上飞旋的感觉。现代人除了罗兰和巴金所说的生活在这个世界上,是为着来征服生活,是一场搏斗外,我想也有一部分人是为着来适应生活,是一场挣扎。既没有值得一提的搏斗,也没有崇高的追求。很多人为衣食住行而挣扎,空耗一生精力。我到美国宾州州立大学上班的第一天,Varadan 教授就告诉我:“你要边做边想,而不是想好再做。”这大概是东西方文化的主要差异。据说股票市场上,四年前的信息对今天的买股票就无用了,所以我这次也没有想做不朽之笔。最近我与一个学工程的博士后进行了两个小时谈话,深深地感觉到他完全被社会束缚,被他本专业上一些耀眼的人物影响,而对本专业的学问本身关注甚少,缺乏兴趣,更没有激情。一方面他过于本分,本专业以外的事,既不懂也不关心,也就是杨振宁说的知识面太窄;另一方面他又太不本分,老去关注名和利,这个奖,那个奖,这头衔,那荣誉,而缺乏艰苦奋斗攻克科学难关的精神。本章倡导的仍然是 20 世纪 80 年代初向科学进军的奋发有为的人生态度。

经过七年半的准备,我终于要开始写这本含哲学的书了。从 1979 年上大学开始,就对哲学感兴趣,大学时代大致看了 50 多本世界名著,很多好的片段至今没有忘记。1983 年上研究生期间,认真阅读了马克思的《资本论》。1986 年上博士研究生后,又结合自然辩证法的学习看了许多的哲学书。从 1994 年去美国到 2002 年从加拿大回国,出国八年,

经历了酸甜苦辣的各种磨炼，也接触了从西洋（美国和加拿大）到东洋（日本，作者曾有过三年在日本九州大学文部教官的滞在）的各种人生和哲学。

2002年到杭州电子科技大学做教授以后，学校党委方华书记多次要求我要学马克思主义哲学。作为杭州电子科技大学波科学中心主任，我作为课题负责人承担着包括两项国家自然科学基金在内的八项纵向自然科学研究方向的项目，所以经过七年半的准备，实际应理解为我要写本专著的事拖了七年半了。本来也想如李伯聪教授所说："作为一本书的作者，他理所当然地应该对读者有所承诺。"作为一个理论工作者，更应该对社会和时代有所承诺；更何况马克思说过，哲学是时代精神的精华。然而，我没有可能对哲学问题再认真研究20年后再写自己的哲学，因为首先我要活着（在我与杭州电子科技大学的工作合同上有写本专著的任务），其次才能思考，然后才能写书。感谢祖国人民的哺育和爱护，感谢方书记的指导和郭林松校长助理的指导和帮助，感谢我在农村的父母和我在加拿大的妻子（张敏）和儿子对我的爱和理解，使我有自由支配的时间。

杭州电子科技大学方书记要求生产贝多芬的"交响乐"，这是很难做的事。这本集数学、物理学、哲学和思想于一身的书算是对方书记"交响乐"作业的急就章。首先，标题"数学化的场论"就是为了对自己有所限制，场与波，范围很广，但聚焦于数学结构，则既对研究论域进行了限制又对场论的各个论题进行了统一。然后是冒号后的"球面世界的哲学"，字面上受到英国剑桥大学教授霍金的《果壳中的宇宙》的启发，实质是想突出本书理论的方法论的味道。

作者的哲学研究主要来源于书本，与现实关系甚小。我不读报，不看电视，不上网，不会发短信，与人交往少，与现实脱节是我的哲学的缺点。为了克服这一缺点，刻意写下一段现实的生命活动以体现哲学来源于生活的精神，作为第八章附录。

8.2　社会化历史性的人的场论摘要

本节是作者的一对一的讲课摘要。我的研究生顾婷婷是唯一的听众。感谢我的好学生顾婷婷对我写作本节的支持和帮助。我不仅是作者，更是一个大学教授。孙正聿老师发表过站在大学的讲台上的著名演讲。并说我教故我在。所以作者的哲学活动首先从教学活动开始。

在纳坦森为许茨的《社会实在论》一书写的绪论中说："根据柏格森的观点，一个真正的哲学家在其一生中只能说明一种事物，因为他只享有与真实的东西的一个接触点。"幸运的是，作者在人生最美丽的年华投入了大量的精力研究电磁场理论和相对论，从而享有与真实的东西的一个接触点。本节试将Maxwell方程的理论硬核扩展到人所在的社会实在，试图达到以下三个项目目标：

第一，从哲学上回答"究竟为什么在者在而无不反倒却不在？"的海德格尔提问，从而完成对辩证法和形而上学的超越和更新。

第二，通过社会化的人的场论方程的建立，完成康德和胡塞尔还没有完成的主体与客体相统一的现象界的描述，解决主体间性的难题。

第三，建立数字化时代的时变哲学。

8.2.1　存在论域的划分

1. 反思时代的精神

20 世纪以来,随着科学技术发展,人类的生活水平得到了空前的改善。尤其是进入数字化时代,诸如智能电脑、网络通信、数字媒体等传输工具的发明创造,人类的生活在时间和空间上都得到了极大的延伸。当我们谈论新的世纪时,而且当如何以创新作为新时代的特点时,不得不开始反思这个时代到底赋予了我们在意识形态上当如何进行变革的使命。这种在思想领域的解放是人类历史发展经验的一个总结,而解放思想必先反思新世纪条件下的时代精神。

(1) 时代精神

21 世纪以来,人类在科学技术领域取得巨大进步的一个主要标志就是人类步入数字化时代。人类的生活质量不仅在空间范围的广度,也在时间范围的深度得到了延拓。可见,数字化的变革是新时代技术的主要标志。

数字化的精髓是取样。取样定理的发现及表述建立了一座模拟与数字世界的桥梁。

取样就是用一个点的值替代一个区间的值,其本质在于把不同时强制地进行同时。

从黑格尔到马克思,从爱因斯坦到薛定谔、海森堡,这些哲学家和科学家都是在把不同时强制地进行同时化,并往往受到一些误解,如有哲学家在此问题上认为把不同时强制同时是在恣意妄为。显然,以一个点代替一个区间是不十分精确的。然而,我并不这么认为。一是因为人类的活动具有目的性。在取样过程中,只要取样频率达到一定的精度以满足用户的精度要求便可。二是因为无穷取样在实际中既无可能也无必要。在进行模数转换时,只要以满足取样定理的频率进行取样就能无失真地恢复出原始信号。

从数学上看,将一个点作为变量的函数,即点的数学,与区间的变量的数学相比是不精确的。目前,已有不少关于区间的数学专著。下面举例进行描述。

表述 1:A. 我 7 点到家;B. 我于 6:55 到 7:00 之间到家。

表述 2:A. 过年;B. 在大年三十到正月间过年;C. 不过年。

可见,点的数学不如区间数学来得精确、充分。区间的数学可以作为生活的真实反映,是较模糊、可变的,并由人要传递的目的性决定。

(2) 数字的时代

二进制时代:2^N

数字时代既保留 2^N ,又保留 10^N , $2^\infty = \infty$

(3) 反映时代精神的哲学

当我们思考如何建立自己的哲学体系的时候,一是要满足时代的特点;二是在新的哲学体系中贯彻二进制的理念。

回顾西方哲学史,当涉及世界的本源问题时,曾经有人将物质作为世界的本源,即一元的唯物论。也有人将意识作为世界的本源。贝克莱说:“世界是我的感觉,凡是我不能感觉的都不存在”。显然,这是属于一元的唯心论。大凡一元论认定世界只有一个本源,除此之外,皆为衍生物。此外,也有不少哲学家认为世界的本源不止一个,且有的事物的本源是物质,有的是意识,即多元论。一元与多元的区分也不严格,多元论也可看成一元

论的多个方面。例如，北大哲学系黄教授就组织了一套四卷集五本的巨著，从多个方面阐述唯物论。近代以来，恩格斯提出哲学的基本问题是存在和意识的关系问题，即存在和意识何为第一性的问题，划分了唯物主义和唯心主义的两个基本派别。

作者原创性地在哲学领域引入两个不同原点的坐标系：一个原点在过去，另一个原点经有限的时间到达现在。在哲学领域引入上述两个坐标系是对黑格尔、马克思理论的精确化。

下面举两个例子进行说明：

问题一：鸡生蛋，蛋生鸡何为先？

从历史的观点看，只有鸡才能生蛋，应鸡为先。然而，如果将鸡作为存在者，并持续了有限的时间，且鸡、蛋都同时存在作为前提条件，那么既可鸡生蛋，也可蛋生鸡。

问题二：下面哪个是正确的命题？

A：这个年轻人长得很像他的父亲。

B：这个年轻人的父亲长得跟他很像。

从历史的观点看，A 应该是正确的，因为只有先有他的父亲才会有这个年轻人，因而，他像他的父亲；然而，如果假定这个年轻人已经生活了有限的时间，且其父健在作为前提条件。那么，也就是从同时的观点看，A、B 均可认为是正确的表述。

从上述两个举例可以看出，在回答问题时，尤其是在判断一些命题并出现争议的时候，往往是源于前提条件的不同造成。这种情况普遍存在，比方双方辩论均认定自己有理，据理力争，而相持不下。其关键问题往往在于双方在辩论事物本身隐含的前提并不一定吻合。争论双方在前提不完全一致的情况下，均有可能是正确的辩解。而不同前提往往导致不同结论，这便是出现此类矛盾的原因。最简单的例子是两个人吵架，肯定各有各的理，但出发点则可能不同。

正是上述两个问题的独立思考引导作者进入哲学的思辨。而在很多问题上也出现了疑问。譬如，爱因斯坦和霍金都习惯把现在和将来看作对称的形式，然而，社会的人具有历史继承性。同一件事情昨天和今天就可能很不一样，例如，王处长昨天说好的事，今天就可能变。如何对称呢？此外，传统哲学总有同质异质之分。而作者却从 DNA 的双螺旋结构得到启发，开始提出“双螺旋哲学”，其真义在于对矛盾统一规律进行精确描述。具体来说，作者认为意识、事物发展规律从根本上讲，类似基因双螺旋结构处于既不完全一致又相互依存的状态。

2. 存在的划分

这一节的公式细化和更正可作为能读懂本书第五～七章读者的练习。

(1) 状态的定义

人是社会的人。人的一切活动构成了社会世界的整体性，也体现了民主的意识。每个人都有自己对社会的贡献，只是加权的系数不同，共同构成社会的状态，而状态本身是场。场的观点是重要的，简单地说，场就是无处不在无时不有的时间和空间的函数。场本质上是一种意义场，也可作多种理解如物质场、物理场、生意场、情场、意识场、官场、名利场和知觉场等。每个人的状态变量都受前人的影响。人的生产活动的特点就是：既是前提，也是结果，还可以产生时间的序列。通俗一点，不管过得好不好、累不累，只要还没死，每天都得过，每天都在过。

人来到世界上,世界已经存在。这包含两个方面:第一,人生下来就已经有了天、地、人、神四元的世界;第二,作为结果,人是地球表面村的成员(民主)。对所有成员求和并受到世界的影响。

其一,人在人类社会世界之中。

人的社会性是人的根本属性,人在作为社会中的人时必然受到社会的作用,并通过社会的合力来改造人们内心世界的意识活动,这个过程为人在世界之中时社会意识对个人意识的作用过程。处于这个客观社会之中的人受到来自物质条件的制约、心理因素的影响并通过社会平均意识来影响个人的意识与活动。将其理解为人处于"世界之中",定义状态变量为(本节公式中可能有些小毛病,请读者根据本书第五~七章的公式改正)

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r},t)=\sum_{n=1}^{N(t)}g_n\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_l) \tag{8.1}$$

式中,$t_l=l\Delta t$。

总的来看,个人意识同时受到外部世界和内心世界的影响。如果用两个非线性矩阵来表达社会对个人意识的作用,可表达为

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\boldsymbol{T}_{\text{out}}(\boldsymbol{r}_n,t_l)\cdot\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r},t_l) \tag{8.2}$$

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\boldsymbol{T}_{\text{int}}(\boldsymbol{r}_n,t_l)\cdot\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r},t_l) \tag{8.3}$$

其二,人在世界之外。

然而,个人的意识活动不仅仅在社会平均意识这个环境下进行,还需要考虑到他人的意见形式的影响。若固定社会中第 m 个人的意识对第 n 个人的意识的影响,那么意识的状态变量可写成

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\sum_{m=1,m\neq n}^{N(t)-1}g_{mn}\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1}) \tag{8.4}$$

同样,第 n 个人意识除了第 m 个人对他的影响还同时受到外部世界和内心世界的影响。可表达为

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\boldsymbol{T}'_{\text{out}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_n,t_l)\cdot\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r},t_l) \tag{8.5}$$

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\boldsymbol{T}'_{\text{int}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_n,t_l)\cdot\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r},t_l) \tag{8.6}$$

如果同时固定第 m 个人和第 n 个人对个人的影响,那么整个社会合力作用于这个个人的结果就为

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\sum_{p=1,r\neq m,p\neq n}^{N'(t)-1}g_{mn}\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_p,t_{l+1}) \tag{8.7}$$

而他的外部世界和内心世界的作用同样以矩阵的形式描述为

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\boldsymbol{T}''_{\text{out}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}_nt_l)\cdot\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r},t_l) \tag{8.8}$$

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n,t_{l+1})=\boldsymbol{T}''_{\text{int}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}_nt_l)\cdot\boldsymbol{\Psi}(r,t_l) \tag{8.9}$$

任平提出了交往实践场的概念来论述主体与客体的相互关系[5]。虽然,交往实践场已经有点反映相互作用的味道,与历史上的官场、情场、生意场相比,已经不再是一个文学描述,而进入了一个更深入的文科式的刻画。然而,任平完全没有数学化,特别是没有引入区间的数学,时间概念时有时无,很不完整。本书则要引入数学化的场论,将 Maxwell

方程组的核心概念引入社会科学的研究之中以解释物和人之间的在空间上的关联和在时间上的前后相继。

$$A = \{物质_i\}_{i \in I}$$
$$B = \{人_j\}_{j \equiv J}$$
$$A \cup B = \{物质_{i''} \cup 人_j\}_{i \in I, j \in J} \tag{8.10}$$
$$A' = \{物质_{i''} \cup 物质_{i'}\}$$
$$B' = \{人_{j''} \cup 人_{j'}\}$$

所以,关系世界实际上可分为三个世界。

(2) 常微分方程的建立

试图建立哲学的数学模型。既然小学语文、数学就开始进行学习,足见其重要性。那么,哲学也可用数学工具进行定性描述为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}_{n*1} = \boldsymbol{A}_{n*n}\boldsymbol{\Psi}_{n*1} \qquad (附加初始条件) \tag{8.11}$$

$$\boldsymbol{\Psi}\,|_{t=l\Delta t} = \boldsymbol{\Psi}(l), \boldsymbol{\Psi}\,|_{t=(l+1)\Delta t} = \boldsymbol{\Psi}(l+1) \tag{8.12}$$

哲学可以用以上述微分方程的讨论而展开。只是,这里的 $n = 2^N$,本书的哲学也可以理解为时变哲学,即随时间变化的哲学。按流行术语称为与时俱进或者时间步进的哲学,这一模型指明了哲学怎么进行扩容(计算机发展得快,主要是由于容量不断扩大),以及物质和意识的相互关系如何得到清楚的展示。

首先,$\boldsymbol{\Psi}$ 状态的演变规律可借助数学方面已有的丰富成果、计算格式来展现状态变量的变化规律,如四阶龙格库塔法等。仅仅当 $n = 4, N = 2$ 时,状态变量也有很强的解释功能。其次,可避免哲学史上很多次的转向,如实践论、语言学、生存论、信息论等单个分支的转向。在我们的模型中,容量很大,各状态分量耦合在一起。既是多元论(就包括若干方面而论),又是一元论(所有元素组成有机整体而论)。

最直接的推论就是如何回答海德格尔在《形而上学导论》中的提问"究竟为什么在者在而无不反倒不在?",王金林在《世界历史意义的本质道说——从海德格尔的解读看马克思的当代性》中提出如果要回答海德格尔这个问题,可能逻辑都要做修改。

回到我们的模型中去看,空集 $\varnothing$ 可存在于 $\boldsymbol{\Psi}$ 这个状态变量中。如前提及,引入区间的数学,实现不同时时间的同时化,使哲学进入相对论的时代。国内已出版有关相对论的哲学专著和哲学相对论的专著,却很难抓住其精髓。相对论的哲学精髓在于把不同时强制同时。用哲学的话讲,既然不同时的同时性已经表现在一个 $\boldsymbol{\Psi}$ 中,这也就是辩证法。因为它既含肯定因素,又含否定因素,形成了一个比较完整的矛盾统一体系。(此处引用了马克思关于辩证法是对事物的肯定理解的同时包括否定的理解,必然灭亡的理解。)

意识与物质对象的符合、意识与知识的符合先验论共同构成意识与自我意识的双螺旋结构。

8.2.2　社会的人的场论

1. 社会的人的场论

本书从四元的世界作为出发点,代表笛卡儿二元论的完成,体现了康德哲学的根本思路,将世界划分为物质的世界、人的世界、关系的世界和空集 $\varnothing$。

空集∅是相对目前时间区间而言的，也可以理解为余集，还可以理解为过去或者将来的物质世界、人的世界、关系世界。换句话说，空集就是以非现在的活动按照上述四个世界进行划分，按照特定的时间区间进行定格：

人的生产活动；

人的消费活动；

服务活动＝服务人员和服务对象；

空集∅是针对特定时间区间而言（被服务人员）。对服务人员而言是生产活动，对被服务人员是消费活动。

历史在刷新，价值观在改变。历史的潮流在不断改变它的前进方向，个人的利益应当与集体和社会的利益相一致。

以前哲学不包括服务业，从活动的角度把握人，把生产和消费作为基本要素，服务表现为生产和消费所产生的关系，以及空集。

场：时空的函数；科学术语：时间变化（生产）；变化率表示社会总生产率，平均劳动生产率 $\approx$ 状态变量的时间导数。

视野：从总生产演绎，从商品演绎（马克思把生产理解为正价值生产），我们进行扩展，成为正负价值生产。生产活动产生正价值，消费活动产生负价值，服务活动既体现为正负价值又体现正负价值的实现。

2. 地球表面的世界

人们习惯性地将我们生存的环境称为地球村，居住其中的人类便是地球村的成员。然而，这种说法并不是十分确切。事实上，人类的活动在空间上还是十分局限的。虽然人类已经开始了登月之旅，但日常生活中包括飞行出游、远航等活动主要还是限定在地球的表面空间，此外，人类对地球内部的世界一直怀有巨大的好奇，但对于地球内部的研究开发几乎还是处于起步阶段，所知甚少。总的来讲，人类社会所赖以生存的地理空间应该适当描述为地球的表面空间，而人类的真实身份应该还原为地球表面村的主要成员。

如果要追问地球的表面究竟是什么。从哲学的角度来回答这个问题的话，我们先回到前面已经建立的哲学体系中来。

既然地球是一个近似的球体，那么必有球的内外之分。按照对球体的理解方式，就自然联系到将地球内部与地球外部作为基本元素来看待这个具体的物质世界。于是，地球表面世界就成为了联系内部与外部的关系空间。人类生活实际存在的空间正是这个表达了关系世界的球面空间。而如果要对球面建立坐标系就必须考虑区别于对球体建立坐标系的方法，因为对于球面，是不能在三维的空间中建立起一个坐标系的，而球体可以建立一个三维空间的坐标系。这样区别的好处就在于避免了在对人类社会生存的具体空间定义坐标时造成的误解，同时，这也就是为什么有白天黑夜之分的原因。因为球面上至少需要两个坐标系。一个代表白天一个代表黑夜。

既然将地球表面村看作了球面，那么，我们便可以用球坐标系表示这个球面。也就是，地球在每个时空点上都局部地建立一个球坐标系，而地球公转一年，就成为了地球表面村成员生存的一个流形。而地球的运动轨迹，形成了一个坐标卡，坐标卡的参数正是时间。

地球运动有三重性：一是自转运动，它生成了我们生活中的白天与黑夜；二是公转运动，

这形成我们的时间周期(一年)，如国民经济计划、大学招生等世界上的很多事情都是按年划分区间；三是自转公转相关的一系列周期变化运动，尤其与四季变化紧密相关的这类运动，即哥白尼所谓的倾角运动。作者称之为地球的“自旋”运动。这种自旋本质上与量子力学中的电子自旋运动紧密联系，有着共同的本质内涵。自旋的科学论述详见本书第二卷 9.2 节。

8.2.3　思想来源之一——姜井水的哲学探索

姜井水教授在长期研究的基础上写了三本高水平哲学书。处理了矛盾的立体模式，以前矛盾理解为两个方面，在立体模式下矛盾有四个方面，用状态变量的术语，矛盾则有四个分量。

8.2.4　思想来源之二——空集的引入

“究竟为什么在者在而无不反倒不在”海德格尔问了 40 多次，可见问题的重要性。

对于《世界历史意义的本质道说》第 135 至 141 页，王中林博士认为海德格尔提问很难，可能逻辑都得修改；所谓坚持一元论，实际上怎么说得通就怎么说，坚持成为一种教条。作为批判的哲学和哲学的批判性，并不崇拜任何东西。本书多次提到的完备二元论、多元论总是在某种意义上的完备，在任意意义上或任何意义上完备是不可能的，这也是后现代哲学叫嚣哲学的终结的合理性。恩格斯也说过传统意义上的哲学只能终结的话，但如果限制我们的论域，澄清我们的话是在什么意义上说的，不可能也可以变成可能，例如现实生活是无限丰富多彩的，根本不可能用什么学说来完备描述，这种企图是注定要失败的，然而是不是任何在一定意义上刻画整个世界的学说就都不能存在呢？当然不是。任何一种哲学，都能片面地、部分地反映现实，也有其存在的合理性。作者既反对哲学应该终结的论调，又反对哲学至上的论调。哲学固然有反映、刻画整个世界的意向和追求，但哲学过去、现在和将来永远也达不到这一目标，是一种不可能性。但哲学能够宏大叙事，概括现实的每个方面，某种意义上则是不容置疑的，哲学不会终结。就像一篇文章，有摘要，有全文，全文和摘要各有其功能，各有各的用途。

8.2.5　思想来源之三——相对论与量子力学的数字信号处理观点

将不同时强制为同时，以一至两种取样为例，δ 函数取样与阶跃函数取样，函数的 δ 函数表示和阶跃函数表示。

Δt，ΔE 的不确定度关系；$\Delta x \cdot \Delta P_x \geqslant \hbar$ 的解释，不对易算符的数字信号处理解释(作为问题提出)和波函数解释(矩阵表象中因矩阵不对易而不对易)；对 1933 年诺贝尔奖同时授予薛定谔和狄拉克说明对量子现象的描写，同时的观点和不同时的观点都是对的，都能得诺贝尔奖。

8.2.6　双螺旋哲学的认识论(意识、自我意识)

1. 意识总是对某物的意识

某物可以来自客观(人体以外的世界)世界，也可以来自人体以内的世界；某物也就是认识的对象，或者说某物为客体。

2. 意识有一种意识的对象语言

意识有一种意识的对象语言,能够对某物进行一种对象语言描述(现象学中的术语可以用,也可以不用),根据双螺旋哲学,无论客体来自人体以外还是人体以内,在意识启动(意向性)以后,总有来自人知识自我的另一种意识(自我意识、反思、后思)运用元语言对对象意识的对象语言进行翻译和判断,所以意识是一个意识流动的两个时间序列。运用对象语言和元语言同时进行运算(思维)是语言之间的整合。整合何以可能?因为双螺旋意识论已将先天有的知识结构(库函数)调入某一意识中使用,从而满足了 Tarski 的真定义,使得判断成为可能。其中,打通主观与客观的是图型(李伯聪《选择与建构》)。

我们认为头脑中有一种场论的图型,也就是社会化的,社会共享的,历史积淀的超大智能的库函数,输入端在对象世界,输出端在理念世界(柏拉图)。这里的理念世界:社会化的历史积淀的场。主观与客观,人与对象打通后的对象世界和理念世界成为一个现象世界。也就是我们的关系世界。值得说明的是,物与物的关系似乎没有人在,但据马克思说物与物,包括动物与动物本身是没有关系的。所有的关系都是人赋予它们的,也就是康德的"人为自然立法"。所以,现象世界等于关系世界是说得通的。例如姜井水已注意到局部与整体本无时间性,但在认识论上可以引入时间来讨论。这是我对姜井水学说的发挥,姜井水并没有这么说。本体论上尽管没有时间性。同样,从本体论上物与物可以没有关系。有个哲学家(鲍德里亚)专门写了物体系的书,比如走进一个人的家(建筑本已是物),室内的布置、房子的位置、楼层、结构、大小、好坏、室内陈设就在向人们言说着主人的品位和社会地位、经济地位、兴趣爱好。比如一走进作者家就看到好多书,单身汉式的住所兼办公室,或者说为办公室兼住所。但细究起来,所有物的言说其实还是人在言说,或者说人通过物在言说,人以不在场的方式而在场、在言说。

实践观应理解为时变观,物质世界,地球的运动,人的意识流动,知识的积累,对照时间序列的数字信号处理。本章的认识论是对马克思和费尔巴哈哲学的双重超越。费尔巴哈的哲学基于名词化的观念,马克思哲学基于动词化的活动,本章基于动名词统一了的二维数字信号处理名词化的观念与作为认识活动结果的观念的收敛/发散在价值活动中时间步进形成新的正反合分,以区别于费希特、谢林、黑格尔的正反合。作者的哲学是书斋式的,与现实联系较少,为什么需要双螺旋?因为我们需要做减法(收敛概念的本质),抽象一点需要类似于数学分析(大学数学一年级必修课)的哲学分析以处理哲学观念。哲学上的收敛分为两种,一种是依距离/范数收敛,类似于两个三角形的全等和相似;另一种是依据拓扑收敛,哲学上称为家族相似性。认识活动与价值活动的统一定义为实践活动。实践活动的时间区间内进行两次时间子区间的细分就是辩证法的数学结构,这是作者基于完备二元论的辩证法新定型尝试。

3. 双螺旋哲学的矛盾论和系统论

矛盾通常指矛盾着的两个方面,其实是指同一个对象矛盾着的两个方面,有 $2^1=2$ 个状态。爱因斯坦的相对论就是由两条公理组成的矛盾着的体系,不太好,但合法。

姜井水将矛盾推广到四个方面,这也就是 $2^2=4$ 个状态变量。但姜井水的方法不能推广到 2^N 个状态变量的情况,可以说并未抓住矛盾的本质。前面我们已经阐述了 $N=2$

的情况，$\{A,B,A\cup B,\varnothing\}$ 的四元状态变量描述，这一描述既符合钟义信的信息论，知识论模型，从而可以量化，同时又与语言学转向后的语言学、语义学和语用学契合。关键在于，设有 N 个存在，这 N 个存在之间存在相互作用。由这 N 个存在（每一存在看成一个集合）通过并集运算形成所有的集合共 2^N 个。这些集合形成一个拓扑空间，成为离散的拓扑空间。在数学上是严格和封闭的，这样就完成了从 2 到 N 的推广。例如，有的哲学体系以及物质、精神、信息作为三个基础变量，则有 $2^3=8$ 个独立变量。最为重要的是这种推广可以通达无限 $2^\infty=\infty$ 。

老子说，一生二，二生三，三生万物。二生三是很重要的一步。二生三已完成，三看成一又可以生 $2^4=2^3\times 2=16$ 。这样循环下去，万物皆可生。这就是计算机时代的时代精神。也就是用二进制来讨论问题。由于我们所建数学模型在数学上的封闭性，毫无疑问这样可形成一个系统，从而将矛盾论推广到系统论。

马克思的对立统一何以可能？可以依赖于空集的引入和时间性的形而上学刻画。只是我的形而上学是对形而上学和辩证法的双重扬弃。既是新版的形而上学，又是新版的辩证法。是辩证的形而上学和形而上学的辩证理解。

海德格尔的“为什么在者在而无不反倒不在？”在作者的初步哲学探讨中得到了完美的解答。在我的理论中，在者在而无也在，而且是同时在，无以不在场的方式在场。这正是现代物理学特别是近 30 年来物理学上真空不空的思想在哲学上的升华，具体地说，海德格尔所追问的不在的无就是我们的空集，每一时间区间的空集，它每时每刻都是看不见，摸不着的。所以，我们的理论中的空集具有最为丰富的内涵，它比任何有限存在的此在都更为丰富。因为它就是存在，不存在在同时的意义上就是存在，这也就是爱因斯坦相对论的核心概念，是理解很多问题的前提。也就是我们找到了一条海德格尔没有找到的追问存在的道路。存在意义的澄清和领悟是通过不存在者来彰显、来开展、来言说的。例如，某人死了，你去参加葬礼，这时你就特别领会到什么是活着，没有死就是活着，还在就是活着，还是你目前的角色（无角色无异于死去）就是活着。总之，在是以在的持存为条件的。中国话讲，不知死何知生。讲的就是这个道理，只是以前没有从哲学上给以厘清。欲望的本质是一种意志，是在空集中的两头在外的。

据邓晓芒在他的书中所介绍的，他还在建立自否定哲学，其实本章的哲学已经就是自否定哲学，只是可能与他的不一样。因为我们的空集也就是由自己否定自己，也就是自否定哲学体系中的自否定内核。我们这里给出了斯宾诺莎哲学中规定就是否定的作者版本。作为 2^N 个元素的状态变量之一的最关键的辩证法元素，却以辩证法的面貌出现在形而上学体系中，也就是说，本章凸显了形而上学与辩证法在更高水平上的统一。否定的关键在于变化，在于差异。按照萨特的话是：不是其所是和是其所不是。也就是说下一个时间区间的状态不是这个时间区间的状态（不是其所是，有的存在者已经不在了，例如王志良去世了，有的存在者又出现了，例如小阿伟即将出生，是其所不是）。用这里的哲学见解，特别容易搞清萨特的哲学。很多人认为萨特主要是文学创作，在哲学上的修养和历练相对差一些，而我个人觉得萨特的《存在与虚无》还是可以的，作为一个作家，他在书中不用数学，只用文字叙述搞清了好几个时间序列之间的映射关系，非常了不起。存在先于本质，还是本质先于存在，这是一个相对论的问题。如果本质与存在同时存在变成本质与存在的二端口网络，也就变成今天的存在与今天的本质有耦合关系。存在先于本质或本质

先于存在是哲学的拉格朗日公式体系,同时性的存在和本质的双螺旋哲学是 Hamilton 公式体系,是作者的双螺旋哲学,以前的哲学是拉格朗日体系。

4. 双螺旋哲学的知识论

关键点如下:

对真的认识{语法,对象语言
语义学,元语言

只有一个前提:结论

对有目的的行为{语法,对象语言
语义学,扩大的元语言
语用,因目的的需要选择表达方式

两个前提{人需要营养(目的),前提 1
鸡蛋有营养(真),前提 2

结论:人要吃鸡蛋。

两种推理模式涉及人就会有目的性与规律性的同时符合,但不要紧,人有这种综合能力。

人相关的行为(双螺旋){
合目的性{对象语言,语法学
(双螺旋)
元语言(语用学加语义学)
合规律性{对象语言,语法学
(双螺旋)
元语言(语义学)

大双螺旋套小双螺旋,以快速傅里叶变换为例阐明每一环,但哲学上每一环只是相似,还不是恒同。用 FFT 说明也只是有帮助。

5. 双螺旋哲学的前提批判

对逻辑推理结果,如计算机程序设计的策划和计算结果的解释,不能盲从于计算,不进行前提批判不行。

从朱未的《数理逻辑》可知,因为我们有一定程序设计经验。这一部分别的书写得不详尽,容易找到较多的读者。从前提批判推导哲学的出发点、开端,哲学还是一种学说,因而有开端或前提,对哲学前提批判只能是丰富多彩的现实生活,论述下列哲学的开端:

① 柏拉图哲学的开端:现实世界,理念世界,幻影说,回忆说,对话批判,奥古斯丁在中世纪的发挥。

② 亚里士多德哲学的开端:托马斯阿奎那在中世纪的发扬。

③ 笛卡儿哲学的开端:我思故我在,身心二元论。

④ 黑格尔逻辑学的开端:从有到无,有,无,变。

⑤ 海德格尔哲学的开端:Dasein,在世界之中,世界之外。

⑥ 康德到胡塞尔的哲学开端,知识何以可能?

⑦ 叔本华哲学的开端:意志本体的发现。

⑧ 萨特哲学的开端:反思前的我思(本体论意义上的认识论)。

⑨ 作者将来写的哲学的开端:有的三重性和无的有本质。

⑩ 作者对黑格尔哲学的改造:作者的有和无的同时性导致四元状态变量;四个状态变量看成一个向量的四个分量,作者的多元论的每个分量看成矢量的一个方面,多元论又变成一元论。

⑪ 作者对胡塞尔现象学的改造,类似于数学分析引入哲学分析,用分析数学研究哲学。用意义与音响形象的二元论取代永恒意义的一元论。

8.2.7 双螺旋哲学的美学

感情的场论,俗称情"场"的哲学。对于审美现象,重写个人和社会的审美意向、审美情感、审美语言和审美行为。

我们在前文中建立的社会化的历史性的场论把情场的四个方程建起来;然后参照邓晓芒的新实践美学的论述用我们自己的哲学体系写出活动(生产、消费、服务活动)中的美学,修改或沿用邓晓芒的什么是美感,什么是审美,什么是美学,美学的标准何以可能;世界之中、世界之外的美学有何相同和不同。作者的美学观:美的意象与审美活动作为存在活动的结果的契合与分解在审美活动作为认识活动的时间步进的正反合分中的与时俱进。

8.2.8 双螺旋哲学的道德观

对社会之中的人,道德是他律的;对社会之外的人,道德是自律的;对既在世界之中(绝大数时间),又在世界之外(偶尔)的个人,道德是自律和他律的辩证统一,也就是自律和他律的结合。

我们以后的道德观,总的来说,不是指道德规范的空洞条文,而是指人们的道德语言和道德行为(他律)以及每个人内心的道德意识和道德情感(自律)的实际情况,这些实际情况当然是时间和空间的函数。道德是有阶级性的,有目的性的。所谓视界融合。

道德观与伦理学联系紧密。看完王海明的厚厚三卷集的《新伦理学》,感觉王海明过于强调技术理性支配下的抽象人性。作者认为,伦理其实是各有各的理,但伦理作为一种学说,至少要处理四种情况,一是人与人作为共在的主体的理论;二是人与人在做事中作为统治/领导者的伦理;三是人与人在做事中作为被统治/被领导者的伦理;四是人与其他生物和物质资源的生态伦理学。也就是人与非人的伦理,这四个方面组成一个向量的四个分量才组成完备的伦理学。分成这四种情况之后,再分别按通常的伦理学著作展开即可。

8.2.9 意志论

意志论的核心在于重估一切价值(尼采语)。比如买股票,要在不知道未来的情况下根据到目前为止的过去行情在现在就做出决定,不同的可选择的决定。这就是意志论的难点,与信息论大有关系。意志论主要在空集中,在不可确知的未来和已经不可挽回的过去的双向拉动中不可不决断的焦虑之中。意志论是很难的,这也就是叔本华和尼采伟大

之处。意志论基于的是信息而不主要是知识。意志论的构建基础是价值论。要统一马克思的价值论到哲学层面,现有方法有个本质难点,关键是变量选择。作者通过第二卷第九章展示的对狄拉克方程的透彻研究,认为价值问题应从价值作用量和价值的时间导数来把握,这样才可以建立与马克思经济学不矛盾又与物理学一致的价值论。简言之,价值应和时间作为两个独立变量来把握。海德格尔的成名作是《存在与时间》,价值作为一种存在当然与时间有强关联,前人(包括马克思)已经注意到这一点,但没有形成系统的理论。作者靠研究《存在与时间》"起家"。作者的学说对应于力学上的对偶变量法,也就是Hamilton力学体系。用哲学的目光重审,就是既考虑定在(同一),更考虑差异。同一与差异作为对偶变量,同一与差异都由时间来座架。差异正好反映信息化时代的时代精神,因为信息就是差异,是不确定性的排除,用数学来概括就是

$$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{x_1+y}{2}+\frac{x_2-y}{2},\quad y\neq 0 \tag{8.13}$$

意志论和价值论的数学结构是强非线性和随机性。因而涉及的数学很复杂,涉及的哲学也绝不是黑格尔式的线性化的否定之否定规律,而是克尔凯郭尔式的"非此即彼"式的强非线性效应。由于人生的道路选择的路径依赖性,人的命运必然因不同的选择导致不同的人生和命运。比如我自己,出国与不出国,绝对是两种人生和命运,而绝对的不可能性则是不可能既出国又不出国,同时出国和同时不出国,也就是萨特所谓自由与责任的形影相随。中国话讲的鱼和熊掌不可兼得。作者认为,局部化的历史性和全局性的历史理性导致每个人的命运,而每个人的主体能动性和主观努力可以产生围绕命运变化的上下界区间(作为事件的函数),这一上下界区间形成人的选择所产生效果的弹性边界(模糊数学关键词)。这就是作者的历史观:在命运和努力对立统一下的根本规律。

8.3 场论化的语言和言语:时间步进观点

在8.2节较为详尽地列出了社会化历史性的人的场论,只是一个摘要,连大纲都说不上,优点是较为系统全面。从本节开始我们准备选择性论述几个哲学问题以展示作者的初步哲学探讨的哲学方法,也为将来展开8.2节提及的问题提供一个写作的模板。因为本书书名的限制和本章标题的指定,对我们的论题和写法形成了强的约束,这与作者自由的思想多少有点矛盾。这里勉为其难地写下一些文字,自己也不是很满意的文字。

大家知道,最近100年哲学在进行所谓语言学转向,哲学的重心转向语言研究,特别是意义研究,语言的本质当然是意义。每个人说的话称为言语,每个民族有自己的语言,每个国家有自己的官方语言。各民族各国家的语言之间的翻译与沟通何以可能?因为各种语言尽管语言的语法、语义、语用都各有不同,但意义是相通的,如"妹妹"的意义,可用不同语言来表达,但意义是可以互译的。我们之所以选择语言和言语作为哲学的第一个突破口,是因为语言和言语在第五~七章的随机离散散射体多散射理论框架下,有最为简单的数学结构。世界上的人尽管有不少个人,但人类仅有有限个个人,每个人的言语都为人类的语言贡献一份力量,反过来每个人的言语又都用语言来表达,并受到语言所蕴含的意义的反作用,正符合Maxwell方程变化的电场产生磁场,变化的磁场又产生电场的数学结构。仿照本书第五~七章处理多体问题的做法,将每个个人的言语理解为随时间变

化的场，而将每种语言也理解为随时间变化的场，而全世界互通的意义也理解为全局性(全球性)随时间变化的场，类似于 Ding 和 Tsang 处理电磁学的多类粒子问题。设粒子在大写的 L 类(相当于有 L 种语言)中，L 类粒子建立起全局平均多散射场，相当于我们这里的意义场。每个人有一种语言(母语)相当于 L 类粒子中的一个粒子。请有第五～七章基础的读者将作者的上述话语，按 8.2 节方式数学化。

将上述哲学问题场论化以后，每个人的言语就引起人类语言意义场的变化，人类语言意义场的变化又引起每个人言语的场的变化，时间步进以致无穷，这样我们就将 Maxwell 方程的理论内核扩展到了语言研究，利用多体散射问题的丰富积累展开语言和言语相互作用的细致研究。这一设想是作者独创的，基于 1952 年和 1941 年两篇权威物理学杂志的论文，人变成一个可穿透的"介质球"，意义场既可穿透人的内心，还可穿透主体间性。极其简单地解决了胡塞尔全集中占三卷篇幅的主体间性问题。受益于作者物理学知识背景，主体间性的问题是当代哲学的主旋律。我们的研究不仅凸显了每个人都是能明白理解意义的动物，而且是说着话，会说话，会听话的动物。以新的方式论证了海德格尔语言是存在的家的论断。行为也是一种言说，比如用拳头发言，美国航空母舰经过台湾海峡也是一种言说，是无言的言说。俞吾金曾批评西方哲学家搞语言的独立王国，脱离实践活动，特别是物质资料生产活动空谈语言，这种批评当然是有道理的。但在某种意义上，语言在道说存在方面也有它的相对独立性，比如本节就较好地相对独立地描写了语言和言语的"独立王国"。我们已指出，拳头、航空母舰、商品、传媒、文化、网络和资本等物品的语言性，希望能免受俞吾金的上述批判。

这一节在哲学上相当于量子力学中的薛定谔方程，以时间步进方式描写存在的运动，仅以语言现象为例详加说明。下一节在哲学上相当于量子力学中的相对论性狄拉克方程，将不同时强制同时。

8.4 基于时间区间的世界划分与单子论

波普提出三个世界划分的理论，李伯聪和邬焜也分别提出四个世界划分的理论。本节基于时间区间的观点对认识论的世界进行划分。时间作为区间 $\Delta t = t_2 - t_1$，$t_2 > t_1$，对于认识论论题而言，认识总是对某事的认识，故有个对象世界，认识也总是借助于意义来实现的，不知何意就不构成认识，因而认识也有个意义世界。认识也总不能离开认识的主体，也就是有一个认识主体的世界，主体世界是打通对象世界与意义世界的桥梁。但对每一次认识活动而言，意义总是具体的，所有具体的认识意义构成整个社会的意义世界，前文已进行阐述。令

$A =$ 对象世界

$B =$ 意义世界

$A \cup B =$ 主体世界

$\varnothing =$ 空集

这样就构造出完备的二元论集合 $\{A, B, A \cup B, \varnothing\} = \overline{\boldsymbol{\Psi}}^{\mathrm{T}}$，而 $\overline{\boldsymbol{\Psi}}$ 矢量作为含有四个方面(元素)的矢量，完备二元论又可以看成一元论而包括四个方面。所以读者不必害怕一提多元论就与唯物唯心之类的字眼挂钩。最为重要的是空集非空，在时间性上可代表另外

两个世界,即$(-\infty,t_1)$和(t_2,∞)的由$A,B,A\cup B$组成的世界,分别代表已过去的对象世界,意义世界、主体世界和即将来临的对象世界,意义世界和主体世界以及联系未来世界和过去世界的意志世界。从这里清楚地看到,意志行为在空集之中,即在$\Delta t=t_2-t_1$的时间区间内,又不在这一区间内,应该说意志活动是个关系世界,两头在外,活动在Δt内进行,这是作者的独创和独到的理解,这是意志论与本体论、价值论及认识论很不太一样的地方。

时间作为区间的哲学,首先要回答现在为什么存在这一千古难题,这是许许多多哲学家研究过无定论的问题,详查各大家的言说,大致都在主观世界打口水仗。作者基于马列主义和毛泽东思想的基本立场,离开具体外显的时间谈论现在并没有意义(注意意义的社会化历史性特点),一旦将某事的讨论放到客观对象世界中去,而不在主观世界中打转,问题的答案则十分明显,现在无疑是存在的。某一事件的现在可以从客观对象世界中逻辑主体在空间的运动来考察,现在总是存在的,将内时间意识(现在作为观念)外化到对象世界,实现时间的持存和变化,以空间的位置和变化来表象,类似于 Maxwell 方程组,重要的是算符$\frac{\partial}{\partial t}$,而不是$t$,某种意义上说时间并不存在。真正存在的是$\frac{\partial}{\partial t}$,这是作者从牛顿那里领悟出来的真理,这里所谓认识,在作者的初步哲学探讨活动中,至少有三重含义,存在论上的认识,生命意欲的奔腾向前和记忆意识的自动完成的双螺旋,对每个个体而言是一个流出和流进的水库。认识论上的认识,包括对象认识和反思的认识的双螺旋,反思从时间上把握是后思,是按时间的前行,不可能无穷后退的,比如我们反思某事,顶多反思到现在,反思到睡觉前,睡觉后就不反思了;从价值论上看,是在世界中的利益,这又是一个双螺旋结构,总共三个双螺旋。这就是黑格尔哲学中存在的三重含义:存在、有、是,存在对应于存在论,有对应于有价值,有利益。是代表知识性判断、命题。最为重要的是,我们发现德语存在的第四重含义,虚无的含义,在虚无中不仅包括历史性的过去和不可全知的将来,而且还包括了由利益座架的意志,这是作者对叔本华和尼采意志论的发展。将海德格尔为什么在者在而虚无却不在的遗憾贯彻到意志论中去,海德格尔曾写出厚厚的《尼采》。作者在这里对尼采和海德格尔哲学做出双重推进,思路是数学的。换句话说,作者发现了意志论的数学结构。

莱布尼兹首先提出单子论,按作者以时间座架存在(单子)的理解,可取$\Delta t=\mathrm{d}t$,微分的时间。康德在批判哲学以前,也建立了单子论,作者称康德的单子论为物理单子论$\Delta t=t$,物理的时刻,有限的时间,作者提出两种单子论,一种以$\Delta t=t_2-t_1$,$t_2>t_1$来座架,可描写观念,其运动速度可超光速,相应的莱布尼兹的单子论速度可趋于无穷,而康德的单子运动速度可小于光速。作者的另一种单子以$\Delta t=\infty$来座架,可描写大自然/宇宙(在本书第十章已扩展的意义上),相应的速度趋于零。关于$t,\Delta t,\mathrm{d}t$的区间和联系在费曼物理学第一卷中有很明晰的论述,像晶体一样透明的阐释。

细心的读者可能已注意到,本节已将不同的东西强制同时,本来$\Delta t=t_2-t_1=[t_1,t_2]$区间内根本不同时(有无限多个不同时刻点),但一旦取定Δt就一视同仁,不再区分时间的先后了,也就是说这一节相当于狄拉克方程,已将不同时强制同时,而上一节则相当于薛定谔方程,时间有先有后,从时间上把握存在确实还有很多海德格尔未完成的事业。

8.5 基于强制同时的社会理论

什么是社会？或者说社会是什么，是怎样的？这是一个有无穷多解的问题，就算局限于马克思的社会概念，就有十本以上的专著讨论。社会确实是一个熟知而非真知的概念，作者研究这一问题好几年，初步提出自己的见解，既不是全新的，也不是不新的。本质上还是如前文一样，整合费尔巴哈和马克思的观点。$A(t)=\{个人\}=\{P_j(t)\}, j=1,2,\cdots,N$，因为全部世界的第一个前提和结果就是每一个个人生活的历史性活动，这里个人虽然包括每一个人，但侧重点还在个人的人的独立性。

$$B(t)=\{人类\}=\sum\{个人\}=\sum_{j=1}^{N}P_j(t) \tag{8.14}$$

这里数学结构仍然简单，尽管 N 大到好几十个亿，但总归是个有限和，一个求和号就解决了问题。人类不同于个人的特点在于人类的生命相对于每一个个人 $P_j(t)$ 而言，具有相当长的寿命，近似地可取 $t\in(-\infty,\infty)$，这里的 ∞ 在潜无限的意义上使用（见本书第十章）。

第三个集合就是空集，$\varnothing=$ 所有除人以外的大自然 $=$ 除人以外的动物、植物、微生物，包括无机界。

第四个集合就是 C=关系世界，这里包括人与人之间的关系，人与非人物质世界的关系。按马克思的做法，大自然整个都是人的无机的身体，非人物质世界对人来说是存在着的无，因而

$$C=A\cup B$$

与作者的这个哲学体系完全一致。马克思有句话：人在现实性上是一切社会关系的总和，也就是说关系集合 C 才反映了社会的本质。

社会也可以用 4×1 矩阵表示为

$$\boldsymbol{\Psi}(t)=\begin{bmatrix}A(t)\\B(t)\\C(t)\\\varphi(t)\end{bmatrix}=社会,\quad t\in[t_1,t_2] \tag{8.15}$$

值得特别指出，在资本主义社会中，人本身有时也被物化了，例如劳动力成为商品＝物＝不是人，人格化的资本＝钱＝资本家＝不是人，所以空集$\varnothing$，这一存在着的无实际上包括唯物论中的整个物质世界，这也符合马克思关于辩证法定义中对事物的肯定理解中包括对事物否定的理解，具体到人就是对人的理解中包括人是人的理解，也包括人不是人（而是物）的理解，例如有人说资本主义社会流水线的工人是整个国家机器中的一颗螺丝钉。集合 A 代表个人世界，集合 B 代表人类意义世界，集合 C 代表人与人之间和人与人类之间的关系世界，关系又具有无限的多样性，最重要的是经济关系、政治关系、文化关系、军事关系、宗教关系和游戏关系等。理解了共时态的相互关系，再理解在社会价值/利益驱使下的各种认识活动，价值活动，生存实践活动。目前哲学界对个人世界的讨论注重内心世界，自由自觉的活动，对社会层面的价值活动和实践活动，毫无疑问是为追逐利益的，正如马克思所说，人们奋斗所争取的一切都与他们的利益相关。作者这一初步哲学探讨突

出了社会关系的本体论地位。似乎比目前的所有书都前进了一点,从根上确证了社会关系的本体论(社会本体的一个方面的意义上)地位。高云涌虽然对马克思的社会关系的逻辑进行了费力而不错的阐发,但对于为什么社会关系就能作为本体论成员,并不是笛卡儿式地清楚明白[6]。通过本节的澄明,关系再重要,也绝对不能有自己的独立王国,当且仅当 $\boldsymbol{\Psi}(t)=[A(t),B(t),C(t),\varphi(t)]^{\mathrm{T}}$ 整个作为社会的一个列向量,同时包括 $(-\infty,t_1)$,(t_2,∞) 的类似列向量及其相互关系作为整体,才构成了社会的本体,特别存在着的无是决不可缺少的,是整个人类包括每个个人的存在基础和结果。反之,实在论再重要也离不开个人、人类及其相互关系。物欲横流并不代表一切,还有没有包括的社会要素。所以我觉得王海明的《新伦理学》就很有片面性,仅仅突出了技术理性下的伦理。人其实还是有自由的自觉的内心世界和私密空间、超越性、兴趣爱好和专业特长,一句话,每个人的独特性,非普遍性还是值得尊重的。总之,我觉得本节提出的社会概念容量较大,比如文化则被作者划入 $[-\infty,t_1]$ 的过去。传统中文化主要是历史积淀。很多宗教都面向未来,面向永生,则被作者划入 $[t_2,\infty]$ 中去了,都在空集里。作者提出的强制同时了的社会概念还可以与时俱进地产生出时变的辩证法,正反合分。当然要做的工作还很多,这里只是一个提纲,在为马克思写注记。

杨国荣写过一本《成己与成物——意义世界的生成》[7],这本书我看了好几遍,很多地方写得还可以,但是其根本的出发点,为什么成己与成物就行了,则没有笛卡儿式地清楚明白地交代。本节的社会理论为《成己与成物——意义世界的生成》重新清理了地基,原来成己可以理解为 A、B、C 三个集合,也就是成就每个个人自己,成就人类自己,成就人与人之间,个人与人类之间的一切社会关系的总和,而成物则代表成就非人的空集(再次注意非人的空集中包含了技术理性支配下本来是人的非人)。这样解释之后一切才能通顺,此书也就可以在本节基础上重写了,特别是按上一节重新理解的认识论重写,代表了改变世界的含义。

哲学理论出发点至关重要,我想将来可以写本类似于杨国荣《成己与成物——意义世界的生成》的书,以排比的方式处理存在论、认识论、价值论和意志论。根据恩格斯的社会意志合力论,成物与成己的关键还在生产生活资料的生产活动,包括生产力与生产关系,经济基础与上层建筑等历史唯物主义的学说。现在作者的体系无疑比以往的西方哲学体系有更大的容量和更强劲、更清楚明白的表现力。阿伦特也有一本《精神生活 · 意志》的书。阿伦特将意志转化成意志能力、意志力,应该说只反映了意志论的一个方面,但与杨国荣的书接口比较顺畅,阿伦特的书其实质是对意志论进行了便于理解的简化,缺点是没有从潜在利益(需要)与既得利益(可消费资源)的拉力中突出物质生活资料的生产。把意志弄成一个纯精神的东西。作者赞成马克思、恩格斯物质决定精神的观点,按邓晓芒的话说,饿哲学家几天,他们就不再会大谈精神了。我也是挨过饿的人,知道精神工作者是靠广大劳动人民辛勤劳动养活的。分工没有贵贱,毛主席说,卑贱者最聪明,高贵者最愚蠢。

8.6 作者的初步哲学探讨与前人思想的关联

8.6.1 作者的初步哲学探讨与哈特曼思想的关联

我的好学生曾问过我,“老师,您的哲学与历史上哪个哲学家的哲学最相似。”鉴于当时语境是问及做哲学的方法,我略加沉思,五分钟后回答说,“德国的哈特曼”。

首先,哈特曼的哲学是把哲学的对象按某种规则分成几大板块,合起来又是一块。作者也是这样做哲学的,作者的多元论也可以看成一元论(合起来后)。分成几大板块的目的当然在于区分。哈特曼的工作主要是为范畴设立界限,避免范畴的误用,这是作者很认同的。

其次,哈特曼的哲学很有人类学的意味,从无机、有机、动物、植物、微生物再到人,比较适合我这样一个理工科出身的人进入哲学,比康德哲学好懂得多。哈特曼的哲学书的英文译本很容易得到,给学习和研究带来很大方便。

人都有品位,我与哈特曼的品位最接近,都属于一天到晚坐在那里看书的人。既不会玩文字游戏,更不会写诗,靠长期的勤奋和努力坚定地达到目标。

作者目前的工作正试着用完备多元论具体地说就是三元论和四元论,来重写哈特曼的哲学,相当于国内社会哲学、哲学和自然辩证法的一些书。没有多大困难,只要花点时间就行。作者的伦理学思想参考了哈特曼的《伦理学》,详见 8.2 节。与多数书不一样的是本书认为伦理学至少应先分四大板块,每一板块再按普通伦理学书来写。

关于什么是哲学提纲和哲学提纲应怎样写,马克思和恩格斯有标准的范文[8]。马克思《关于费尔巴哈的提纲》1845 年的稿本载于文献[8]第 54～57 页。恩格斯 1888 年发表的稿本载于文献[8]第 58～61 页。为什么《关于费尔巴哈的提纲》仅仅四页就是一个哲学提纲的论证,参见文献[9]第 213～244 页,第 510～511 页。提纲是有待展开的体系,体系的内核已在提纲中包含。将来写体系时可能有修改,有发展,但基本的精神和重要的基础已在提纲中。什么是体系,是一个没有定论的问题,海德格尔的天地神人四重整体,至死都没有发表。《哲学论稿》只是个残篇。谢林做哲学,首先就抛出一个体系,后来又不断修改。黑格尔很晚才拿出自己的体系,以后就不再改动。体系本质上是个西方哲学术语,是哲学研究的一种形式。后现代哲学普遍反体系。作者理解任何哲学家的哲学活动就是这个哲学家的体系。

作为作者与哈特曼相似的例子,我们先将人类世界按哲学提问的主要方式提出:存在论的是怎样的;知识论的是什么,意义论的有什么意义和价值论有什么用分成四大板块。再按作者的二重意向性的意向二重性和所意向的二重性分六种情况建立六个哲学分支,以上分支都以不同时强制同时的时间区间来座架,考虑区间之外又有四个哲学分支,所有十个分支合在一起形成总的世界论,在可知与不可知的意义上,在康德与黑格尔之间打上一个活结。根据具体情况采用中国的中庸之道。简要列写为

A=共在中的个人和人类(怎样的)

B=对象性活动中的个人和人类(是什么)

C=非人的物(意味着什么)

D=一切关联的总和(有什么用)

① 意向:A 和 B,主体(认识论与本体论的统一)
　所意向:C 和 D,客体(认识论与本体论的统一)

② 意向:B 和 D,
　所意向:A 和 C,成人和成物

③ 意向:A 和 D,人的本体论
　所意向:B 和 C,成事与成物(人的知识论)

④ 意向:A 和 C,社会哲学

所意向:B 和 D,经济基础与上层建筑

⑤ 意向:B 和 C,实践唯物主义(实践和物放在首要地位)

所意向:A 和 D,目的在于人的全面发展和社会和谐

⑥ 意向 C 和 D,人论,人的实际性

所意向:A 和 B,人作为对象

以上讨论都设定了一个时间区间,区间之外还有意志论、神学、信息论、历史论。十个理论合在一起形成作者的时变哲学或者说第 11 个理论:世界论。

8.6.2 作者的初步哲学探讨与爱因斯坦思想的关联

我在为杨本洛的书写的序中称我是爱因斯坦宗教的信徒,对爱因斯坦这样的伟大科学家非常崇拜。第四守恒定律的建立作者只花了三天时间,但爱因斯坦的两个方程使我停下来思考至少五百次,大学时代能看懂的相对论的书几乎看完了。我看出了相对论与数字信号处理的关联,并将相对论的核心概念用于哲学。狭义相对论与广义相对论的关联(不同于爱因斯坦的原创解释)也由作者发现了。爱因斯坦从狭义和广义相对论理解牛顿定律,作者从牛顿定律反过来说明狭义相对论和广义相对论。作者给出了刚尺和原时不变性的数学证明,并用轮子取代刚尺和原时在时空相对论的基础上建立任伟的空间相对论和时空相对论,完成了从牛顿到爱因斯坦的否定之否定。

8.6.3 作者的初步哲学探讨与牛顿思想的关联

对牛顿的绝对时间的均匀流逝作出 $\frac{\partial}{\partial t}$ 的理解。估计 $E=mc^2$ 的变形 $\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{\partial m}{\partial t}c^2$ 也可以按 $\frac{\partial}{\partial t}$ 来理解。将牛顿第三定律用于狄拉克方程的物理意义的澄明;将牛顿第二定律重新相对论化以理解狭义相对论;将牛顿第二定律再求一次时间导数以理解广义相对论何以可能;给出惯性系的微分方程定义和代数方程定义;找出惯性何以可能的答案。惯性是由自然的结构决定的,也就是通常说的宇宙的形状决定了惯性系的存在(参见本书第十章)。以牛顿的绝对时空座架爱因斯坦的相对时空形成的作者的相对中的绝对时空或者说绝对中的相对时空。第一推动是个科学概念,在自然面前,第一的时刻并不存在。牛顿的贡献在于将并不存在的第一以初始条件的形式第一化了。

8.6.4 作者的初步哲学探讨与达尔文思想的关联

将达尔文的遗传与变异的进化论整合进辩证法的四条规律中的三条。将遗传与变异的物质和信息载体 DNA 作为双螺旋哲学的象征。双螺旋并不只是两根螺旋,双螺旋更是一个生命整体,有生育功能。从而正反合必然修改为正反合分。表现了新事物的不可抗拒的产生。

8.6.5 作者的初步哲学探讨与海德格尔思想的关联

关于海德格尔的著作,中英译本基本都看过(超过 20 本书),关于海德格尔哲学的研

究著作也看了 10 多本书。海德格尔将存在论（本体论）与认识论对立起来，似乎可以由存在论取代认识论，作者通过物理学的方法，研究表明这只是一阶近似，而要将本体论与认识论统一起来的二阶近似也是可行的。引用北京大学张世英在《哲学导论》中的在世界之中和世界之中前提下的世界之外，结合作者的世界性历史化的场就可以实现本体论与认识论的统一，基础是作者的完备二元论。

作者的完备二元论正是为了回答海德格尔的提问为什么在者在而无却不在？这在各章和前言、后记中都有涉及。有必要申明的是，海德格尔的无与作者的无不一样，作者理解海德格尔的无来源于中世纪神秘主义，是一个无限的无，而作者的无则是从有限的时间区间来把握的，绝对静止＝绝对运动，若从无限来把握，几千年前就有了，作者的贡献在于赋予绝对静止＝绝对运动有限的意义，比如可以用于物理学。爱因斯坦的工作就是赋予洛伦兹变换以物理意义。

海德格尔的世界概念太过繁复，不利于数学化。作者的世界概念接近许茨的社会世界概念，仅包含当下的有限个人，一切其他事物均变成非人。非人也包括非当下的人，而海德格尔的此在包括一切人，思考起来困难重重。简单地用中世纪的无是很难量化的，作者将无限的无用有限化的方式来通达，易于量化。另外，海德格尔的常人，经作者改写成有限种常人，而且作者的常人也是随时间变化的，这只要引入多散射理论中的变形玻恩近似就可以讨论。详见王志良、任伟著《电磁散射理论》[10]第三章。当然对海德格尔哲学的最大改造是在本书后记中提到的信息化改造和重铸，人怎样写自己的历史？从事实性和可能性出发去排除不确定性，产生新的事实性和新的可能性。这是作者对海德格尔哲学的高度提炼。

作者的真理观是在海德格尔真理观上的发展。将一个向量的真理展开成四个分量的真理，海德格尔的真理作为一个重要的分量。也就是说作者的真理是存在论真理，认识论真理，价值论真理和融贯论（意义论）真理的统一。作者的真理定义是：真理是个和谐的意义体系，其发生被人类社会的利益追求所座架，发生后受认识和实践的检验，也受价值的支配和意义体系的修正。真理既有事情本身的成分，也有意识形态的成分。什么是桃子的滋味（桃子的滋味是怎样的）和桃子的滋味是什么？前者是存在论的真，后者是认识的真。实用主义的真理有用就是真理，可以看成是价值论上讲的真。而康德所谓观念的 100 元与实在的 100 元一样是从意义上讲的，观念的 100 元与实际的 100 元在意义上不多不少。一切发生了的事都真。意义的真的关键是有没有，有没有意义。有没有钱，钱是真理的预设。在弱永恒条件下，任何时间都不可区分，人就活在永恒之中。在世和死了并无区别，既不更好，也不更差。不是因果关系而是根据联系，因为活着和死去都已成真。发生的事是真理，想发生的事也是真理，真理中有真假，做梦都是真理，因为真的做了梦。幻想都是真理，因为曾经幻想过。目的先行，发生随后，认识再后，结果呈现意义。如果将不同时强制同时则目的和意义同时发生。实践、认识、价值评判、审美评判则“同时”发生。

作者很认同海德格尔的语言观，无语的话语才是语言的大海，每个人说出的言语只是语言海洋上的浪花。无意识是意识的大海，意识只是大海上可被注意到的浪花。作者语言哲学的第四个元素正是海德格尔无语的话语。

作者对海德格尔哲学的最大发展是关于被知觉性的提炼，根据作者的双重意向性，也就是意向的二重性和所意向的二重性，意向的二重性对应着主体的二个世界，所意向的二

重性对应着客体的两个世界,实践本身有主体、客体、主客体关系三个世界,加上作者完备性二元论的第四个世界,完成了 3+1=2+2 的本体论和认识论的统一,顺便完成了教育部悬赏的实践唯物主义哲学体系建构。

A=客体世界 2=共在的个人和人类=人类社会世界之中的个人和人类

B=主体世界 2=对象性活动中的个人和人类=人类社会世界之中的前提下超越到人类社会世界之外的个人和人类

C=非人的事物=客体世界 1

(包括生物学意义上的而不是社会学意义上的人和资本主义社会下作为资本的资本家(非人)和作为劳动力商品的工人(非人))

D=一切关联的总和=主体世界 1=社会化历史性的人赋予意义的一切人类活动

意向的二重性指向 D 和 B。所意向的二重性指向 C 和 A。关键难点在于对于 D 的理解,必须按照马克思从主体方面去理解,一切关系和联系都是人赋予的。物之间包括动物之间本无关系更无联系,一切的关联都是人赋予的。另一方面,一切的关联,一切的现实性,一切的实际性,都是客观的。共在中的个人和人类作为客体世界也多少需要解释一下。首先是生产的逻辑需要把世界上万事万物,理解为成人与成物。其次是从成物要看到成人,成物的根本目的和依归在于成人。当然集合 A 包含无限丰富性的个人和人类世界,本不可用二元论完全刻画,仅可用二元论表征。这是哲学的无能和力量。马克思说,社会生活在本质上是实践的,作者补充说,一切实践都是在作者定义的社会中的。这样实践唯物主义的 3+1=2+2 就做成了。归根到底是对虚无的理解,不同的意义上有不同的空集。在不实在的意义上,关系就是空集。在非人的意义上事物就是空集。在海德格尔意义上,人总是存在论上的人,对象性活动的人就是空集。因为人总是社会中的人,在社会之中跳到社会之外是一种哲学抽象,根本上是不可能的,所以用空集代表并不错。在实践唯物主义者看来,离开对象性活动,特别是物质生产活动空谈什么生存是没有意义的,所以空洞的共同存在或者说个人内心世界是没有意义的,可以用空集来代表。世面上关于实践唯物主义的书很多,有的还很厚,作者基本上看完了,但都没有形成真正从纯粹哲学学术层面看完备的体系。作者这里的论述虽很简洁,但已形成了思想的体系。作者 1992 年 9 月 1 日美国应用物理杂志首页的文章,审稿意见是对有趣问题的简洁而优雅的处理,尽快发表。仅仅 2 页纸,却解决了以前 100 多页纸都没解决的问题,作者这里的两页纸也有类似的功能,已形成了体系并解决了有趣的问题。如果以外国哲学的标准,作为一个外国人已经完成了一个哲学体系。是否是体系,关键看有没有说服力和原创性,而不在于长短,柏格森说一个哲学家一辈子只能发现一个哲学亮点,作者的亮点就在这里。我思故我在已是体系,存在就是被感知也是体系,规定就是否定也是体系。作者的绝对静止=绝对运动也可形成体系。作者是在构建自己哲学体系时顺便解决了实践唯物主义体系建构困难。谢林 20 来岁就提出了自己的哲学体系。3+1=2+2 也是体系。

最后海德格尔在《存在与时间》即将结尾的时候,对黑格尔的时间概念进行了“强暴”。(见张汝伦教授 120 万字著作,厚度与本书相当,深度还可以,请见第八十二节,第 1107~1124 页,当然前面还有关联的不少页可能也得看看。)作者从中受益很大。概念的运动是对“差异的差异”的“差异的差异”,也就四阶时间导数,这是作者对海德格尔的“强暴”。(再次请见前面所引张汝伦教授著作,海德格尔对康德也有所“强暴”。)这也就是作者在本

书后记中提出作者力学的秘密，以加速度座架来自于黑格尔的概念辩证法，只不过不是来自于黑格尔的原始版本，而是经过海德格尔“强暴”后的版本，作者力学是对“强暴”的“再强暴”。所以让人难受。

如果允许作者对信息论的历史进行“强暴”的话，任伟说海德格尔才是信息论的开山鼻祖。至少海德格尔是从主体方面去理解信息的先驱，作者则将其进一步完善。海德格尔的时间的到时，最有信息论味道，我们常说，到时你就知道。不是不报，时候未到，等等。海德格林的另一哲学开端作者认定就是基于 Hamilton 力学的，仍是形而上学的一种。作者的哲学也是形而上学的一种。

8.6.6 作者的初步哲学探讨与霍金思想的关联

明白霍金辐射的奇妙。不满霍金和爱因斯坦将过去和将来对称处理，从而走上研究哲学的道路。

追问大爆炸之前又如何？基于时间的绝对不同时的自然哲学反动霍金基于不同时强制同时的宇宙学。

否定了时空就是宇宙的思想，赋予宇宙新的含义可统一两种宇宙学，也可更名为自然哲学。详见本书第二卷第十章。

8.6.7 作者的初步哲学探讨与康德思想的关联

康德学说：人为自然立法，极大地彰显了人的主观能动性。用康德的内外感知学说，人的外感知是空间，人的内感知是时间，那么甲看乙时应看得出空间和时间，因为乙的心中有时间。作者做的就是把乙的心中的时间显现出来(外化)，先将乙抽象为有分针、秒针和时针的钟，分针、时针和秒针在转动，再将不同转速的轮子转动起来，完成了对康德哲学的伟大应用，建立了四维时空的三维描写。爱因斯坦还是用刚尺和原时建构其直线化的(非耦合的)时间和空间。受康德人为自然立法思想的启迪，作者对自然的立法是用轮子，完成了时间和空间的自然耦合。轮子转一圈同时测量出长度和时间。实现了时间的外化(黑格尔哲学强调观念的外化，特别是绝对精神的外化)和几何化(爱因斯坦和杨振宁都重视物理学的几何化，并说很多定律都是几何化得很深的)。

康德说他的哲学实现了主客体的哥白尼革命。作者遵循康德和哥白尼理论实现了自旋的哥白尼革命：由纯量子效应变成纯经典效应。

作者还由康德的物理单子论建立了观念单子论和 ∞ 单子论。康德的可知的现象世界和不可知的物体自身是典型的 $2^1=2$ 的哲学体系。爱因斯坦深受《纯粹理性批判》的影响，也用两个矛盾着的公理建构体系。康德已经指明这样的体系必然走向二律背反，应该说不是一个好的体系，是一个“羞羞答答”的二元论。其实有的哲学书讲物质和精神，或者存在和意识，也都是“羞羞答答”的二元论。

8.6.8 作者的初步哲学探讨与笛卡儿思想的关联

笛卡儿除了用我思故我在，$2^0=1$ 的一条公理建构自己哲学体系外，公开提倡身心二元论。作者的哲学是对数学家笛卡儿二元论的数学化完成，在拓扑空间完备性的意义上完成。完备的二元论都是四个元素。作者还将笛卡儿的二元论推广到多元论，完备的

N 元论都包括 2^N 个元素,体现了二进制时代的时代精神。进一步利用 $\infty = 2^\infty$ 得到

$$\frac{\infty}{2^\infty} = 1, \quad \infty - 2^\infty = 0 \tag{8.16}$$

8.6.9 作者的初步哲学探讨与 Maxwell 思想的关联

Maxwell 是场的发现者。作者将其用于人的研究,特别是用意义场穿透主体间性。Maxwell 用齿轮转出了无源情况下的两个旋度方程,作者用旋转的车轮描述狭义相对论。电磁学孕育了相对论和规范场。通过反转 Maxwell 的逻辑建立引力场中的电磁场(统一场论)。

8.6.10 作者的初步哲学探讨与尼采思想的关联

确实,股票市场每天都在进行着"重估一切价值"的实践。作者将这句话数学化。建立了与马克思经济学不矛盾与物理学一致的价值论,而且通过时间的区间化澄明了意志论两头在外的数学结构。

对于尼采语言的诗性,作者是无论如何努力也达不到的,作者认同尼采不做常人而要做强者的呐喊。人生是欢乐的涌泉,偶尔也有深沉的悲痛,这是本书开篇提及的作者学术成果中"涌泉交响曲"的出处。

8.6.11 作者的初步哲学探讨与萨特思想的关联

萨特的思想对作者的影响很大,精装《萨特文集》八卷集早就买来放在家里书架的显要位置上,经常翻阅,尤其是小说卷的第一卷更是作者爱不释手的好书。坦白地说,第八章的谋篇布局就受到萨特的影响,特别是他的自传体小说《文字生涯》对作者第八章的附录有不可忽视的影响。《文字生涯》是诺贝尔文学奖的主要获奖作品。自我剖析、自我批判、自我发现,自我扩张和自我认识跃然纸上。第八章附录从内在精神上模仿了萨特的写法。以文学表达哲理和思想这一点上作者与萨特是相同的,只是本书很多时候还在科学的舞台上,但内在的精神是相通的。比如左右的对称性和新时代背景(汽车文化)下的刻舟求剑就以某一天的日记来形象地而不是概念的澄明,这是从萨特那里学来的。

哲学上来看,作者重点阅读的是《存在与虚无》、《辩证理性批判》、《自我的超越性》三本书。哲学由时间序列来写是作者从萨特著作中提取出来的精华,并由作者将萨特的一维时间序列扩展为二维的时间序列。萨特的哲学中还涉及三体关系。这在作者 1994 年与王志良博士合著的书中第三章有详尽的阐述,是完全可以数学地移植的。也就是说,第八章虽然仅仅限于北京大学张世英老师提及的世界之中和世界之中前提下的世界之外的二重性描写,仅仅涉及两体关联,要推广到三体、四体、五体相关并不困难,理论上可以包括无穷阶的相关。换句话说,萨特提出了问题,作者给出了萨特所提问题的数学化解答。个人和人类的关系也受到萨特《辩证理性批判》的影响。

萨特以自由概念统帅他的文学和哲学,秉承了西方哲学特别是德国古典哲学的传统。而作者哲学的拱顶石则是作为人类活动一切关联总和的场,受到马克思的影响,而有所发展,这是作者电磁场理论专业背景决定的一种必然,似乎与中国文化的根也更接轨。关系为何物中国人还是更有感性认识的。

8.7 《普通语言学教程》选讲

我不仅是作者，更是一位教师。只是学生这次是自己儿子任韫灵，对别人是有教育学意义上的参考价值的。这一节的内容系 2006 年暑假作者与他儿子一起学习哲学上的结构主义开山之作，瑞士费尔迪南·德·索绪尔著《普通语言学教程》的课件。这是一本世界名著，先写出每章中心思想，在逐字逐句精读的基础上，由任韫灵向我作出演讲，演讲前有 PowerPoint 的演讲稿，由我就学术要点和难点作出点评和提问，任韫灵再阅读。一切都是英文(英文书、英文演讲、英文提问、英文写作)。由于任韫灵学过法文，而此书原文为法文版，例子也有很多涉及法语，所以作者虽为父亲和老师，但对这本书的理解，就字面意义而论，我想，我也并不一定比任韫灵理解得更好，当然在字面意义之外，我的理解能力和哲学修养当然比任韫灵还是强一些的。这次出版，基本上按原来任韫灵在我指导下写出的英文稿英译汉而成。任韫灵和我是这几节的共同作者。我们研究这本书费去约两个月的时间。那一年任韫灵面临升大学，上午、下午和晚上都有课，无节假日，无星期天，都是任韫灵讲，我听为主。物理学是用的费曼的物理学讲义，三卷集，微积分和线性代数是用的加拿大 Waterloo 大学的本科水平教科书，语文就是索绪尔的《普通语言学教程》。这次高强度补课，是在 2004 年、2005 年补课的基础上进行，微积分和费曼物理学 2004 年就开始了，我认为这次一对一教学是非常成功的，因为前一年任韫灵总评是 92，补课前的那年是 93，我爱人张敏对任韫灵进行了批评，因为 95 的目标没有达到，把任韫灵说哭了。任韫灵说妈妈，我已从 92 上升到 93，而很多同学都在下滑，我的分数已在上升，不但没有得到鼓励反而还挨批评，很委屈。并且进一步说，加拿大拿高分并不容易，由于我和张敏都没有在加拿大上过高中，也搞不清楚到底怎么回事，但是无疑是有紧迫感的，因为加拿大并无高考，考大学就看最后一年五门课的成绩，成绩以平时作业、课堂发言和半学期和期末考试为依据。90 和 95，甚至 93 和 95，正如儿子所言，看起来只一点点，但其实差距是很大的，换句话说 95 分的目标是很难达到的。比如说，我儿子当时物理只 80 多分，要到 95 分，并不是一句话的事。物理是我最擅长的领域，我重点给我儿子讲了，重视物理概念，重视物理思想，重视物理洞察力，也就是不仅从物理知识的角度，而且要从哲学的角度、方法的角度提高对物理的理解和认识。另外我也强调语文的问题，不只是在语文课上学，也要在物理、哲学、化学和生物等各门课上学，理解并欣赏这些书的写法、这些书的结构，以欣赏的目光理解这些课本的语言和写作特点。也就是要把物理书当成语文书来读，这样才能全方位地提高语文水平。我曾经给任韫灵讲授小学 12 本语文书，中文版的两遍。语文是我一直十分重视的。经过两个月的高强度训练，任韫灵终于掌握了读书的方法，比如物理，下一年都在 95 分以上，实现了飞跃，很多时候都是 100 分，最后以全年级唯一 90 分以上的成绩(97 分的总评成绩)毕业。七门功课全校第一，语文以解构主义的演讲获得老师和同学的好评，被邀请到好多个班上做演讲，遗憾的是，语文虽以百分制 96 分毕业，但并没有拿到第一。第一名是一名德裔犹太人女生 Victoria Haken，她到底多少分我不清楚，看来德国人尤其是犹太人在语言和哲学方面在天赋上还是有优势的，另外，任韫灵的母语是汉语，汉语与英语的差异当然比德语与英语的差异大。文化方面，德国文化与加拿大文化比中国文化与加拿大文化更接近。此外，有的女生在语言能力方面天生也

比男生强。加拿大上课很多时候需要演讲,个人形象也能起作用,Victoria Haken 形象也不错,老师可能也对她印象不错。但不管怎样,语文能得 96 分,百分制的 96 分,也是我们父子俩共同努力的结果。结果高中最后一年任韫灵以 96.5 分的优异成绩(全校第一,一所以犹太人为主的学校,全年级仅两个中国人,另一中国人女孩的爸爸是麦大的教授)考取加拿大滑铁卢大学的特许会计师专业。加拿大滑铁卢大学的本科教育连续多年被评为加拿大第一,因为是小班上课,反之多伦多大学也许学术水平和博士水平高于滑铁卢大学,但本科是大班上课,可能大教授们对本科教学也不能倾注过多心血,所以很多专业多伦多大学的本科是不如滑铁卢的。这次的《普通语言学教程》学习,一是开阔视野,精读一本哲学书;二是把哲学书当语文书来读;三是掌握文科的学习方法,比如从共时态、历时态把握文科的学术研究。个人认为这是教育上典型范例,我的很多研究生埋怨老师这不好那不好,而不从自身的学习方法、学习目的和学习态度上找原因。有我儿子的成功的经验,才有资格这么说。

邓晓芒出版了康德纯粹理性批判的句读,也就是对康德名著进行逐字逐句的讲解,这里的文字基本上是对索绪尔《普通语言学教程》的每章细读,8.10 节写出整个普通语言学与作者双螺旋哲学的关联,是对胡塞尔《逻辑研究》的批判性继承,也是本书所谓完备二元论在普通语言学上的实现,是在意识哲学领域内对笛卡儿二元论在语言学转向后的完成。胡塞尔在逻辑学领域上让心理主义归入档案。我们在 8.10 节试图在意识哲学领域让心理主义在某种意义上复活,关键是时间作为区间是同构的,或者说拓扑同胚。人心对对象的认识(音响形象)尽管有差异,但同民族的人在使用同一种语言进行意识时对对象的音响形象是拓扑同胚的,所耗费的有限时间是与区间 $[-1,1]$ 或者 $[0,1]$ 同构的,因而从永恒意义的一元论到永恒意义和有限持存音响形象的二元论的推广还是可能的,《逻辑研究》也是可以补充的。

8.7.1 语言学的对象

很难精确地识别语言学的研究对象。当一个人发一个词的音时,很多语言学对象出现,包括声音、观念的表达和词的导出,这些对象中的哪一个是语言学的对象取决于这个人采取的观点,观点没有选取之前,语言学的对象也没有给出。预先也不知道哪种观点更好。

不管用哪种观点,每种观点总有两种互补的方面,举例如下:

① 耳朵听到一个声音但声音本身是不可能的,如果没有一个来源。另一方面来自一个源的声音将是无用的,如果没有耳朵听见这个声音。

② 言语声音没有独立的存在,它们总是和观念组成一个复杂的单元。

③ 语言既具有社会的又具有个人的方面,没有另一方面,一方面将是不可理解的。

④ 语言在任何时候都是一种当下的制度和过去制度的产物。

“语言学必须拿语言结构的研究作为主要的关切,并且把语言结构与所有其他语言显示联系起来”。

语言结构是语言的基本部分,它是语言机能的社会产物并允许这种语言的所有成员练习这种语言机能。语言既属于个体也属于社会。

为了识别语言中语音结构的角色,人们必须研究言语行为。

言语是一个回路,至少需要两个人才能组成的回路。运行路线如下:从一个人的头脑然后到他的口,再到下一个人的耳朵,最后到下一个人的头脑,下一个人再说出话来,还是从头脑到口再到第一个人的耳朵和大脑,过程完全一样而回路得以完成,这只是一个粗线条,还可细化。

所以语言学地关联起来的人都有同样的语言符号与近似一致的概念相联结,这是对话何以可能的前提,充分体现了语言的社会化约定俗成性,就像经常看电影,地下工作者与同伴发电报,总是有一个共同的密码本。语言也是一样,人的语言机能,对人和事的理解,尤其是到了概念的层面(这只有充分的教化才可能)是近似地相同的。语言是一种个体行为,要求说话者用语言提供的编码表达他的思想,而听话者刚好同样具有语言提供的编码或者说具有解这种语言提供的编码的能力。在计算机时代,计算机通信就依赖于同一种编码、解码体制,语音系统是更加智能化的。索绪尔的年代还没有计算机,但人能说话和人能听同一种语言的话正是由于对于同一种语言,在符号的意义上,所有操同种语言的人有同一种智能化的编码解码器放在身体内,特别是有大脑和耳朵,也许还包括眼睛这个关键部件。

言语一般是丰富多彩的,但语言系统是自然一致的。语言是具有联结好的意义和声音模式的符号系统。

语言符号不是抽象的,它们是可认知的而且能用文字表达,而要对言语行为照相却是不可能的。(这是索绪尔的时代局限性,照相固然不能反映言语行为的全貌,但录像则宛如行为,很多人学英语就是从电视上学,看着言语行为的录像学,如当年大家学"Follow Me",当然录像也有局限。)

符号学研究符号行为作为生活一部分的角色。

8.7.2 语言的语言学和言语的语言学

语言学怎样发音,不是语言系统的部分。(索绪尔的观点不全对,似乎只有人,现代人才有发多音节音的能力,在这种意义上,特别是在把语音理解为一种语言能力上,发音也是很重要的,说话的第一步是口齿要清——作者注)

语言研究包括两部分。基础的部分是语言本身,是社会的而不是个体的。(这句话也需要正确理解,是社会的应理解为是一种社会化的约定俗成,不是个体的主要指个人难以改变语言,主要是遵循、学习和应用社会化的语言。但另一方面,所谓社会化最终还是要落实到人,特别是落实到每个人,在这个意义上社会化的语言也是个体的,是社会化在个体上的实现了的个体化。社会不是空洞的,是由说话的所有人组成的,而且在语言学意义上仅由这些人组成——作者注)补充部分是个体的部分由言语和语音组成,这两个研究对象联系紧密。因为没有言语也就没有语言(语言在言语中建立),反之语言对言语也是必要的,如果要创作出可理解的言语产物。

言语引起语言的演变,言语既是语言的仪器又是语言的产物。

8.7.3 静态语言学和演变语言学

语言学不同于很多别的科学,它与时间关系挺大,图 8.1 画出了对时间的区分。

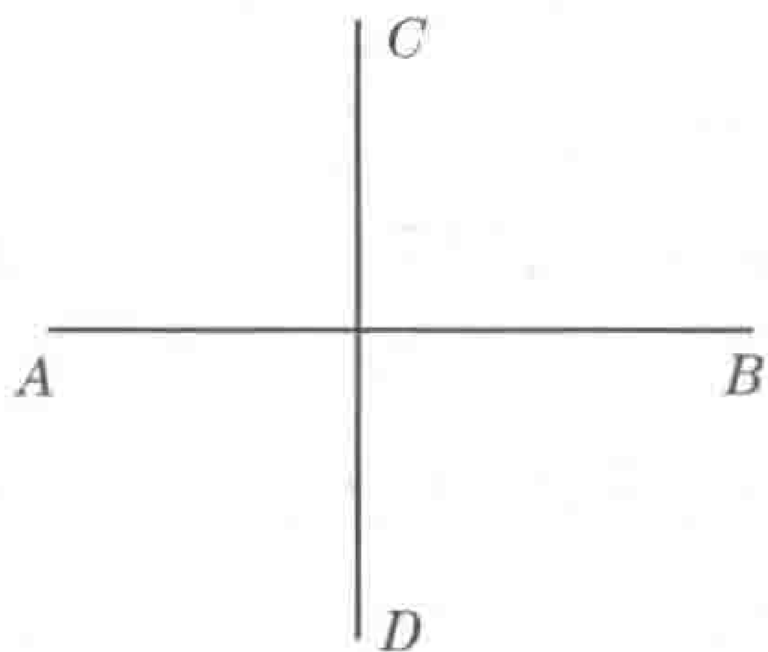


图 8.1　对时间的区分

同时轴(AB,水平),这个轴关切统一时间共同存在的事物而时间不包括在内,按作者的哲学术语,AB 轴上本来时间也有先后,也是不同时的,但由于可以阐明的原因,我们可以将不同时强制同时成一个时刻,这就是时间不包括在内的真实含义,索绪尔在他的著作上有相当清楚的好几段说明,这一时间区间对于语言学研究可以是相当长的时间,如 100 年。

相继轴(CD,垂直),沿着这个轴,时间总是相继的,时间由总是存在大小的一些时刻组成,一次只能考虑一件事,也就是说不同时刻的同一事件要当成不同的事处理。简言之,按作者的哲学,在 AB 轴上,时间作为区间,为了研究的方便,在本来不同时的 AB 区间中的所有时刻,事都是不变的,因而可作为一个状态来刻画,在 CD 轴上,时间作为有序的时刻。从事件的角度看,在 AB 轴上事件定义在区间上,是区间的函数,在 CD 轴上时间定义在点上,是点的函数。

所以,语言学分成两类:静态语言学和演变语言学。为了使对照更为有效,静态语言学称为共时语言学以联系每一静态方面。(这是什么意思呢? AB 作为区间的宽度是可变的,AB 的中心点也是可变的,静态太强了,其实静态是静态,也是可变的,共时,把不同时强制同时才是共时的本义,因而更好——作者注)演变方面称为历时的。

人们只能讨论共时语言学或历时语言学之一而不能同时考虑共时语言学和历时语言学。因为从前提批判的角度来看,共时语言学和历时语言学的前提是不一样的。例如不能从共时语言学的前提出发推出历时语言学的结论,这是典型的从时间上把握存在,通俗一点,讲完共时语言学的故事再讲历时语言学的故事是可以的,反之亦可。但讲共时语言学的故事中搅进历时语言学的故事则是不行的,这一点涉及科学研究的基本方法,值得花时间沉思。

现代语言学家关注历时语言学而 16 世纪或更早的语法学家则聚焦于共时语言学。

一个词在任何时间可以由水平轴来代表而这个词在时间上的发展可由垂直轴表示。

历时发展一般不改变整个语言系统往往仅涉及特定的语言条目,因此是局域分析。

语言学状态总是具有随意性,这意味着改变发生总是碰运气或靠运气。

语言是一个系统,系统的每个部分同时存在互相依赖。

既然改变只发生在个别部分而不是关于整个系统,所以这一个别部分可以独立于系统来研究。

索绪尔用语言与国际象棋作对比,来阐述上述原则。

在语言学研究中,共时观点比历时观点更重要。共时研究一次仅包括一种语言。共时研究仅有一个方面,历时研究有两个方面,一个随时间的前进向前,一个随时间的流逝向后,而且一次可以包括多种语言。

8.7.4　语言的具体实体

语言学符号不是抽象的而是具体的实体。

任何语言符号仅能存在于能指与所指捆在一起的时候(第三个要素),以水为例(第三个要素),氢和氧是(第一和第二要素)符号,包括能指和所指,但符号是不同于能指和所指的第三要素,脱离符号不能谈论能指和所指。

语言是一个基于具体单位的对立的统一。语言的单位是通过把线性的语音链根据语音链的每一部分的意思和功能使它们彼此分开成划定了界限的实体或单位,无形的语音链被切割成一段一段的。早年的磁带是说明这段话的很好的例子,可以将有形的带子切成一段一段的,如果每一段对应于语言的单位的话。语言区别于其他符号制度的特性在于语言是一种具体实体。

8.7.5　句段关系和联想关系

任韫灵这里没能很好地抓住问题,很多重要的问题没有进入他的视野。简单地说,第一句型:主谓宾可用“这是一本书”代表,这一句子本身是一个句段关系。也就是时间上有先有后的语音链。但主语又有各式各样的主语,谓语也有很多相关的谓语,宾语也有各式各样的宾语。每一成分可替代当前这一成分的其他表达构成了联想关系。索绪尔原著有清楚表达。

言语中的词一个接着一个的连在一起。基于序列的组合称为句段关系。

言语外,有共同点的词被结合在一起,例如,当想到一个特定的词时,它的同义词往往也随后来到心中,这称为联想关系而不基于序列。

序列中两个或多个术语之间成立句段关系,而记忆中的一部分术语之间成立联想关系。句段关系不仅可用于词而且可用于一群词。句段关系用词的组合创造很多表达式,成语也被创造和理解,因为人们能理解句段关系,联想关系在心里创造而且人心试图联想尽可能多的术语与一个单一术语的关联,一个联想群没有固定的条目数或固定的次序。

8.7.6　语言的机制

语言结构由句段关系和联想关系组成。

几乎所有语言学单位依赖于它的环境,所有个别单位相互依存,较大的和较小的单位相互依赖。

有句段关系的词可以分析成更小的单位而每一单位可以有联想关系。

语言的随意度可以确定,某些符号是本性任意的而另一些则是相对任意的,词 20 和词 9 都是任意的,但 20 就没有 9 那么任意。

8.8　《普通语言学教程》绪论中心思想

《普通语言学教程》是一本根据费尔迪南·德·索绪尔的学生所做的索绪尔关于语言学的讲课笔记编辑的书。这本书在索绪尔去世后的 1916 年初次出版。这本书为现代语言学和结构主义奠基。根据英文 Collins 字典,结构主义是社会科学的一种方法,对文学

而言结构主义将文学的主题改变为由一些隐藏着的统一规则引起并组织起来的主题。索绪尔的《普通语言学教程》是结构主义运动的开山之作之一,方法是用语言的元素和结构的比较和对比。这本书分为五篇并由较长的绪论开始(也可以理解为六篇,因为绪论也很长)。绪论是组织得很好的一篇。绪论包含许多这本书的主要观念以给读者一个关于在本书其余部分什么可期待的简介。

因为绪论布局得很好,因而可为读者提供全书的逼真的整体观点。开始,简要的语言学的历史背景被提供作为第一章。读者发现语言学在成为当今研究对象以前通过了三阶段的演化,尽管研究对象没有明说。接着,读者被告知有关语言学如何收集数据和语言学与其他社会科学的关系的信息。两章充分的背景信息之后,第三章介绍语言学研究的真实对象给读者,这里读者可以获得语言学目标的一般观念而且同时读者得知结构主义的基础不明显地通过语言学解释。研究目标本身将在本简介的后面讨论,既然读者有了什么是语言学的基本概念,语言学的结构被简要地说明了。这一快速说明伴随着在语言学结构内和语言学结构外的内在因素和外在因素的分类。在绪论中索绪尔作了很多比较以展示结构主义的研究方法,也就是比较和对照一种语言现象基本的元素。后面两章是关于这样的论题。很多人认为这样的论题是语言学的一部分,但它们实际上不是。特别地,书写被声称为外在的因素。这两章有助于为读者澄清语言学的研究对象。绪论包括一个含两章的关于音位学的附录,音位学在本书其余五篇多有涉及,利用简洁而富有信息的结构。绪论为读者提供了背景信息、研究对象和研究目标等。

从上述结构很好的绪论中,三个主要的观念已向读者展示:一,语言学的对象很难定义并对透彻理解这一语言学研究是至关重要的;二,人们必须能区分什么是和什么不是内在的语言结构,然后对内在的语言结构和非内在的语言结构做出比较和对照;三,人们应该提取结构主义的隐藏信息和对一个语言现象的基本元素进行比较和对照的研究方法。第一个主要观念是语言学的研究的对象,这一观念很早就提出以为本书其余部分座架读者的心态。语言学的研究对象定义为主要是关于语言和言语的结构(共时态的语言学),语言和言语的随时间变化的历史作为补充(历时态的语言学)。"语言学家将语言结构研究作为他的主要关切,并将语言的所有其他表现形式与语言结构相关联"。索绪尔陈述了错误定义语言的研究对象的后果和正确定义语言的研究对象的重要性,如果读者希望成为一个语言学家的话。错误定义语言的研究对象包括外在因素和书写,它们不是语言学的一部分。然而,《普通语言学教程》试图向读者这样表达:书写对研究语言是基本的和有帮助的,但它不是语言学的重要关注点。与语言学的研究对象相关的是第二个关键观念,该观念强调区分内外语言学的重要性,正如本书所描述的,语言和言语是包括在内语言学中的独特两个论题,而所有其他事都是外语言学,换句话说任何语言和言语之外的事都是外语言学的研究对象,能够决定什么是基本的什么是辅助的,将使人行进在研究语言学的正确道路上。最后一个主要观念隐藏在整个绪论的文本中,结构主义并没有被作者明确提及,但结构主义隐含在绪论这一篇的很多例子中。正如前面已定义的,结构主义是一种社会科学方法和一种文学方法,它可以看到的主题基本研究方法是找到一个现象或论题的基本的元素和基础,然后比较和对比这些已发现的元素。在整个绪论中,索绪尔做了很多比较作为例子。在定义语言的研究对象时,他对照了语言和言语,然后比较和对照了内外语言学,最后在附录中分析了不同的声音类型和发音程序。分析事物的类比方法是新

的，而通常人们称索绪尔为结构主义创始人。总之，包含在《普通语言学教程》巨大的信息的海洋中的三个主要论题是：语言学的研究对象，内外语言学的清楚区分和关于结构主义的微妙信息。

仔细的一清二楚的结构和使关键观念自身站出来的能力使《普通语言学教程》绪论成为全书很好的导引。读这本书之前，我没有语言学的知识。因此，每一个概念和每一个想法对我来说都是新的。然而有几点最能打动我。首先，我发现语言学的真正定义和语言学的研究主题是非常有帮助的。这为书的其余部分给我一个心理格局和准备好的我，这也使我避免了在阅读本书其余部分时的一些主要的可能错误观念。另一个我发现有趣的主要论题是结构主义的观念，包括结构主义的意义和研究方法。比较研究是一种非常独特的研究方法(从这句话看出中学生知识面，特别是方法论上的局限性)，因为它对单独一个论题给出很多不同的观点。此外，结构主义本身可用于语言学以外的很多科学，因此在我将来的学习中它将证明是有用的工具，除这两个主要兴趣之外，还有一些绪论中较小的细节引起我的注意，其中之一关于语言和言语的差异是非常令人神往的，开始很难懂，但当索绪尔的解释完成以后，这一观念变得非常清楚和可理解。绪论写得好，我期待着阅读《普通语言学教程》的其余部分。

文字精练，理解清楚，结尾能承上启下，特别是能简单地动用字典就找到结构主义的弦外之音难能可贵。绪论这一篇其实很长，也很重要。这里的语言文字全部为自己创造，知识产权意识浓，有的学生常常一写东西就到处抄，这在国外是非法的。一个句子也不能抄。这里唯一抄的一个句子就加了引号，英文句子都是自己造的，引用原著加了引号。

8.9　哲学就是去生活

在张汝伦著《〈存在与时间〉释义》[11]一书中的第77节，张汝伦在前几节的基础上花了很大力气，最后引出了如下句子：

“(第1056页)就像呼吸一定要在一定的气压下进行，哲学工作，尤其是批判性的哲学工作，只能在历史性的基础上进行。认为哲学是超历史的工作，那是形而上学残余。这些也都是海德格尔所要说的，他从1919年战时文化班开始，就已经确立了这个基本思路，这是一种最彻底的实践哲学的哲学观：‘哲学就是去生活’。”

这也就是我们用“哲学就是去生活”作为8.9节的标题的依据，也是本章附录之所以可能的原因。

张汝伦还在第1056页上写道：“哲学必然包括历史表述，这是哲学就是哲学史的另一种说法。当然哲学不仅仅是哲学史，首先是人的存在史，这是真正原始意义上的历史哲学”。

所以作者的初步哲学探讨也就是作者的哲学探讨的历史，以日记的形式来表达是完全合适的。至于流水账正是时间的必然形式，《圣经》创世纪第一句话就决定了流动的水的基础作用，因为任何人也不可能不过今天就过明天，必然以流水账的方式来生存，或者说是时间性的人根本的存在方式。是存在的真理。作者的绝对静止等于绝对运动与《圣经》创世纪第一句话是吻合的。对流水账的反思可发现流水的深意。

也就是说在无限意义上的绝对静止等于绝对运动已在几千年前发现，将其用于物理

学和哲学是作者的贡献。朋友们在与作者的通信中指出,本书第八章显得有点突兀,我想这是由于隔行如隔山,对本书内在精神和哲学史的流淌没有深度把握造成的。当然并不怪他们,我自己没有交代清楚是主要原因。马克思指出人在其现实性上是社会关系的总和,之后大家一直在为他这句话写注释,都是隔靴搔痒。其中尼采的注释较为切中问题,提出了透视主义的认识论,目的在于指出和揭示社会关系。但作者作为一个物理学工作者,一看尼采的透视,却并没有X光(打个比方),透视何以可能?这是自然而然的哲学追问,也是数学家、哲学家,现象学的开山鼻祖胡塞尔一辈子(全集中有3卷书)研究的论题,主体间性或者交互主体性如何穿透的问题,也就是在寻找描述人类这一超大系统的工具问题。作者在先哲的基础上洞察了问题之所在,自己提出了问题并解决了问题。在8.2节中我们利用每个人共同建立的人类意义场,这里补充,其实意义场只是表征(为了不使初次接触者觉得问题太复杂),实际上应包括每个人的一切活动,包括死去的人和即将出生的人。用场来作哲学的抽象,这样主体间性的问题才可以穿透。

马克思、尼采、海德格尔所走的都是实践哲学的路线,都在现实性上追问生活的意义,所以用意义场表征是为了突出重点。本书第五~七章就是在为第八章做准备,所以第八章是第五~七章意义在哲学上的自然流淌。这个意义之流,生命之流流向第二卷第九、十章是读者容易把握的,但与第二卷各章的时域压电学又是什么关系呢?数学化的场论,而非物理化或技术化的场论,比如意义场要实证就是一种不可能性,是对哲学问题的数学化,以场论为工具(透视的工具)。与任恢忠的《物质,意识,场》中的场(实在的,但又是人体的,玄的,有人说人体场科学是伪科学,我想至少是前科学)是不一样的。作者和任恢忠的哲学趣旨是不一样的,作者从来没说(声称)人类活动场(物质的,精神的,可知的,不可知的,可说的,不可说的,可实证的,不可实证的)实在性,只说其抽象表征性。作者的场论是哲学(说得通就行),不是科学。场应理解为情场,生意场,官场,名利场的场。其实作者的哲学,除了场论外,就是时域的哲学(时间尺度大一点的话,时域的哲学也可不严格地理解为历史哲学,但作者的时域哲学包括历史哲学为一分量),信息化的哲学,时域压电学的意义就是要进行数字信号处理,所以我们的哲学是以二维数字信号处理的目光来写的画面,辩证法已转化成数字信号处理的语言,体现了数字电视、数码相机时代的时代精神。这也是作者在本书第一版前言中提及林为干院士指导我进入时域微波的原始意义。顺便说一句,时域是相对于频域而言。最后本书标题中有一个冒号,那是一个引导作用,是希望从场论到哲学的一种形式指引。海德格尔对冒号十分重视,但读者只有看海德格尔的书才能知道冒号的深意。冒号的意义在海德格尔《在通向语言的途中》就有说明和阐发。所以本书包括哲学的第八章是很合适的。在一本标题中就有"哲学"的书中,专门的哲学一章也没有反倒不对了。

另外时域压电学各章就是为了寻求光速与声速(两个相差万倍的量)的和谐,符合这几年中国创建和谐社会的大气候,也符合存在论上讨论存在与时间的关系。不同的时域变化模式和谐共处何以可能?所谓生存样态的不同,就是生活节奏随时间变化方式不一样,这也是尼采十分关心的一个问题。人们为什么来去匆匆?匆忙有什么意义?休闲又有什么意义?休闲与匆忙怎么统一?作者提供的解决方案是一种无条件稳定方案。对跨文化生活的展示(哲学上称为显现)也有意义。让生活本身显现出它的意义。先哲有言:哲学就是去生活!

仅就篇幅而论，本书科学内容居多；但就本书的内在精神而论，本书更应作为一本哲学书来读。重点在于第八章追问生活（包括教学生活、日常生活、科学生活和哲学生活）的意义，用的是现象学让生活的意义自身呈现的面向事情本身的方法。

比如从2009年5月2日至2009年5月9日的日记，作者期待读者不仅要读出日记体裁必然具有的流水账的枯燥，而且要读出现实生活中一个被告知主妇可能有肌瘤后给整个家庭带来的焦虑（后现代哲学主题词，一个哲学关键概念以文学的日记形式来阐明和领悟，文学家萨特就这样写哲学）。更要读出杭州电子科技大学党委方华书记让作者前往探视并长期照顾的人文关怀，体现了党对知识分子的爱护。日记是用生命和鲜血写成的。所谓本书更应作为一本哲学的书来读就是要用反思的方式（知识论立场）来读，用沉思的方式（存在论立场）来读。看似没有意义的小事，作者为什么还要写，写出来有什么意义（对他本人的意义，对他人的意义），有没有隐喻和弦外之音。即使不理解也展现了理解他人（特别是跨文化生活中的他人）的困难这一意义。萨特说他人就是地狱有点极端，但有时你确实不能假设别人的话，别人的事你完全能理解，完全已经理解。

又如，日记中关于建筑材料和建筑设计的多次记录，正好反映出目前各种行业的人都想进行房地产开发的现实，同时也体现了在城市生活的人得到完全属于自己的生存空间的艰难和操心以及为此付出的各种劳苦愁烦。

再比如关于统一场论的多次无用追问也反映在作者好几天的日记中，体现了科学研究，特别是开创性研究的无比艰辛。其实日记是我好几年的日记，有的还是在国内写成的，只是以日记体裁形式发表而已。问题较小，研究虽开展还不够深入，不宜作为书中的单独一节，就变成了某一天的日记。附录发表前在30多个朋友中传阅并征求意见，普遍对日记的反映还是很好的，虽然也有个别否定意见，我想有否定意见也是正常的。

考虑到文史哲不分家，要以文学和历史的方式体现哲学探讨，日记则是比较恰当的形式，因为日记本身就是时间步进的，或者说与时俱进的，与作者在本章勾画的时变哲学最为合拍。也与作者主要思想来源的《存在与时间》一书高度一致，现象学不是要去抓住某失去的东西，它是事实的生命自己在道说，哲学就是生命活动，也就是来自生命本身的自我理解，自我阐释，自我表达。现象学不是在生活外客观地旁观，而是投入到生活中去。

按照海德格尔的存在论，附录是什么？这一问就问错了（参见例如孙周兴的《语言存在论》），因为必然导致这是作者的日记的回答。按现象学的回到事情本身的口号。附录是作者旅加生活及其意义的自身显示，是动词性的，作者的哲学也是名词化的表述，应该理解为作者的哲学活动，因此第八章作者的哲学提纲更应该视为作者的哲学活动点滴，是一种在途中的思想，或者说是在思想的道路上。也许在哲学大师看来还刚刚起步，但却千真万确地显示出哲学的追问与批判已经由作者在进行。好在作者的哲学是用二维数字信号建立的，活动的结果仍然归于名词，所以第八章的标题和各小节安排仍无需改动。所以尽管作者本来有面向广大工人、农民、知识分子的愿望，但看来也只有熟悉现象学，特别是理解海德格尔哲学的读者才能实现对作者哲学的深度把握。比如读者不应简单地把日记看成流水账，那样只看到了作者的生活是什么，而没有看到作者的生活是怎样的，作者的哲学是怎样做成的，不是有本《钢铁是怎样炼成的》书吗？重点是看出生活的过程和意义。

如果仔细阅读，不难发现作者做哲学的方式，包括目的、意义、工具都有与众不同的特点，是很多人难以做到的。作者研究哲学之所以可能，是与杭州电子科技大学党

委方华书记连续10年的鼓励和支持分不开的,很多人都没有这样好的条件。北京大学张世英老师的《哲学导论》仅仅总结出世界之中和主客二分这种二重性,作者是发现了无穷多重性的世界展开后才开始学院式的哲学研究的,宛如数学家胡塞尔因发现意向性而认为哲学可作为终生的事业。正如8.2节指出的,真正的哲学家只与世界有一个接触点,作者是在知道能够打通世界之中与主客二分后才开始真正的哲学研究的,所以第五～七章代表作者在中国、美国、日本许多年的研究活动,最后在第八章升华到研究人。具体地说是研究个人和人类,既代表研究活动的自然延伸更代表研究意义的自然流淌。海德格尔和胡塞尔都没有作者这种研究多体问题的物理学背景。物理学家、哲学家Bohm也是研究多体问题起家,也考虑世界的显隐运作,但对Maxwell方程的理解作者还是更为透彻一些。Bohm的目的主要还是解决物理学问题,作者的目的首先是成为形而上学家然后才是物理学家。因此只有通过8.9节和附录的阅读,人们才知道作者的大量时间其实耗在哲学著作的阅读和思考上。最近重读海德格尔并对后期海德格尔思想进行信息论重铸和时域有限差分法重写,充分展示了作者哲学目光的穿透力。8.9节和本章附录完全是为了显示大学教师可以怎样生活,怎样研究。美国海军实验室的Louis Fishman教授,每次见到我都问我是否喜爱我的研究。我想8.9节和本章附录还是多少展示了一点研究的乐趣。有了研究的乐趣,才会有好的成果,特别是好的研究论题。附录多少展现了作者对生命的热爱、生活的热情、自由的思想、活跃的研究。

杨本洛在电磁学上的工作,非常的明快并已切中了问题,而杨本洛在广义相对论和狭义相对论方面的工作,作者可能还没有真正看懂,草率地在书中作的不少评论仅可视为前进中的草稿,将来才能定论。总之,尽管作者对杨本洛做人和做事的很多地方并不认同,但对杨本洛的做学问还是很佩服的。当然佩服并不是说一切都好。杨本洛的书中删去一些不恰当的议论之后,仅仅从学术的角度看,有一些思想的萌芽和思想的光芒,有待人们将其提纯到真理。好的金矿也不过含千分之一不到的黄金,在这个意义上杨本洛的书和本书都是不错的。现在比较常见的情况是一本书(包括很多专著)没有什么错误,但也绝没有什么思想,完全是一堆泥土,没有含一点黄金。这对追求思想的人,尤其像作者这样做纯思想的人是无用的。当然对搞专业的某种人还是有许多用处的。

本章附录的选材贯彻了上述价值判断,也就是一切以思想画线,不怕有错(错误将来可以由自己和别人改正)。关键是看有没有点思想性,彰显了什么。按现象学的术语,怎样比什么更重要,按作者的初步哲学探讨,怎样与什么也是可以统一的,并不存在严重对立。当然对作者的思想和生命活动不感兴趣的读者也完全可以不看本章附录。

8.10 从语言学的观点看作者的双螺旋哲学

《普通语言学教程》绪论第三章开门见山提到"语言学完整而具体的对象是什么呢?"直面语言学的对象。答案出奇的简单:语言学的对象是语言,那么进一步什么是语言就成为一个关键界定。

索绪尔的重要贡献在于区分了语言和言语。其实这里有三个词:language、speaking、speech,大致可翻译为语言、说话、言语,说话是动名词,言语是每个人说的话,是说话的结

果,是个体性的,无限丰富多彩的,根据索绪尔语言只是言语的一个确定的部分,尽管是本质重要的部分,它既是言语能力的社会产物又是由社会团体采纳并允许团体中每个成员演练的必要约定俗成的汇集。这里的陈述已经是作者的双螺旋哲学的陈述,我们区分了说话(speaking)作为一种活动以及说话的一种结果(speech),用到的工具是双向的(既是说出的,又是听到的)语音,也就是说话者和听说者处于语言、言语和说话三位一体的场中。说话的根本是声音模式,是音响形象和意义的结合。什么是以言行事,就是心中的意念或意向通过说话这一活动借助于特定的语言与说话的结果的契合。所以语言学也是一个可以用作者的双螺旋哲学或者说二维数字信号处理的一个论题。这是因为语言现象是由每个人(社会化历史性的)大脑支配的一个活动,与实践活动、价值活动、审美活动或伦理活动没有两样,是内心与行为的互动,是知与行的合一。但语言活动本质上还是一种表象活动,如音响形象要能反映对象世界。意义(立意)活动要能反映观念世界,说话这一活动要能打通感性的对象世界和理性的观念世界,是物质世界和精神世界在人内心中的升华(实践活动,创造性实践),是音响形象和意义在说话中的妙和而凝。按照维特根斯坦,语言的本质是事态的反映(图像),语言的意义在于其用法。从实践活动是价值活动和认识活动的统一来看,实践活动当然也有对象世界,实践活动与对象世界的关系粗略地对应于说话,认识活动与对象活动的关系粗略地对应于音响形象,价值活动与对象世界的关系粗略地对应于意义(立意),这样我们就可以理解为什么海德格尔说语言是存在的家。这里,存在有四个元素,对象世界是无言的,是空集,是存在着的无。语言是音响形象(元素1)和意义(元素2)的结合(元素3)。当然这里我们对俞吾金所反对的把语言当独立王国做出了回应,没有言说的对象,存在的家也是没有的。认识活动是个人占优的,价值活动是社会占优的,实践活动是个人与社会的结合。对象世界,特别是说话的人赖以存在的物质资料的生产在新的作者的完备语言二元论中是一个不可缺少的元素,因而语言的独立王国中必须包括无言的对象世界,也就是说按马克思的辩证法,在对语言的肯定理解中也要包括对语言的否定理解,也就是不存在说话,没有言语,不是语言的理解。

胡塞尔在《逻辑研究》中,仅仅用意义建构其永恒的意识哲学:纯粹逻辑学并把心理主义归入了档案。在逻辑学的意义上,胡塞尔的工作是重要的,但我们知道意义也不是永恒的只是相对永恒的,意义也是心理的,存在于社会团体每个人的人心之中,也是心理的,只是同时还是社会的或者说主要是社会的历史性的,因而持存的时间相对久一些,而音响形象更多是民族性的、个体性的,持存的时间相对短一些,但仍不为零。所有有限的时间在数学上都可以同构(拓扑同胚),所有有限持存的音响形象都具有民族相同性和人类相通性。因此意义和音响形象都可以作为意识论的构成要素。语言/言语/说话则是音响形象和意义的结合(一种带有主观感觉的整合),根据胡塞尔和布伦塔诺,意识总是对某物的意识,也就是意识总有对象(第四要素),第四要素是空集,代表对象在意识活动之外部(即使来自我,这时的我也只是客,我仍在外),这样作者就构建了基于语言论的意识二元论:双螺旋哲学。它是基于认识论和价值论的二元论实践论的完备二元论(含对象世界作为空集)的"语言学转向"。

我们注意到西方哲学经典文库《普通语言学教程》[12]在翻译中似乎没有区分speaking与speech,但在汉译世界学术名著《普通语言学教程》[13]中,则区分了语言、言语和言语活动。从文本学依据来看,索绪尔在第二编共时语言学中的讨论对作者大有启发,

特别是第二编第二章第二节确定界限的方法和第四章第一节语言是带有声音的有组织的思想两个小节,可以说直接导致了作者这里的思想。任何读者只要把第二篇看 10 遍,这两小节看 30 遍,不难得出与作者类似的思想。以前经常被问及两个问题,一个是什么是哲学,另一个是哲学有什么用,作者的回答是第一个问题需要先看 50 本哲学名著之后才能回答,而第二个问题需要把已看的 50 本哲学名著,再看一遍之后再带着问题看另外 50 本哲学专著才能回答,书读百遍,其义自现。

从康德到马克思,都是为了将来自经验的感性世界和来自观念的理性世界打通,换成作者哲学的语言就是要找出感性世界与理性世界的并集,康德将其归为现象,马克思用实践,都可以看成主体与对象的某种结合,秉承了笛卡儿主体性哲学的传统。索绪尔在语言是带有声音的有组织的思想一节中画了一个图,清楚明白地展示了声音(感性的)和思想观念(理性的)之间有巨大的鸿沟,宛如康德的时代英国经验主义与德国理性主义之间的鸿沟,索绪尔说是语言(作者说是语言、言语和言语活动的三位一体)"作为思想与声音之间的一种媒介,使它们彼此结合,在此条件下,各单位之间就能界定清楚了",索绪尔进一步写道:"事实有点神秘:'思想-声音'结合就暗示了区分,语言在两种无形的混沌中成形,同时得出了它的单位",这两个句子需要按马克思哲学的实践论认真思考。我们认为言语活动(=说话,听话,理解话)是实践活动的一种,它实现了感性的音响形象与理性的思想观念的结合或者说打通。这就是作者的语言学的实践观。比如社会由有限多个个人组成,个人的利益寻求与社会的利益寻求就构成了具体的实践活动。举例来说,张三可以在 A 处打工,也可以在 B 处打工,张三可以,李四也可以在 A 处打工,但由于社会这只看不见的手和张三的共同作用下,张三在 A 处打工就消除人物和事件的不确定性,变成了相对中的绝对(确定性)成为一个社会学中的事态。根据维特根斯坦,对应于我们这里语言的一个单位。尽管音响形象和思想都有不可解释性,是相对的,但音响形象和思想的结合则变成相对中的绝对,成为现实化了的一个实践活动,在语言学上称为一个单位。

8.11 从索绪尔的语言学研究到作者的纤维丛时代的哲学

索绪尔的《普通语言学教程》确实是一个思想的宝库,能指是什么,是一个算符。算符与算符的关系又是什么,是泛函。所以索绪尔语言学使哲学迈入泛函分析的时代。后来拉康的哲学最能展示这一点。相反,弗雷格建立的分析哲学则要低级一点。本质上基于函数的概念,是哲学上的数学分析时代。还在大学一年级的水平上。

索绪尔还进一步讨论了意义与价值的关系。意义的本质在于差异,不妨写成 $a-b$。价值的本质在于定在,不妨写成 $a+b$,

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{1+b/a}{1-b/a} \tag{8.17}$$

所以索绪尔的直觉价值与 b/a 相关是对的。实际上意义和价值作为存在都与时间有关系,按作者的哲学体系,应考虑价值作用量=价值乘以时间和意义除以时间=价值的时间导数。

$$\int_{t_1}^{t_2}\text{价值}(t)\,\mathrm{d}t \approx (t_2-t_1)\,\text{价值}\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)$$

$$\approx (t_2 - t_1) \frac{价值(t_1) + 价值(t_2)}{2}$$

$$= (t_2 - t_1) \frac{a+b}{2} \tag{8.18}$$

$$\frac{\mathrm{d}\,价值(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{价值(t_2) - 价值(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{a-b}{t_2 - t_1} \tag{8.19}$$

同时考虑意义和价值相当于力学上的 Hamilton 体系，对应于泛函分析的量子力学，只考虑意义相当于力学上的拉格朗日体系，对应于函数概念的牛顿力学。

机会只给有准备的人，作者在本章千呼万唤纤维丛时代的哲学，原来索绪尔的普通语言学教程已有纤维丛时代哲学的萌芽，由作者在这里挖掘出来。语言的特点在于是一个一维的时间的流形，这也是一个音响形象的流形，这还是一个意义的流形，这一点被胡塞尔和 James 用内时间意识和意识流所座架。正如索绪尔所言，在意义流的局部还存在价值(价值是一些相对的存在，按数学的语言，价值是意义底流形上长出的纤维)，而纤维丛概念中所涉及的映射，则是人的智能所构造的。用纯粹语言学的术语，语言的机制(实际上由人高度发达的智能实现)由句段关系的底流形上生出(联想)协调关系的纤维，而纤维丛概念中的映射则人的语言机能(一个高度智能并由流进流出水库存储着语言)审时度势的相机生出，所以语言的数学结构是纤维丛的数学。

推而广之，如果将人(当然是本书中已细致处理的社会化历史性的社会中的人)的生命活动(个人的和人类的)理解为底流形，而处理社会中利益逐使和个人利益驱动的价值活动作为纤维，映射关系为实践活动中具体化了的一切社会关系的总和。那么成人与成物的哲学就是纤维丛时代的哲学，这里只是作者的一个提纲，有待作者将来更进一步阐释和发挥。这里只是一点先驱性工作。

8.12　评杨本洛《两类“相对论”形式逻辑分析》

8.12.1　批判性继承杨本洛的思想

2010 年 4 月下旬，我刚刚考上杨本洛教授的研究生，杨老师立即布置由我撰写《西方哲学体系科学反思》和由我为《两类“相对论”形式逻辑分析》写序的任务。我和杨老师已坦诚交换过意见，杨老师对前人成果是继承性批判，重在批判(比如这本书)。我对已有理论主要是批判性继承，重在继承。当然杨老师在批判前人的基础上，已完成很多领域的理性重建，并且已显示出他深厚的功力。之所以对两类“相对论”不进行理性重建，是在杨老师看来，相对论不值得重建。这篇序实际上是作者批判性继承杨本洛思想的宣言。

首先，作者提倡一种淡淡的文风，在追求真理的同时尽量避免(至少要少一些)对前人理论特别是科学家本人提出作者的评价。我个人认为杨本洛是鲁迅之后最伟大的思想家。同时杨老师经常对大家公认的理论和名家提出他自己认为合适的、尽管有时是有失公允，甚至尖酸刻薄地批评和讽刺。比如杨振宁博士已三次心脏搭桥，杨老师却认为杨振宁还应该看书，从事研究，连基本的人道主义都不讲。作者认为杨老师的这种做法十分过分。杨振宁能与年轻人座谈座谈，为大家鼓鼓劲就很好了。我从小就受到杨振宁精神力量的鼓舞。杨振宁和杨本洛，不管学问如何、思想如何，首先是人，人对人要人道。杨老师

刻苦勤奋，认真看书是好的，但杨老师无权要求人人都像他一样刻苦勤奋，认真看书。每个人不一样，研究是一种艺术，哪有什么固定的模式。好些地方采用了夸张的修辞手法。按照逻辑和哲学的语言，时刻要想到限制自己，限制自己的论域，限制自己的论题，限制自己冲动中做出结论的轻率。在和谐的氛围下批判，在批判中增进了解，加深友谊，加强合作。讨论双方要有共同的前提。尽量避免情绪化，尽管杨老师是出于对科学和真理的追求，对祖国的热爱，对他人的真诚。不得已伤害别人也是杨老师为了更好的善而做出的必要恶。杨老师是个有良心的科学评论家。

其次，作者提倡学习杨老师敏锐的思辨习惯，勤奋的工作作风，老老实实的治学方法。中国的学生和学者绝大多数提不出问题，也不知道怎样提问题，这与应试教育和传统文化有关。与 20 世纪 80 年代向科学进军的大气候不一样，现在很多人不够勤奋，总想走捷径，但对所谓成果却十分向往。比如我有一个研究生，我告诉她所有论文细节，她自己没有一点创造，她只是打打字，却想作为成果发表以毕业。杨老师在他的 10 多本专著中，提出了一系列有价值的问题，值得各专业人员深入研究。在本书中，对大家认为好好的狭义相对论和广义相对论，提出了一系列颠覆性的问题。所以，杨老师不仅是个科学评论家，更是一个地地道道的哲学家，很会在没事的地方找出事情来，往往还是大事情。

第三，我想强调杨老师做出这些工作是十分不容易和了不起的，哪怕有这样那样的不足，也是在前进和探索中难免的。人非圣贤孰能无过。大家应该鼓励和支持他的探索。对杨老师的工作，对杨老师追求的事业要满腔热情，而不是求全责备，更不能吹毛求疵。我完全认同杨老师的观点，科学面前无权威。真理面前人人平等。爱因斯坦也好，狄拉克也好，对了就是对了，错了就是错了。1＋2＝5，小学生写出来是错的，爱因斯坦写出来照样是错的。丢掉民族自卑心理，一旦发现大人物错了，毫不犹豫地指出错误。即使是自己没有理解好，大人物没错，也不要紧。知道自己的想法是不对的是一种收获（作者在读硕士研究生时就曾错误地认为一篇没错的文章有错，但林为干院士不但没有批评我还给我鼓励，说知道什么不对也是收获）。应该肯定，杨老师与爱因斯坦的对话是花了大力气的。同样，任何单位和个人要否定杨老师的研究工作，首先要花大力气看懂杨老师的东西。杨老师是个有大智慧的人，绝顶聪明的好人，思维有跃迁，跟上他并不是容易的。

最后，希望我们的读者不必惊慌失措，更不必暴跳如雷。被杨老师全盘否定的相对论并不会因为杨老师专著的出版就一无是处。在作者看来否定就是肯定（否定作为肯定的一个环节），按照杨老师的逻辑加上物质内含，加上限制条件，相对论不会灭亡。比如惯性系已由作者两年前数学地定义，当然是对牛顿和爱因斯坦工作的完善和补充。有物质内含的引力场与电磁场的统一场论也在爱因斯坦狭义相对论的假设下由作者基本完成。算是对爱因斯坦未竟事业的继承，按杨老师的话说，作者是爱因斯坦宗教的信徒。也算是向学术界说明作者为什么有为相对论专著写序的资格。我对杨振宁的物理和数学，也是十分仰慕的，包括他的治学方法和研究方法。我不同意杨老师关于杨振宁不懂经典电磁理论的说法，因为杨振宁和 Millis 于 1954 年的文章说明杨振宁至少在 1954 年以前是当时最懂经典电磁理论（特别是经典电磁理论的数学结构）的人之一。杨振宁和 Millis 奠基的规范场的数学结构指导着我建立引力场与电磁场的统一场论，只不过我同时坚持以辩证唯物主义和历史唯物主义为指导，也就是杨老师提倡的物质第一性和逻辑自洽性。至于杨振宁的人品和行为，本不属于作者评价的范围，但据我通过看书的了解，杨振宁和杨本

洛都是好人。不是好人学问也难做好。哲学研究做到后来主要是做人。希望广大专家、学者、学生认真阅读杨老师的这本处处闪耀着思想光芒的书。研究生要做研究！不要管牛顿怎么说，爱因斯坦怎么说，杨本洛怎么说，只需要搞清楚他们在说什么事，然后提出自己的见解，独立思考后的见解。不应盲从杨老师，也不能盲从牛顿、爱因斯坦。解放思想，为中华民族的伟大复兴做出自己的贡献。被杨老师批判了不只100次的爱因斯坦的"直觉和顿悟"，其实还是可以用的，莫非是想象力的代名词。科学研究先要有想象力，然后再通过逻辑推理完善论证。想象力是创造力的源泉，杨老师本人就很有想象力。

8.12.2　对杨本洛关于狭义相对论批判的评论

评杨本洛老师《两类"相对论"形式逻辑分析》[14]。杨本洛在前言中说"爱因斯坦杜撰的'相对论'不过是20世纪昙花一现并最终必然被人们抛弃的神学，或者只是一次'篡改语义'作为全部内涵的语言革命'"，"正如爱因斯坦曾经引入的一对'原时和刚尺(proper time and rigid ruler)'一样，时间和空间不过是展现一切物理现象的共同舞台和统一工具"。

相对论有科学成分，如果科学被定义为可以被证实和证伪的人为假设的话。相对论在某种意义上(具体地说在将不同时强制同时的意义上)是神学，神学也是一种学说，并不是一扣上神学的帽子就变得一无是处了，目前托马斯·阿奎那的《神学大全》也很快将由武汉大学翻译出版。俞宣孟的《本体论研究》[15]第一版，现在书店在卖第三版第八章的标题就是本体论与基督教神学。我想没人能把爱因斯坦打成反革命。比如"四人帮"当年就没能做到。这是说得通的，详见本书第二卷第九章。语言革命在哲学上是普遍接受的，无论是康德还是海德格尔都对一些日常用语赋予了新的哲学意义，并无不可。"篡改语义"是否定的说法，也可以肯定地说是创造语义，修改语义，扩展语义，任何一种学说的语言都可以不同于日常语言，只要交代清楚，有自足性，没什么不可以的。宜将篡改改为修改，当然篡改在宣泄情绪和达到效果上有一定的修辞作用，但科学上提倡客观的平静的用语。按实证主义哲学家孔德的分类，学说分为神学、哲学和实证科学三类。神学甚至可以认为是一种最高、最广、最深和最玄的学说，通常认为神学是哲学的一部分，神学也可以脱离宗教而存在。按作者的理解，神学是关于实无限的学说，宗教是关于潜无限的学说，科学是关于有限的学说，从存在与时间上把握，详见本书第二卷第九、十章。

第一篇的第三页和第四页的论述基本可接受。

第六页杨本洛写道"对于这样的年轻人，由于缺乏包括数学在内进行科学研究的深厚功底，他根本不具能力准确理解 Mach 针对 Newton 经典力学提出的质疑蕴涵的重大意义，合理解答'什么是惯性系'的问题。这里作者不认同杨老师的思想，学说的正确性与学说建立者的功底有关联，但不能认为没有深厚功底就不能建立好的学说，很多诺贝尔奖获得者都是30岁以下的年轻人，谢林20岁建立了自己的哲学体系，莫扎特很早就出名，反之，中国学贯五车的哲学工作者不少，就是产生不了哲学家。杨老师这种提倡固然是他自己思想的自由，但不得不指出，他的这种思想有中国文化5000年的传统，有读死书的嫌疑。反之，西方文化却更看重冒险的精神，创造的冲动，并不像中国人这样刻意建立深厚的功底，是边想边干(国外)而不是想好再干(国内)。这有点类似于踢足球，球还没来就要跑动、就要抢点。杨老师本人的书还是读得比较活的，但他目前这种提法容易误导年轻

人,认为功底不够就不能做事,现在经常听学生说我只是个大学生或者我只是个硕士、我只是个博士似乎就不能做事(因功底还不够),其实大学生就可以做大事,就可以大胆地闯,爱因斯坦建立相对论时也只不过是个大学生,而且不是很名牌大学的大学生,照样可以出成果,尤其是博士生,要大胆地闯,拉康博士论文就提出了好的思想,很多重要的学说就是从博士论文开始的。费曼在博士论文中建立了量子力学的第三种表象。或者说,他无法理解 Leibniz 针对 Newton 力学曾经提出'任何与物质客体相分离的空间概念在哲学上完全没有必要'这个具有重大启示意义的质疑或批判;当然,也根本不可能形成一种理性意识,认识到 Maxwell 所构造的经典电磁场理论体系中真实存在的大量物理理念认识不当以及一系列数学表述逻辑不相容的问题。由于缺乏严格逻辑的约束,任何一种(说得太绝对)只能归结为'直觉和顿悟'的思考最终只能流于荒谬"。

这段论述是对的,逻辑自洽是任何科学理论的必要条件,尽管不是充分条件,物质客体或者逻辑主体是任何谈论的前提,这不仅是莱布尼兹的正确观点,我想也是理性的要求。但这绝不意味着科学研究只能用逻辑自洽的方法,猜测、猜想、直觉、顿悟、洞察、想象、梦想和幻想都是可用的方法。

第七页杨本洛写道"他曾经笃信那个根本不可能具有'可解释性'的 Michelson-Morley 实验,其实仅仅刻画了一切波动现象中的一种平凡真实,不仅仅是完全可解释的,而且只是 Maxwell 最初构造了一个完全失当的实验命题"。

爱因斯坦本人与迈克尔-莫雷实验并无强关联,是后世强扯在一起的,详见第二卷第九章。

1.1 节,恰当地指明了狭义相对论是一个有条件成立的相对真理,是可能在更高追求上有误差的理论体系,但将相对论说的一无是处则有失公正。

1.2 节,诚然爱因斯坦没能为解决惯性系的循环定义做出贡献,但他和其他物理学家一样,正确地进入了这一循环。难道惯性系定义不解决,物理学就不发展了吗?这是一种解释学循环(参见例如伽达默尔的著作[16]),是用"合理偏见"取代绝对真理的做法。

1.3 节,什么量更为基本不取决常识,也不取决于传统,而是取决于理论体系(也就是杨本洛经常批评的某种约定)。将光速作为基本量既有不合理的一面,也有合理的一面,绝对的理并不存在,力量对比下的历史性的相对中绝对的理是存在的。作者认为爱因斯坦和黎曼的做法是革命的,可取的。

1.4 节,刚尺和原时问题是杨本洛敏锐的目光发现的又一个问题,已由作者在第二卷第十章解决。过度批判有着善良的本意,值得肯定。但爱因斯坦的刚尺和原时碰巧并无问题,显示了直觉的力量。作者的证明是严格的、美妙的,显示了逻辑自洽的力量,直觉和顿悟很重要,严格数学证明最后一锤定音。但证明什么,要证明什么,怎样证明事先并不知道,只有逻辑自洽性一条是不够的,理解总有前理解,证明也总有前证明,前证明就是洞察力,就是直觉和顿悟,就是想象力。

1.5 节,空群结构和反常叙述是由一些文献和专著/教科书的叙述不当造成的,Lorentz 变换在更好的参数选取下,特别是在作者统一了的绝对时空和相对时空下,其群特征是十分明显确定的,其数学结构是美妙的。读者应区分相对论转述中的毛病和相对论本身的毛病。杨本洛抓住了转述中表述上的不深刻,并未抓住相对论本质的、内在的深刻。

1.6 节，Minkowski 伪空间作为实在的四维空间是有一些尚未揭示的美妙性，但一旦恰当理解，像作者在证明第四守恒定律时那样正确地理解和解释，就豁然开朗了。Minkowski 作为伟大的数学家，开启了真理的道路，只是由于死得太突然，没能完成 Minkowski 空间数学丰富性的展示。作者完成了这一工作，Minkowski 空间完全能理解，基本实现了物理和数学的打通，肯定还有一些东西有待发现。

1.7 节，我对这一节的问题没有多大兴趣也没有做过深入研究，保持沉默。其他书上多有论述。

1.8 节，很多书上的推导，包括王正行的书上推导都有杨本洛指出的毛病，但这也只是转述中的毛病而不是相对论本身的毛病。尺缩效应和钟慢效应的推导可以在相对论中无矛盾地推导出来，稍微谨慎一点就行。杨本洛的聪明在于将光子往天上打，暴露了狭义相对论的缺陷。

1.9 节，基本结论错误，应该修改为在转述狭义相对论时应组织高水平专家来写，以免学生和广大爱好者认为相对论本身就有问题。当然，相对论本身也不是说一切都好，有些问题也还有待深化或发展，但基础是牢靠的，并不可能全盘否定，只能继承性地发扬光大。

第 2 节质能关系，杨本洛的很多批判和抱怨都是对的，这一问题远没有像晶体一样透明，值得大家深思和沉思。作者在第二卷第十章也做了一点微不足道的工作，这一工作的本质是要在绝对时空中重新理解时空弯曲何以可能，而在整个体系的构建中，$E=mc^2$ 的问题怎样表达必会水落石出。作者正在这个问题的研究途中，第二卷第九章和第十章没有明说，但我心里明白。

目前人类对狭义相对论的力学处理漏掉了一项：

$$\begin{cases} \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\dfrac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(m\boldsymbol{v}) = \dfrac{\partial m}{\partial t}\boldsymbol{v} + m\dfrac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} \end{cases} \tag{8.20}$$

可见 $\dfrac{\partial m}{\partial t}\boldsymbol{v}$ 这一项被人为假设地强制置 $\boldsymbol{0}$，这里的 $\boldsymbol{0}$ 为 $\boldsymbol{0}$ 矢量。作者认为这一做法是非法的，具体有待慢慢重读力学，包括万有引力定律来澄明。

第 3 节 Minkowski 伪空间“绝对伪性”的逻辑论证是一种外在的批判。如果像作者这样谦卑地学习，Minkowski 伪空间也是通达真理的里程碑，杨本洛的很多论证有思想的火花，甚至光芒，但都只是外在的批判，没有明白复数化后 Minkowski 空间的数学美和强有力的表现效果，再次说明“空群结构”是由于参变量选择没能揭示本质，换一下参变量就能显示其群结构。“皮之不存毛将焉附”似乎振振有词，但什么是皮，什么是毛完全是人定义的，你说是皮的东西，别人可以说成是毛，只要说得通就行的，不能反对别人思想的自由。黎曼的伟大正是把传统的速度(切线)这一旧的毛当作新的皮，构建出黎曼几何的壮丽大厦。为人类带来新的思想，杨本洛没有很好地区分物理实在和数学实在，数学实在可以远离物理，但物理学家要用数学实在表达物理，则必须注意物理与数学的一一对应，这是作者最近正在做的审查工作，比如我们为什么可以用三维空间描写质点和刚体的运动就是一个有待检查的问题。四维空间真的存在吗？也是一个问题。杨本洛的很多说法是有真理的成分的，但说过火了，谬误也就相伴而生了。比如“伪除法”之类的提法，其实加

减乘除有无限多种,作为数学家,定义一种新的除法完全是天经地义的。伪科学、伪概念,并不是一个伪字的帽子一戴上就可以吓人的,关键是什么是科学,什么是概念都没有达成共识,伪与不伪又有什么关系呢?准确地说杨本洛的伪应理解为准或潜。伪空间应理解为准空间,杨本洛其实也像赵本山、海德格尔一样有意无意地为了一时的情绪宣泄和表达效果做一些文字游戏。

第4节也是抓住 Weinberg 的推导猛烈轰炸,但 Weinberg 只是一家之言,只是转述相对论中的一点问题,并不是相对论本身就有天大的问题。作者对这一问题就能正确表达以显示 Lorentz 变换群的(真)群特征。

第5节再次展开对 Lorentz 变换群的数学批判,杨本洛的工作说明了作者建立时空相对论的意义,杨老师的批判是外在的,作者的建构是内在的,是钻到爱因斯坦和牛顿的时空观中去完善时空观。当然正如第十章所揭示的,时空和宇宙的含义有待修正,按杨老师的话说需要"篡改"。按伽达默尔的诠释学,语义总是历史地被人们"篡改"着,美其名曰:被融合。作者给出了正确的群结构表达,我并没有认为我的工作有多么伟大,真正伟大的还是爱因斯坦、洛伦兹、闵可夫斯基、庞加莱等先辈。他们的工作为作者的工作奠定了好的基础,我只是说了几句他们没有说的话而已,但真正的物理也就是几句话,某种意义上作者的工作也有伟大的成分。

总之,杨本洛对狭义相对论的否定是外在的,尽管仍然很有意义。虽然一些书表达得不准确和肤浅。狭义相对论是可以准确表达的深刻的、美妙的理论体系,当然狭义相对论也是可以局部否定和全局发展的,详见第二卷第九章和第十章的论述。

8.12.3 对杨本洛关于广义相对论批判的评论

对于杨本洛对广义相对论及其数学基础黎曼几何的否定,其哲学态度和批判方式十分类似于对狭义相对论的批判,是一种外在的否定。但更为严重的是,杨老师对狭义相对论的批判从学术层面并无大错误,但对广义相对论的批判在数学上有大错误,是对黎曼的误读,详见第二卷第九章。20世纪"广义相对论"逻辑审查对于黎曼几何的叙述已在前面做出评论。简单地说,杨本洛是将黎曼的三维切空间按工程上的常识理解,为二维切空间,是对黎曼的误读。黎曼天才地取消了杨老师注意到的区分。Ricci 更是很有数学味地利用了无挠的特性,比杨老师的第5节的论述有许多美妙之处,最近庞加莱猜想的证明,Ricci 流是关键,是交响乐中最动人的旋律。

杨老师4.4.3节的论述倒是很有见地的,积分表达除了可以推到出微分表达式外往往可能包括更多的物理,详见第二卷第十章。

杨老师对于第4节关于测地线的问题看了两遍没看明白,初步认为可能是前提不一样,广义相对论是在测地线整个已经形成以后来说的测地线,也就是将不同时进行强制同时,而杨老师似乎在追求一种运动的真实发生,也就是说不同时就是不同时,时间是有先有后的,念念不忘物质对象。我想不同的出发点会有不同的结论,不同的出发点可以有不同的说法,宛如狄拉克方程、薛定谔方程都是对的。

杨老师在第162页上写道"可以相信,任何人也不可能为其提供一种真正符合于理性的论证或推理过程",这句话说得太绝对了。

微分几何学一旦找好了物理对应,这一纯数学对象就能成为物理对象,可描写物理

现象。

“在 Newton 物理学中，如果没有包括引力在内的任何力作用于一个粒子，那么，该粒子称为自由的。在广义相对论中，不存在引力的概念，引力性质由 Riemann 时空结构予以定义。因此，广义相对论认为引力场中粒子如果没有任何非引力的作用，这个粒子的运动同样是自由的。测地线假设的精确表述如下：具有非零静质量的自由粒子，它的世界线是时空的非各向同性‘类时’测地线；对于如光子、中微子这样的零质量自由粒子，则是时空的各向同性测地线。”

又看了一遍杨本洛老师写的第 4 节，似乎上述评论还没切中他的问题。可能杨老师这个问题有点堂吉诃德的风车的味道。对测地线的考古学研究固然能让人们更为明白一些事，但现代物理学对测地线的定义，由于黎曼的天才贡献已将杨老师的三维空间的特定曲面和作为背景的三维空间本身的差异在学术的层面消灭了。所以杨老师的批判并不构成对测地线的内在否定，作者的初步意见是，仍然是一种外在的否定。所以作者对第 1～3 节的评论仍然适用于第 4 节。第 5 节代表杨老师自己的工作，显示出他本人较好的微积分功底，是他思想的自由和一项不错的数学成就，为人类做出了贡献。但他这一节的工作能否得到学术界的承认和发展还有待时间的检验，也许对一般有挠的问题有一定竞争性。但对于无挠的情况，我想很难和现有的数学竞争，特别是难以在竞争中取胜。但不管怎样，作者还是怀着敬仰读着这一节的，工科出身有这么好的数学确实不易。但表述上有不够规范和不够自足的地方，耐心一点还是可以看明白的，至于他对前人工作的否定应该像第 1～4 节那样谨慎对待，很可能是杨老师对数学的误读。我将这一节的审查留给读者去完成。

8.12.4　对《两类“相对论”形式逻辑分析》附录 3 的评论和回应

我深信杨本洛的工作包含新的物理并对后人的工作有启发作用。本来 Maxwell 方程本身就是一个建设性假设(Stratton 就是用的这个词)，杨本洛当然可以基于 BiotSavat 定律提出杨本洛假设或杨本洛方程组与 Maxwell 方程组竞争。我的工作意义相对小一些，只是在 Maxwell 方程内打转，在为 Maxwell 写注解。准确地说是在为洛伦兹写注解。无源 Maxwell 方程已由 Maxwell 写出，其正确性已经实验证实，不可轻易改变；有源情况则研究还不够，有文章可做。

对于杨本洛《两类“相对论”形式逻辑分析》附录 3“动态电磁场数学物理模型的质疑和反思”，作者质疑“至于《电磁场理论形式逻辑分析》所提供的散度约束方程，即如下所示方程的自洽性有待进一步论证：

$$\nabla\cdot \boldsymbol{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \nabla\cdot \boldsymbol{J}\mathrm{d}V \tag{8.21}$$

并且，此处构造的下式

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla\cdot \boldsymbol{A} = \mu_0\,\nabla\cdot \boldsymbol{J} \tag{8.22}$$

与时间有关，是由微分表达式的局部关联；但是前式却与时间无关；构造的是由积分表达式的全局关联。”

在该书 317 页，杨本洛写道“还可以对‘恒稳电流’分布 $\boldsymbol{J}(x)$ 为什么不能激发‘电场

$\boldsymbol{E}'$的问题,一个经典电磁场理论体系至今无力回答的认识疑难做出理性诠释",这个问题已由作者在第二卷第九章做出强有力的回应

$$\rho(x)=\rho_{\text{fixed}}+\rho_{\text{free}}=0 \tag{8.23}$$

作者觉得这个方程应改写为微分方程。杨本洛的方程尽管离真理还远得很,但暗示出一些通往真理的道路。这个问题已在第二卷第九章做出强有力的回应。

在该书 319 页杨本洛写道"考虑到此处所作式

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{r}}{r^3}\mathrm{d}V \tag{8.24}$$

所示一个拓展至'时变域'的 Biot-Savart 公式能够与该微分形式完全逻辑相容的证明,那么,这个最初仅仅作为'人为假设'的认定原则上应该是合理的。"

这是典型的独断论的迷梦(康德在《纯粹理性批判》中的用语)。

在该书 321 和 322 页上杨本洛写道"但需要由新符号 $\boldsymbol{\Psi}$ 表示的矢量势'散度'方程

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla\cdot\boldsymbol{\Psi}(x)=\int\frac{1}{r}\nabla\cdot\boldsymbol{J}\mathrm{d}V \tag{8.25}$$

显然,重要问题在于:该方程不仅仅在逻辑上是独立的,而且同样被赋予明确的物质内涵。""因此,对于最初所作将 Biot-Savart 公式拓展至'时变域'的人为推测,原则上可以视作是一个已经得到经验事实验证的重要结论。"

这是又一个独断论的迷梦,其成立的前提是相互作用是无限速度传播,根本有悖于 Maxwell 方程相互作用以有限速度传播的理论。要否定作者这一推断至少也要许多页的证明,而杨本洛到目前为止没有给出证明。

杨本洛写道"任伟曾经指出:因为出现定义于整个空间域的'体积分'项,所以相应会造成'计算量'增大的问题。当然,如果从此处所说的这个'局部计算'考虑,可以相信作者的预判应该是合理的。但是,熟悉数值计算的人通常知道,电磁场计算的工作量主要取决于'解方程'的问题,相对而言,计算'定积分'则要容易许多。更何况,如果人们构造的数学物理模型始果真的是恰当的,那么,总可以相信:不仅可以对需要研究的物理现象作较为准确的描述,而且从'整体计算'考虑也自然会变得通达和合理许多。"

作者回答说,从时域计算来看,全局约束要解很多方程,每前进一步要解一次方程是难以忍受的。

杨本洛写道"但是,任伟模型中的补充方程则完全不同,它无法为矢量势的散度提供任何有用的信息,只能蜕化与 Coulomb 所提'正则变化'无异,强调电磁场矢量势的散度满足'恒为零'要求的纯粹人为约定。"

作者回答说,微分约束导致稀疏矩阵计算上好,逻辑又自洽,计算上是次要考虑,第一优先的是正确性。无法为矢量势的散度提供任何有用的信息,说得太绝,杨本洛无法并不意味着作者就无法,当然这是一个很难的问题。已由作者部分地解决。

"首先,对于 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{r}}{r^3}\mathrm{d}V$ 所示,经典理论中通常并限制于'静磁场'的 Biot-Savart 经验公式 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{r}}{r^3}\mathrm{d}V$ 同样适用于动态变化电流所激发电磁场的场合"这本身就是独断论的迷梦,是典型的人为假设。

"作为一个恰当数学物理模型中的泛定方程,下式

$$\begin{cases} \nabla\times\nabla\times\boldsymbol{\Psi}+\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\boldsymbol{\Psi}}{\partial t^2}=\mu_0\boldsymbol{J} \\ \nabla\cdot\boldsymbol{\Psi}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_V\dfrac{1}{r}\nabla\cdot\boldsymbol{J}\mathrm{d}V \end{cases} \tag{8.26}$$

构造的两个控制方程自然应该视作恰当的，不存在任何‘逻辑不自洽’的问题。”

作者回答说，在接受杨本洛人为假设的意义上对的，但既然无力证明式(8.26)与该书(R.3)和(R.6)的等价性，可能杨本洛的式(8.26)难逃不正确的命运。

杨本洛写道“此外，对于积分形式的 Biot-Savart 公式与微分形式的 Maxwell 方程组(修正过)而言，实际上都已经得到了经验务实的普遍验证。”

作者回答说，这是典型的大白天说梦话(独断论的迷梦)。Biot-Savart 公式本身只是静磁学的实验定律，在动态情况下的检验根本就没有进行，更不要说完成。科学是真，说谎是反科学的。

“杨本洛模型没有提出任何源于‘主观意志’的独立假设。”

不是假设了 Biot-Savart 定律可以从静态场推广用于动态场吗？作者评论说，杨本洛假设属于归纳假设，并不一定可靠的，杨本洛熟读培根的归纳法，应该不至于如此自欺欺人吧？科学是真，假的就是假的，真的就是真的，说谎是反科学的。

杨本洛对作者的质疑摘录如下：

“倘若任伟从公式(R.1)，即双旋度形式的波动方程

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2}=\mu_0\boldsymbol{J} \tag{8.27}$$

出发，借助于施加于其上的‘散度’运算，推得式(R.6)所示的控制方程

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla\cdot\boldsymbol{J} \tag{8.28}$$

进而构造式(8.27)所示‘泛定方程组’的过程，可以认为在逻辑上是恰当的或者是合法的，那么，原则上同样可以逻辑地推知：在这两个控制方程之间不应该具有两个独立方程必须具有的‘独立性’意义”。

作者认为杨本洛这里有他表达以外更深刻的思想，由于他认识深度局限，没有作者内心来得直白。

“反过来说，对于双旋度波动方程(R.1)

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2}=\mu_0\boldsymbol{J} \tag{8.29}$$

因为它的本质上掩饰了任何与矢量散度 $\nabla\cdot\boldsymbol{A}$ 相关的信息，所以如果将任伟提出的附加方程(R.6)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla\cdot\boldsymbol{J} \tag{8.30}$$

视作方程(R.1)的必然推论在逻辑上肯定是不准确的，后继超出了逻辑前提可能表现的本质内涵。事实上，也仅仅因为此，才可以或应该将式(R.6)视作一个具有‘独立’意义的控制方程(并且，正如任伟往往一再强调的那样，该附加方程与经典理论中的‘正则假设’保持本质统一)”。

作者回答说，杨本洛说对了，但只对了一半，还得再前进一步，2011 年作者在山东泰

山完成了最后的综合和自洽,已不是人为假设而是真理。杨本洛认为不可能的事,作者是可以用数学和物理洞察力完成自洽的,当然是非平凡的。杨本洛是工科出身,老老实实做学问很好,但作者是理科出身,现在研究哲学和思想,我认为直觉和顿悟,猜测和严格推理都很重要。

"于是,根据任伟模型,由时间域中的双重偏导数算子限定的矢量势散度 $\nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}$ 一直处于以电流分布散度 $\nabla \cdot \boldsymbol{J}$ 作为'源项'的恒定变化之中,那么,人们不能不质疑:这种以电流分布的散度作为'加速度'的持续变化,是否隐含了某种人们尚未发现的独立物理机制呢?"是的,作者已初步发现。

"进一步说,当杨本洛模型中的所有方程逻辑上并没有超越经典理论所涉及'经验事实'的范畴,能够与 Biot-Savart 经验方程以及实际使用的 Maxwell 方程组保持逻辑相容,或者说它们在本质上都逻辑地渊源于经典理论所有相关'经验事实'的时候,人们则需要认真探究任伟所提独立方程(R. 6)的物质基础或理论依据"。作者评论说,杨本洛这一问题提得好。关于杨本洛的工作前面已经说清楚,关于我的工作,作者暂时回答不了这一提问。

"综上所述,如果对目前的'任伟思想'作一种'整体性'思考,并且将其与笔者'所思所论'作认真对比的话,那么,所有这些认识歧义都应该视作任伟与笔者之间目前尚存在许多重大分歧的真实反映。"

"事实上,针对如何看待经典电磁理论中形形色色'正则假设'的存在,一个显然具有'基础性'意义的重要命题,即在彼此作交流时,任伟曾经不止一次向笔者表示'正则假设'理应合法存在的想法。故此,之所以出现此处所述的'任伟模型'绝非偶然,相应具有某种更为深刻的'认识论'原因。一方面,任伟固然接受笔者针对'双旋度算子'曾经构造的逻辑分析,同样适用'双旋度算子'重新为动态电磁场构建数学物理模型的判断,认同笔者所提科学陈述必须建基于'实体论'基础之上,并且只有如此才可能符合于'逻辑自洽性'原则的基本理念;另一方面,对于近代自然科学体系中俯拾皆是的'约定论'泛滥,任伟其实仍然无法割舍,并不时流露凭此构建'大一统'的愿望。"

作者与杨本洛在认识论上是有不一致的地方。作者并不空洞地反对约定论,约定论可以继续用,但对约定论应反复审查,只要约定得好就可继续用,约定得不好也可以修改约定。是以合理偏见取代绝对真理,科学是在偶尔证伪和经常证实中发展的。

双螺旋算子是还有更进一步研究的必要,但这是另一个问题,作者认定 Maxwell 方程本身就已经是双旋度方程,杨本洛既没有提出新的方程也没有发现新的物理,"大一统"的可能性并不在双螺旋算子,而作者对高斯定理有 30 年沉思,详见第二卷第十章。

作者不仅正确地推导出两个自洽的约束条件,而且已用于有限元变分泛函的广义变分原理的数值实施,这一工作已由郭飞在加拿大在我的参与下开展,与洛伦兹规范协调一致的约束条件必将最终为解决引力场和电磁场统一铺平道路。

总而言之,杨本洛基于流体力学的类比,试图在双螺旋方程上做文章是不成功的,因为无源 Maxwell 方程本身就是双螺旋方程,已无文章可做。电磁场计算在时变情况下,往往用两个变量即可,但通常却用三个或四个甚至更多个。怎样自洽这些方法是电磁理论中的一个问题,也就是说有源 Maxwell 方程(不是 Maxwell 写出的,而是由洛伦兹写出的)还有文章可做,但难度是很大的,一切的奥秘在高斯定理之中,详见第二卷第九章和第

十章。这里广义变分原理的导出也是好的。对于杨本洛对作者很多情绪化评论和外在的批判,作者泰然处之,各走各的路,条条大路通罗马。我能洞察字面之外杨本洛内心的思想,吸收其科学成分。

本章附录　哲学就是去生活

对附录不理解的读者请读 8.9 节,对作者的工作和生活只有知识论兴趣的读者可以跳过此附录。此附录对理解本书前三卷各章有用。理论是苍白的,唯有生活之树常青。海德格尔有言:哲学就是去生活。为了便于读者了解作者的哲学和思想,本附录记录作者旅行加拿大的日记。鲁迅全集 18 卷,日记占 3 卷,所以本书安排日记作为附录也是合理的。有利于读者理解什么是在世界之中,什么是在世界之中前提下的世界之外。值得指出,这里以真实的日记作基础,实应理解为哲学活动和科学活动以及日常生活的日记体裁展现。源于生活而高于生活。阅读附录也便于对本书哲学体系的理解。

2009 年 5 月 2 日

早晨 7:30 起床,洗木桶浴。8:00 钟点工小朱到,收拾屋子,洗衣服。时间较紧,其间接到 3 个打到手机上的电话,妈祝我一路顺风,张敏(妻子)说了航班信息,似无直飞多伦多的加航 AC026 航班。我打电话到杭州新城航空票务,说没错,是直飞多伦多的。

8:50,我拿一个大箱子,小朱拿一个大箱子加上装书的小箱子(17 公斤)到位于下沙三号路与四号路交叉口,先买了点午餐(蛋糕和水),后打上下沙的五元起步价的桑塔纳出租车去黄龙体育中心。上车时承诺多给司机 10 元钱,故共花 68 元钱(68=57+1+10)坐到售票处门口,司机不肯代拿行李进去。我请求一个女士帮我拿一下,结果她的同伴,一个中年男士帮我推到售票的地方,买了 100 元直达浦东机场的长途汽车票,中途解手请求服务台帮我看一下行李,10:30 上车前,保安帮了一下忙,顺利地把三件行李放到车身下的行李舱内。预定 3 个小时到达浦东机场。结果快了半个小时,1:00 不到就到了(飞机预定 3:45 起飞)。一下车就有个推车等在那里,三件行李不费力装上推车,推了 20 米左右进入电梯,来到第二航站楼的 B 柜台,开始办理检票。

这时才知道售票的旅行社犯了很大的错误(我自己曾有过一闪念,但我和接电话卖票的女士都以为没错,日程表上也注明直飞多伦多)。原来 AC026 是要在温哥华入关并转飞多伦多的。当时一种被骗的感觉袭上心头,打电话向新城航空票务公司表示了极大的愤慨,并阐明了一定要投诉的立场。打完电话,忽然一想到底到哪里投诉最合适,向新城航空票务主管领导投诉未必合适,应向加航投诉。潜意识中可能有加航信用好些的认识,并向建议我立即办票的女士转达了希望见加航站长的意见。碰巧站长就在附近,随站长一并过来的还有 AC026 的负责人(一个瘦瘦的高高的穿春芳色衬衣的小伙)。站长说投诉是没用的,旅行社的主管部门是杭州市旅游局,你得在今天写好控诉书传真过去,而对方可以不理睬你,也可以向工商局的消费者协会投诉。他们浦东机场是不管这事的。并善意指出,最好的解决办法就是今后不再买这家公司的票,要想公司赔偿你的精神损失费是不可能的。现在已快 2:00 了,2:45 就停止办票,你要决定是赶回杭州请律师打官司还是就坐这趟飞机走。我说我决定就坐这趟飞机走,因我爱人 5 月 8 号要做手术,没有精力打官司。而且站长说,打官司举证很困难,卖票的

公司可以否认一切于他们不利的事实,特别是电话记录,你没有而他们有,他们有但可以修改。或者就算他们守信用,承认他们曾承诺他们卖给你直飞多伦多的票,他们仍可辩解说,AC026就是直飞多伦多的,虽然要经停温哥华,但80%的旅客都是要经停后再飞多伦多的。直飞多伦多也可以理解为这趟飞机的目的地是多伦多。你最多可以对他们没有告知你这一点得到一句表示歉意的话。至于加航,他们既提供AC088不经停的航班也提供AC026经停的航班这两种服务,两种服务收费一样,至于顾客选哪种服务是顾客的自由。

由于扯皮,不知不觉就2:00过了。我快速地吃了点自带的午餐就去办票。由于事先称过行李,两个都是很接近23公斤的规定重量。只有两个手机电板要求拿出来随身携带,比较顺利,因5月2号那天下午旅客人已少了,办得还快。然后安全检查,出境手续都很顺利,很快到了D68登机口,先去了下厕所,在D68登机口耐心地等待,心里的怨气已不多了,想到以前没有直飞航班也总是要温哥华转机的,平安到达就是福气了。关键是我爱人这次手术要顺利,护理要周到。赞美主,穿春芳色衬衣的小伙过来找我,问我在温哥华有没有事。我说没有,只想直达多伦多。他说刚好今天多卖了一张票出去,如果明天走可乘AC088直飞多伦多,加航可以给500加币的补偿,而且今天晚上就住机场,免费。我又问到吃饭,他说也免费。我就决定今天暂时不走了。理由有三,一是昨天晚上本来睡得不好,今天起床后一直紧紧张张的,从杭州下沙到浦东机场,三件行李,一个人拿没人送,今天在机场休息一下挺好。二是实现了直飞多伦多的初衷,也就是从心理上彻底解除了与票务公司的官司。同时直飞的航班飞行时间短,省去了一个起飞和降落,特别是省去了一次取行李。两只手,三件行李,挺不方便。三是免费吃住,还可打30分钟的电话,另有500加币的补偿金,想到这一点心里美滋滋的。

在出关处盖一个取消的章,机场人员送我到机场酒店住下。之后我打电话给浙江大学李凯教授,请他转告我爱人明天直飞航班AC088的消息,并通知我妈妈、岳母等有关人,告知我今天不走。晚上在一楼餐厅吃了80元标准的自助餐,看了一会叔本华的意志哲学,美美地睡了一觉。

2009年5月3日

今天上午起床先在酒店对面一楼餐厅吃了自助早点,然后我确认可以在酒店住到下午2:00左右就又看了叔本华的《伦理学的两个基本问题》。中午吃了午饭又睡了一觉,精神比昨天好了很多,深信推迟一天走是正确的。再次办票,安检,出关,到登机口。但由于有一位从墨西哥经停上海转飞香港的旅客到香港后发现得了一种已在流行的特殊感冒,我们的航班延误了一个小时左右才起飞。因为我的手提行李已达17公斤(但拉着,别人看不出来很重,也没有严格过磅),我没有将如此重的行李放在行李箱内,而是放在了自己的座位前面。一是避免把行李箱压坏,而给加航也给自己带来麻烦,二是要看什么书也方便些,同时还省去放上放下的麻烦。一上飞机,一个加拿大女孩就请求我与她换一下座位,我同意了。所以,我实际上坐在一个中国老太太旁边。她怀抱一个两岁左右的孩子,没有说话。有空就看叔本华的书。

下了飞机办完出关手续,取上行李,先将两件放在海关一位女官员处,叫她代我看一下,我再取上另一件,先拉两件出关,我爱人已在那里等。再拿上行李坐上我爱人的车子。总算回到了家。

2009 年 5 月 4 日

今年来加拿大时差反应不大，昨天晚上睡得还可以。爱人张敏一大早就上班去了。中午一个人吃了午饭，稍微多吃了一点，不舒服，比以往任何时候都深刻地认识到时差不仅影响睡觉，而且还影响吃饭，吃了中午饭为啥不舒服，是因为在杭州是半夜。我在国内从不吃夜宵，所以不舒服，好在一会就好了。这次来加拿大跑步感觉不像去年，一点也不累，说明身体好些了。早上向我妈妈报了平安。

2009 年 5 月 5 日

今天将行李中的书放在书桌上，同时又看了往年留在这里的哲学书，挺好，虽然不如我在杭州的书多，但这次写作需要参考的关键书都带着，挺好。

坚持跑步，来加拿大一种愉快的感觉。张敏建议出去吃饭，我说不去了，就没去。

2009 年 5 月 6 日

今天主要看周国平写的《尼采与形而上学》(新世界出版社，2008)，很有味道。其中透视主义一章可能对我写书特别有用，下次有时间，头脑清醒时再认真看。时差反应不大。中午吃得少，晚上睡得可以，午饭后睡一会，跑步。

晚饭后张敏开车带我到附近的一个公园区散步。加拿大的草地很大一片，还有流水和晚霞，赏心悦目，特别是碰到一个熟人。她也关心张敏 5 月 8 号要做的手术。晚上我给儿子任韫灵打电话，得知有 5 门功课，一门英语写作，一门计算机课程，三门数学课，其中 Math239(组合数学基础)较难。我让他多花力气在这门课上。Math237 我儿子没选。在特许会计师专业，Math237(多元微积分)与 Math239 选一门就行了。当我给我妈妈打电话提到此事时，妈妈要求我抽空给儿子讲一讲。我说我只能方向性和方法性讲一讲，具体内容还是问老师。

2009 年 5 月 7 日

张敏明天就要做手术了，所以今天下午开始就不能吃饭。我一个人吃了点剩饭。由她打电话给王卫红(一个朋友)确认明天早上开车接她到医院。

我看桑靖宇著《莱布尼茨与现象学》。这本书写得很好，很好懂，信息量亦大，是值得多看几遍的好书。

跑步三次。

2009 年 5 月 8 日

昨天晚上睡得不好，大致因为张敏今天做手术引起的焦虑。张敏仍不能吃饭，喝了点糖盐水。8:00 过王卫红就到了，我一开门就发现。今年(我们去年见过面)王卫红的气色好了很多，大概是因为她有了男朋友。今天王卫红本来有课，不上课来接张敏，体现了加拿大人之间较好的互助精神。按国内的模式就是打的去，打的回来，但有朋友帮忙使人感到一股暖流，爱的暖流。这对即将做手术的张敏无疑是好的。10:00 不到就到了医院，张敏填了一些表，没交一分钱就把手术做了。上次回成都打听，在成都川医做手术要一万多块钱才行。一方面感谢加拿大好的医疗制度，一方面也觉得国内医疗费用相对太高。

手术前先换衣服，换好衣服输液。手术进行了约一个半小时，中午 3:00 多钟医生告诉我，手术成功，不是癌症。手术完后又在康复室待了一个小时进行观察，观察好后推上三楼。我在等待室等，中午在一楼快餐店吃了一块比萨。下午 6:00 坐王卫红的车回到家

里,又给张敏准备了一点糖盐水。

我随便看了看书本华的《作为意志和表象的世界》,早早地就睡觉了。晚上起来看了两次张敏,没有异常情况就接着睡。

2009年5月9日

今天是星期六,我离开中国来加拿大已经一周了,时差还是有的,总之比较疲倦。但张敏的手术终于做了,而且很成功。从她的反应来看,似乎并不十分痛,今天可以自己弄点饭吃,尽管我叫她不要弄。报告了不是恶性肿瘤的消息,我妈妈和我岳母都很放心,并坚信一直就没有往很坏的方面想的必要。

张敏主动打电话给任韫灵,问他为什么不打电话问妈妈做手术的情况。我也委婉地提出了批评。

2009年5月10日

今天,我非常激动,通过看杨玉辉著《现代自然辩证法原理》(人民出版社,2003)终于解决了困扰很久的哲学难题:世界是由物质和意识组成,还是由物质和知识组成。我从今以后的哲学都以后者为准了。

物质和意识是几千年哲学的永恒话题。但我在用这两点构造我自己的哲学体系时遇到很大困难。物质与意识的并集是什么?物质与意识的交集又是什么?现在终于一通百通。

物质与知识的交集是意识/思维,物质与知识的并集是信息,包括语言、信息和艺术。信息是一种不确定性的知识。知识是一种约定,两个人之间的约定或者自己与自己的约定。

两年前我已发现,当人们意识的时候,总是牵知(是张祥龙领导的翻译小组翻译,海德格尔用的一个词)的。知识是意识的辐射和向外或向自己的传达。人与其他生命的根本区别并不在于有没有意识,而在于有没有符号和发达的语言,符号是根本,意义是关键。

2009年5月11日

今天读孙伟平所著的《价值论转向——现代哲学的困境与出路》(安徽人民出版社,2008),这本书写得很好,价值哲学离不开经济。我昨天对物质和知识划分得很好。价值是一种知识,价值观是一种意识,价值行为是一种存在物(大致如此)。运用该书真理观,真善美均纳入意识中的实践轨道,很好。

2009年5月12日

很多中国人不怕吃苦,普遍同情弱者,尊老爱幼,为什么?老幼都是弱者,可怜见,走西口的电影,太太收留(本想收留,后来没有收留成)孤儿,是一个好人的典型形象。

2009年5月13日

今天看了张志平所著的《情感的本质与意义——舍勒的情感现象学概念》,感觉挺好,实为复习:一,情感直观主要可以产生情感现象学,本质直观可以产生理性。二者都是知识的本源,同时这两种知识产生以后又都会反作用于感性直观和本质直观。二,价值的等级学说,以及爱的等级学说。需要/需求/消费的等级学说可以相互耦合在一起,说明价值的等级学说。爱的等级其实为兴趣或意愿的等级,属于价值评估,价值等级是作为主观来说的,需求是把人作用于客体来说的。情感并不是纯粹的非理性。不讲理的同时讲理,理性也不是纯粹的理,也有情感成分,对我喜欢的人,一切都好,对我怨恨的人,好也是不好,

简直就是坏。但不讲理的同时要讲理，讲理的同时不讲理，这就是作者的双螺旋辩证法。是非的边界是弹性的，是非的界限是模糊的，但不是没边界，没有界限。参考马斯洛的需求等级学说，估计能体会出一些味道来。

2009年5月14日

今天看陶建文所著的《数学实在论的现象学辩护——从胡塞尔的观点看》。数学完全是一种理性直观，区别于昨天看的舍勒的情感现象学。书中提到胡塞尔谈的规律与规则的区别。纯数学类似于哲学是要追求根在哪里的，根也就是基础。马列主义的历史唯物主义也是一种寻找原始的源头的学说，包括剩余价值学说应该在归根结底的意义上理解。所有的剩余价值都是由工人创造的，但从现实的角度看，资本的逻辑(应该说)是:资本主义社会的规则是等量资本取得等量利润，也就是投入产出分析。但资本的规律则是马克思的剩余价值学说。以前的书对规则和规律没有作出好的区分。我在鸡生蛋蛋生鸡问题上引入具有时段间隔的双时间坐标轴的哲学思想。本书另一点就是流形概念的重要性，好好看一看，自己提出学说之后，再看看胡塞尔有什么结果。相对论的本质是双时间坐标轴，对于生活于球面世界的人类来说，地球划过的时空确实是一个流形。时间刚好构成坐标卡的参变量。我们的流形是三维，四维不好，因为大家都看不见，而且四维以后时间的周期性就不好重现。另外，哲学研究相互作用，似乎更合适的模型是纤维丛，纤维丛上的哲学理论，哲学的泛函分析时代已经来临，但纤维丛时代似乎还远着呢?

2009年5月15日

今天天气真好，灿烂的阳光、蓝天、白云、和煦的春风。虽然国内已是夏天，但在加拿大，让人感觉到的仍然是春天的气息。比如说，我刚来的时候(5月2日)草地上的草还有点干，虽然开始转绿。经过几次小雨现在不仅树叶绿绿葱葱，而且草地上的草也长得格外茂盛，还长出许多的小黄花，在我们老家称为“灯笼泡”。早晨起来，虽然穿着衬衣和西装，仍然感觉一丝凉意，尽管不用加衣服。

教会的远志明弟兄来多伦多讲道，标题是“寻找就寻见”，没有多少新意，只是加了一些时尚的话语，诸如宇宙大爆炸、流感、计算机。感觉不太好，也许是由于人太多而座位少。从7点到9点半，虽然很快就过去了，诗歌的旋律“这一生最美的祝福，就是认识主耶稣，这一生最美的祝福，就是信靠主耶稣”，我倒是很喜欢。

2009年5月16日

今天晚上继续听远志明弟兄讲道，标题是信，讲怎样才能信，我觉得还可以，但信仰的问题并不是那么容易的。今天还讲到康德哲学的二律背反和道德律令的绝对命令。叔本华指责康德回到神的怀抱，看来是有点道理的。

神学的道理信不信是个人的自由，但神学中也有对现实生活的启迪意义。例如，有信仰稍一修改，就可以变成遇到挫折，坚定信念，直到最后的胜利。

今天远弟兄反复强调，上帝赐予我们阳光、空气、植物、动物。若把大自然当做上帝，也就是中国人的天，也有很多说得通的地方。而他在传道中的比喻呼吸空气倒是一个理性的狡诈，十分的令人迷惑。所以大家不要在匆忙中做决定。

2009年5月17日

今天看完洪汉鼎所著的《现象学十四讲》(人民出版社，2008)，在中国就开了一下头，今天接着看，还可以，有的地方讲得不错，有帮助理解的功能。洪先生是哲学界老前辈，以

研究斯宾诺莎开始哲学生涯,翻译伽达默尔的《真理与方法》(我在杭州家里有这本书,没带到加拿大来),在台湾主持《真理与方法》的读书会,学问做得好。

从一个哲学家的著作开始,是治学的基本方法。我就是从林为干院士的《微波理论与技术》、《电磁场工程》、《微波网络》的精读开始学术的启蒙,后来又研读 Tsang(曾亮)和 Kong 的系列论文实现了学术水平的提升。我从哲学上的启动,主要得益于海德格尔的《存在与时间》和萨特的《存在与虚无》。很多人说萨特的哲学功夫比较浅,我看不一定,他能理顺自为、自在与意识的关系,是非常了不起的。

2009 年 5 月 18 日

今天是加拿大的节日,星期一张敏在绝大多数商店都不开门的情况下忙忙碌碌地过了一天。一大早打电话想到朋友家去玩,打了几个电话,别人都已有安排。这和国内不太一样,加拿大一般都要提前预约。最后晚上去听了一个讲座,12:00 左右才回来。

我自己看杜子真所著的《萨特引论》(商务印书馆,2007)。似乎比她以前写的《存在与自由的重负——解读萨特存在与虚无》要好懂一些,作者用比较流畅的语言介绍了萨特的生平、哲学和文学、萨特哲学与文学的关联。比较好的是有较短的关于《辨证理性批判》的比较,因为我的哲学书将以萨特哲学作为主要思想来源。这本书是不可多得的好书。

2009 年 5 月 19 日

今天接着看萨特哲学的介绍,也就是张一兵所著的《文本的深度耕犁》,西方马克思主义经典文本解读,第一卷第五章,约 100 页,去年就看过。今年重读觉得我的书就基本参照萨特哲学展开就可以了,似乎 6 月初就可以写大纲了。想到这一点,心里有如释重负的感觉。今天还看完了王金林所著的《世界历史意义的本质道说——从海德格尔的解读看马克思哲学的当代化》(上海教育出版社,2002),这本书为了凑篇幅对哲学史的回顾过多,我跳过了部分内容,总的说来还是写得可以的。好就好在该书提出了一些问题,正好这些问题是我试图用多重散射理论来解决的。特别让我印象深刻的是:作者曾提出为了回应海德格尔在《形而上学导论》中问了 100 来次(实为不到 50 次,据顾婷婷后来报告)的为什么在者在无却不在,有可能只能修改逻辑学才行。看来国人也太把海德格尔当回事了。今天看张一兵的书,海德格尔首先有抄袭马克思的嫌疑。海德格尔的很多思想也来自阿奎那而没有引用。

2009 年 5 月 20 日

a=物质,b=意识,c=知识

$a\cup b$=物质$\cup$意识 $\Rightarrow$ 生理/知觉/本能

$a\cup c$=物质$\cup$知识 $\Rightarrow$ 客观化的知识

$b\cup c$=意识$\cup$知识 $\Rightarrow$ 主观化的知识

$a\cup b\cup c$=人 $\Rightarrow$ 意识的辐射和传递,欲望情感,本能,知识

$\varnothing$=虚无

信息=不确定性的知识,不确定性的排除

$$\begin{cases} a = \text{物质}, b = \text{意识} \\ a \cup b = \text{知识} \\ \varnothing = \text{虚无} \end{cases}$$

4 个 a,b,c,d

6 个　$a\cup b, a\cup c, a\cup d, b\cup c, b\cup d, c\cup d$

4 个　$a\cup b\cup c, a\cup b\cup d, a\cup c\cup d, b\cup c\cup d$

1 个　$a\cup b\cup c\cup d$

1 个　$\varnothing$=空集，总共 16 个集合

a, b, c, d, e

$ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$

$abc, adb, abe, bcd, bce, cde, cda, cea, dea, deb$

$abcd, bcde, deab, abce, acdb$

$abcde$

$\varnothing$=空集，总共=32= 2^5 个集合

在以上情形$\cup$号省略。

依次类推，若一个集合有 N 个集合，则所有子集(包括空集)共有 2^N 个集合，这些集合对于$\cup$形成一个拓扑空间，若以时间作为流形坐标卡的参数，特别是注意到每年地球(公转一圈)基本回到原位，至少可以设置坐标卡，让它形成闭路径，而每一邻域则是局部三维欧式空间，这样整个时空形成一个轮胎形的形状。我们的世界主要就是在这样一个救生圈内(轮胎)活动。

这一研究将推广矛盾论：

①毛主席《矛盾论》；

②姜井水矛盾立体变化模式；

③作者新的矛盾论。

与②比较：

一，我的理论可以处理多元矛盾论，是一种方法学，比如 $2^0=1$，$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，$2^6=64$，$2^7=128$，$2^8=256$，$2^9=512$，$2^{10}=1024$，1000 阶以下的矩阵基本上可以处理。最为重要的是，从第二卷第十章可见，$2^\infty=\infty$，这是一个可以通达无限的体系。

二，我们不必过于计较各元素之间放在认识论中的时间先后顺序，也就是说姜井水教授的理论的局限性被克服了。一般地，令我们已得到的集合为

$$x_i = A_i, \quad i = 1, 2, \cdots, 2^N = M \tag{8.31}$$

$$x_i(t) = A_i(t) \tag{8.32}$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \boldsymbol{X}(t), \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1M}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2M}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M1}(t) & a_{M2}(t) & \cdots & a_{MM}(t) \end{bmatrix} \tag{8.33}$$

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}(t), \quad \boldsymbol{x}'(t) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}t} \tag{8.34}$$

$\boldsymbol{x}(t)$ 随时间的变化给出一般的矛盾运动规律。例如欧拉法、龙格库塔法、辛算法等，不一而足，数学上有丰富的积累可供利用。根据问题的性质选定分析矛盾的方法。

2009 年 5 月 21 日

今天看李群所著的《不确定性数学方法研究及其在社会科学中的应用》(中国社会科

学出版社,2005)。从这本书来看(去年看过的,现在为写书而复习),不确定性主要可以处理三类问题,一是模糊数学,如高个子的概念,这是一种带有主观性的客观量化方法;二是系统量化理论,如某人的心跳次数;三是属性数学,比如过年是个时间区间。这一点对我们哲学最有用,因为作者的哲学体系中形而上学是以时间区间化为出发点的。由于不确定数学的发展,哲学上真善美这些过去只能定性的东西现在均可量化。比如对某个人的行为可按优良中差打分等,有很多成功应用的例子。

2009 年 5 月 22 日

紧接 2009 年 5 月 19 日的日记。任平所著的《走向交往实践的唯物主义》(人民出版社,2003)是对我 19 号日记的最强支持,因为语言的意义构成一个场,把全世界的人耦合在一个意义场中,这是一种哲学的抽象,并不是实证的观点。意义场是从知识学的角度来说的。从物质上来说,任何话语都可以用物质的声场来代表,从意识的角度来说人就是对这种声场和意义场的解码,理解(听话),处理(思考话的意义),辐射和传播(说话),行动就是言说,正如言说就是行动一样。为什么音乐具有特殊的意义,因为音乐本身就是声音。

2009 年 5 月 23 日

今天又是星期六 ,我来加拿大已经 3 个星期了。上午起来看了一会哲学书。11:00 出发,从加拿大多伦多 Markham 出发,到多伦多一个朋友家去玩,开车一个小时多一点,先上 401,转 427,转 QEW,在 107 号出口下。我们这个朋友因为今年刚有小孩(我是去年去的,当时还没有小孩),十分高兴,全家都围着小孩转。小孩是去年 10 月份生的,现在 7 个月大,会笑,已长出牙齿,也会同意或拒绝你抱她,甚至更会在她妈妈路过时装哭以求得妈妈抱她。吃的是母乳,长得很健康,只生过一次病。妈妈要 10 月份才上班,她爸爸即将博士毕业。今年金融危机,工作不太好找,暂缓毕业。中午和另外一对夫妇一起共 7 个人(三对夫妇加上一个小朋友,7 个月的小朋友),在他们家排屋后面的实木甲板上吃的烤牛肉。我没怎么吃,下午向大家汇报了最近一年的工作,大家为我取得的成就而高兴,并且善意地帮我出谋划策。我想他们并没有一丝嫉妒。我也耐心地听了我朋友的博士论文情况,说了一些赞美和鼓励的话,大家聊得很开心,不知不觉到了晚上 6:00。本来说在有小孩子这家吃饭,结果男主人已很累了(刚生小孩,又很惯,昨天又起早送了一个回国的朋友去机场),我们另外的朋友邀请我们上他们家去吃晚饭。就吃点稀饭,随便炒几个菜吃吃就好,哪知油又没有了,打电话向附近朋友家借点油,结果朋友又不在家。后来还是男主人到附近较大的超市 Fortinno 买了油,并顺带买了一条活鱼回来。结果弄了三个菜,又煎了饼。大家吃得很高兴。又说了一些相互关心、相互爱护、相互鼓励的话。我记得我说:"看到大家精神越来越好,就很高兴。"吃完饭,没洗碗。朋友夫妇就开车(我和爱人张敏的车停在他们家的车道上)载我们到 Hamilton 的加拿大皇家植物园去看百合花,先去玫瑰园,有一点 lilac(丁香),又去了另外一个公园,有好几百株百合花,这种花香味较浓,色彩也有好几种,很鲜艳的、不太鲜艳的、紫红色的、浅紫色的、白色的好多种。整个公园好几百株,一株可大可小,大的两三个人都不能合围,好多树下挂着牌"smell me",可见这种花既然邀请人们"闻我",看来特有的花香还是最主要的特色。我们开始去的时候园里还有二三十个人,十几辆车,我们回来的时候就没有几个人了。公园旁边有个湖,后来回来的路上,我才看出其实就在王子点附近,我在麦大读博士研究生时住的公寓附近,对面而已。这是非常愉快的一天。使我想起大学时代听过的一首歌:"假日里我们多么愉快,

朋友们一起来到郊外……”关键在倾听歌声之外的诗意的存在，就说公园吧，因为6:00以后，不收钱，各种花草树木争奇斗艳，美不胜收。不由得使我发出自然景观还是这里好的感叹。除了自然景观之外，朋友之间的真诚也很打动我，使我想起普希金的诗句：“无论是多情的诗句，还是漂亮的文章，什么都不能代替无比深厚的友情。”人生在世，友情是美好的，生命是美好的。我们沉浸在加拿大初夏的美景中，为生命而歌唱。让我们聚在一起，分享着加拿大的阳光、草地、空气。天空的鸟儿，从来不为生活忙。加拿大很多年被评为全球生活质量第一。我爱加拿大，更爱我生活过3年多的Hamilton(罕末顿，国内翻译为汉密尔顿，有名的钢城，只是现在不太景气)。能对我住过的红楼看上一眼，挺知足的。我回想起在麦大图书馆好几年的读书时光。我也想象出(没看上)我们原来在Dundas的别墅，我儿子高中毕业最后一年，一个人住在二楼一底的房子里，夺得了7门功课的全校(那一年级共180多人)第一。

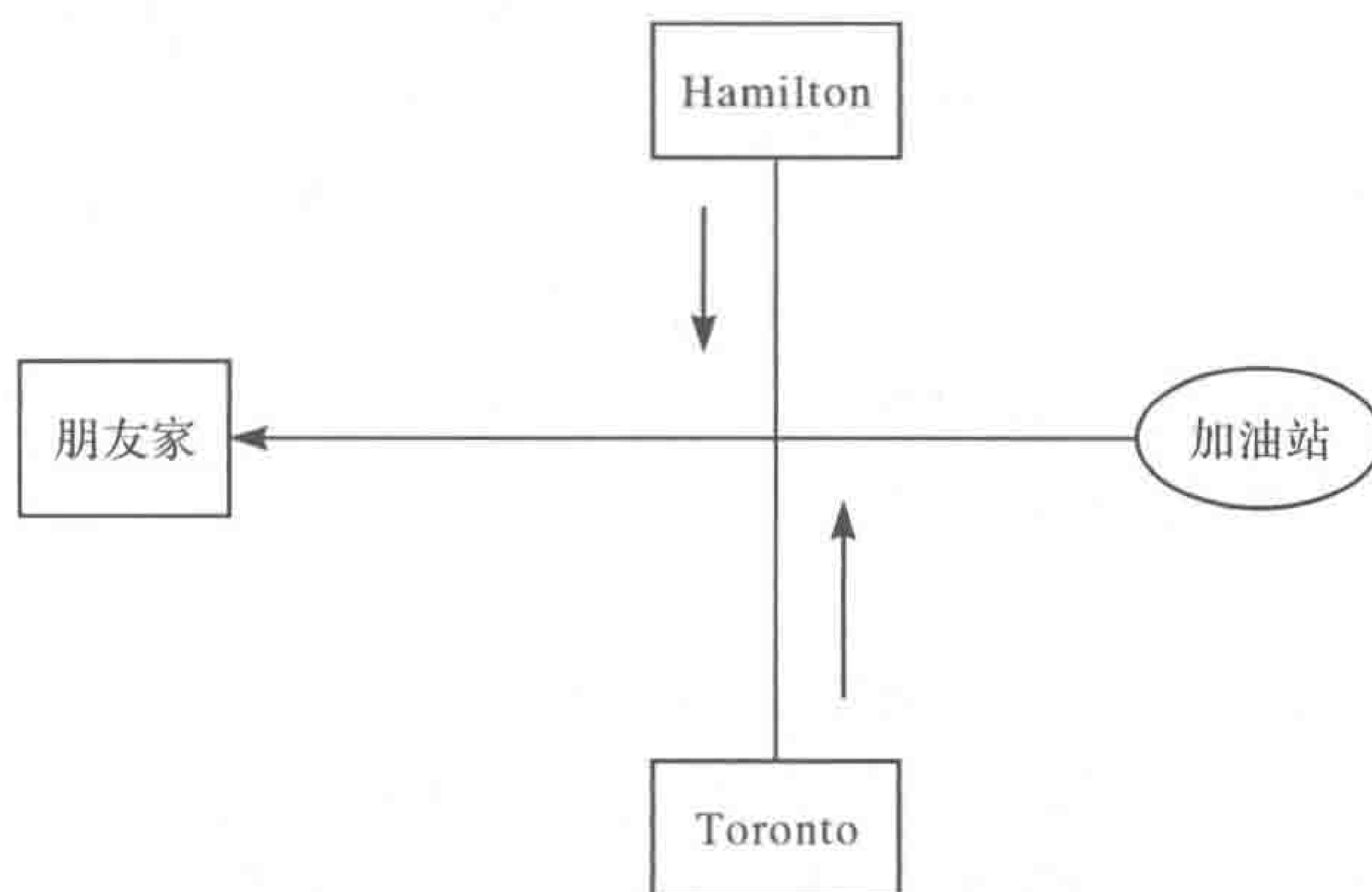
2009年5月24日

今天精神不太好！张敏到单位加班去了。我听张世英老师的《新哲学讲演录》，计算机上播放的，消磨时光。

2009年5月25日

今天是星期一，张敏上班去了。

关于左右的相对性，上星期六去Burlington做了很好的一次试验。



从Hamilton过来是右转(张敏笔记本上记着)。从Toronto过去本应左转，仍然右转，就走到右边的一个加油站去了。结果成了新时代下汽车文化背景中的刻舟求剑。

另外从$E=mc^2$质量能量的关系的矛盾论解释$\Rightarrow r^2-c^2t^2=0$得出时空的矛盾运动模式对应于

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2-c^2t^2=0 \tag{8.35}$$

$$A_1^2+A_2^2+A_3^2-A_4^2=0 \tag{8.36}$$

时空=矢势$\Rightarrow$电磁场会怎么样？这样时空的变化可以用矢势来研究磁单极问题。有没有可能$\sqrt{z}$的一叶是时空，一叶是矢势？矢势应该是既包括电磁场又包括引力场。

2009年5月26日

今天是我来加拿大在哲学上收获最大的一天，在读黑尔德所著的《时间现象学的基本

概念》(上海译文出版社,2009)时突然产生了顿悟,对于现在为什么存在(作为一个区间而存在——亚里士多德)给出了证明,用的是 $\Delta x \Delta p \geqslant \zeta$ 这一不确定性关系,上述问题又可以表述为现在何以可能?这是一个柏拉图、亚里士多德、奥古斯丁、柏格森、胡塞尔、海德格尔、黑尔德等多位有名哲学家费尽心机而没有完全明了的大理论,过去已经确定,将来尚不确定,现在何以可能?看来很简单,现在为什么存在,因为我体验到现在?其实深奥得很。用了以下三个工具:

切线的线段表示,或者导数的线段表示;

$\Delta E \Delta t \geqslant \zeta$,最小作用量原理;

对于运动的轨迹,也就是说空间的一条曲线,当以弧长作为参数时,其导数恒等于1。

先哲们总是从主观世界中寻找什么是内时间意识,我则从客观世界的运动中(质点的运动中,质点是有质量的)寻找事件时间,反映到意识中则成为内时间意识。这是一条不同的道路。胡塞尔不太懂物理学。去年看《物质的起源》一书,加深了我对物理学的理解,该书作者已快打通了通往这一真理的道路。

世代生成的时间经验(第六讲)可以大加发挥地写进书里去,希望哲学(参考张世英的书)也可以改写一下。

判断力问题可以不答,写得不够好。里尔德的书很好,可以通过 www. books. google. cn 看一下。

今天晚上去打乒乓球出了两次汗,开始打得较差,后来打得好些,身心舒畅。晚上听张世英老师讲哲学,讲李白的诗:“朝辞白帝彩云间,千里江陵一日还。两岸猿声啼不住,轻舟已过万重山。”诗意在于轻快,我今天的心情就有当年李白那种轻快。海德格尔讲农妇的鞋,我今天可以讲农妇的饭。一大桌子的菜,碗是蒸过的,筷子也煮过,勺是新的。既有鸡又有鸭,还有鱼。关键是当我说我喜欢吃这样的饭,并且吃了两碗,农妇非常知足,因为曾有上等人不喜欢吃她做的饭(农妇如是说)。

2009 年 5 月 27 日

今天看王海明所著的《伦理学原理》第三版(北京大学出版社,2009),该书共45万字。同一作者还写了一部150万字的《新伦理学》,耗时22年。我觉得该书在概念上比较清晰,给人一种耳目一新的感觉,特别是对价值的定义。同时翻看了几本价值哲学的书,感觉就是这本书好,所以晚上通过国际长途打电话到杭州博库下沙店定了王海明教授150万字的巨著,觉得很值得通过国内航空快递寄来看一看。

今天得知我妹夫得了一种慢性传染病,过几天写信慰问一下。

2009 年 5 月 28 日

今天国内过端午节,据妈妈说放假,但因为我妹夫在生病,给节日的气氛带来一丝沉闷。我妈妈把本来准备款待她们的鸡拿过去了。父母都前往问候,体现了父母之爱和关注。

我今天继续看王海明的《伦理学原理》,已看完139页(共424页),大约三分之一了,后面没有前面难,但可能要从这里停下来,抽时间再从第一页看到139页,也就是说重看一遍再宜往前推进,这样容易理解一些。

张敏的朋友请我们去吃晚饭,开车过去约一个小时,有淡淡的雨雾,回来的时候还下了中雨。这位朋友实际上是张敏读大学时的老师,长得比较漂亮。她家里布置也很整洁,

因为加拿大并不放假，所以吃得比较简单，但亦丰盛，很多菜没有吃完。因为她还要去接她的女儿，故我们晚上 9:15 就从她家往回走。她女儿也想上我儿子上的那所大学，专业是土木工程，因她爱好画画，小时候在国内就学过。我告别的时候喊了一声林老师，女主人很高兴，一是我跟着张敏喊，二是很久没有人这样叫过她了。

2009 年 5 月 29 日

今天看李幼蒸的《形上逻辑和本体虚无》(商务印书馆，2004)，该书的副标题是"现代德法伦理学认识论研究"，我走之前买的。李幼蒸老师翻译了很多书，如胡塞尔的《纯粹现象学通论》。我家里书架上有，他本人写的书以前没看过。这本书其实是一本读书笔记，思想的深度不够，整个书的主线条不清，虽以伦理学为主题，但有机整合不够，拉拉杂杂地说了不少事，中心不明，感觉没有王海明的北京精品出版社教材立项项目来得清晰。

今天下午张敏没去上班，在家休息，说是午休，其实做了很多事。我每天看书写书确实靠了很多人的支持，特别感谢杭州电子科技大学方书记、郭助理、黄书记的理解和支持，也感谢杭州电子科技大学各级领导和同志们的理解和宽容。

今天思考道德他律与道德自律的问题。估计这里有文章可做，关键是看怎样理解道德，若把道德理解为官样文章式的死东西，他律则是对的。但若仅把道德规范看成"入射场"，而已实际实践着的人们的活动所表现出来的道德行为的平均值作为实际的道德规范，我想道德可能也是自律的，每一个人都对社会的道德做出自己的贡献，淡化作为意识形态的道德，这样，如果是良好的道德规范，对多数人来说，也基本上是自律的。因为正态分布，表现一般的是大多数，大多数人都在以平均值为中轴(随时变化的)，以方差为弹性边界的良好道德行为之内，这样对大多数人而言，道德也是自律的，因为本人的道德行为与社会主义道德基本一致，也都是善的也就是自律的。

李老师的这本书也有写得好的地方，比如对德国伦理学家 Nicolai Hartmann 的介绍就很好，我发现我的哲学观点与 Hartmann 的比较接近。已经托多伦多大学的朋友借 Hartmann 的四本书，一本本体论，一本伦理学三卷集。这样我可以用编译或强烈引用的方式完成我的书稿。

2009 年 5 月 30 日

今天天气晴朗，早晨起来先看了会王海明的《伦理学原理》，然后吃过午饭，就由张敏开车到滑铁卢大学去看我儿子任韫灵，我们带上昨天在超市买的菜。去 Markham 开上 401 高速公路，到 Waterloo 下来，去年我曾帮我儿子拿过东西，他住在 316，我们 11:00 到达，路上开了一个半小时左右。

到时，我儿子刚起床，据说昨天才考了一门课，占 30%的分数，所以昨天晚上到某个地方玩了一会。他们三个人住 316 套房，一人住一间小屋，屋里有床、衣柜、书桌，上面放着计算机和一本数学书，寝室还算整洁，但是洗脸槽却不太干净，我身不由己地就给他们打扫干净了，使我想到朱自清的"背影"，父爱得以彰显。这几天看伦理学，Hartmann 的伦理学也是以爱为基础的。傅雷说，人过 40 岁父爱就开始萌动。但父爱与母爱不一样，多半是以硬爱(hard love)的形式体现出来，张敏则问寒问暖，充满了软爱(soft love)，但我儿子可能会觉得她有点啰嗦。我对我儿子既没提什么希望，更没有提什么要求，只是带去良好的祝愿。大概听得出来，数学和计算机课程，包括 Math239(组合数学、图论)都不难，似乎英语多少有一点挑战，张敏叮嘱了他要好好学习，争取好的成绩。因为儿子刚起床，尚未吃早饭，所以张敏马

上决定先吃饭,本来想到一家中档饭馆吃点,结果 12:00 才开门,要等 25 分钟,我们就开车到了一家高级日本饭馆吃生鱼片,花了 51 块加币,对于我们这种在加拿大生活在中下层的人来说就算很贵的了。因为我们曾在日本待过 3 年,生鱼片倒是十分合我的口味,再加上是随便吃,所以我吃了不少。我儿子也吃了很多,在加拿大称为 blunch(翻成中文就是早饭中饭一起吃)。吃饭的时候,我儿子问起我们在日本住在福冈哪里。我说福冈市城南区田岛一丁目,六本松附近。他又问了福冈大学在哪里,我告诉他福冈大学是私立大学,爸爸任教的九州大学是公立大学,是九州地区最好的大学。他又问九州是一个省吗,我说日本的省为我们的部,实际的省称为县。我们住的地方介于九州大学和福冈大学之间,坐车(地铁)上班途经大濠公园、赤板、天神、中州川端、籍崎九大前,我儿子还记得日本福冈的水族馆。当年觉得福冈和成都的最大区别就是水族馆和地铁。

吃完饭,又去买面包、牛奶和蔬菜,我在 mall(一种小型商业中心)的一个小书店前停住脚步,由张敏和儿子去买东西,我则在书店看了几本哲学书,有一本哲学著作选读,哲学导论,主要内容有萨特的存在与虚无、柏拉图的理想国、尼采的超善恶、查拉图斯特如是说、尼采选读(500 多页)。因书店不大,哲学书可能也就不到 30 本,估计如读者需要可通过计算机预定,过几天去取。我没有上计算机查书,因为离家太远,取不方便。

我们把小孩送到宿舍门口就分手了,开车回家的路上在 Tim Horton(一家有名的连锁咖啡店)喝咖啡,休息了一会,精神好很多,就回到了 Markham 家中,稍微休息了一下,我去跑步半个小时左右。

2009 年 5 月 31 日

今天突然涌现一个新想法,时间是早上吃饭前跑步的时候。

如果时间固定,匀速直线运动和匀转速运动都可以唯像地定义为

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{8.37}$$

进一步在四维相对论时空,我们有

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + a_4 v_4 = 0 \tag{8.38}$$

这两个式子算是对去年我发现的时空整体对称性的补充,或者说是对第四守恒定律的补充。式中 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{v}$ 分别为四维加速度和速度。

2009 年 6 月 1 日

今天看拉康的“镜像阶段”,哲学上有很多关于镜的描写,红楼梦之中也有太虚幻境的镜之说,莫非说的是既真又不真实的幻象,是个空间概念。

但是像与镜像的最本质的表象还在于左旋与右旋,也就是说是个时空概念,而不是空间概念。

其实生物体早已摆脱了镜的束缚,因为双螺旋结构。这是作者的设想,目前还没有科学论证。

2009 年 6 月 2 日

关于黑格尔主奴辩证法有待深入研究,关于欲望是:

欲望的欲望=他人的欲望

很有深意,例如某君欲望找对象,这只是向他者传递了这样一个欲望,当且仅当他人世界有了类似的欲望,也就是说某君被他人所欲望时,找对象才能实现。

引申到价值论世界,通常讲,所谓价值是某物对某人的效用。这里某物可以为作为客

体的他人。但如果考虑到某人必是社会中的某人，某物也必在宇宙中(或者是为人世界中的，或者表象世界中的)，这样所谓效用仅具有相对价值，而不再具有价值。因此，物的价值同样不仅是使用价值(通常定义中的含义)而且具有交换价值，说白了就是值多少钱。同样，人的生活也仅具有相对价值，也就是多少时间和单位时间值多少钱的问题。同样物品的效用除了我们在什么时间，什么地点，以多少钱买进以外，还有该物品的能用多少时间，也就是说单位时间消费多少钱的问题。这一概念也适用于服务活动之类的消费。同样人的价值(通常所谓身价)也就是某君在什么时间在什么位置(既是地理的，也可以是社会的)已有多少钱并且每年可以挣多少钱。

2009 年 6 月 3 日

叔本华讲，意欲第一性，智力＝意识是第二性的，这类似于后来弗洛伊德的无意识第一性，意识第二性，或者说本我第一性，自我第二性，超我第三。拉康的三个区域也与此有关系。我们已知形而上学有四个世界，但除开物质世界，就有三个世界，所以拉康理论并非纯粹荒唐。

继续收集深层心理学的知识，今天继续看书本华的《作为意识和表象的世界》，上次开了头，没看完，现在接着看。

根据千年伟人笛卡儿的分类，哲学可以分为：形而上学、物理学和伦理学。所以我的书可以出三卷：

球面世界的哲学：第一卷，形而上学导论；

球面世界的哲学：第二卷，伦理学初探；

球面世界的哲学：第三卷，物理学选讲。

形而上学可分为：人、物质世界(包括伦理意义上的人)、人和物质世界、空集。

也可分为：

物质	物质
意识	知识
物质∪意识	物质∪知识
空集	空集

叔本华的意欲到底在哪里？

很好地独立思考，过两周补出。

叔本华的意欲在于未来和过去的时间间隔中，不在现在，又在现在，在现在的空集中，注意时间作为区间有有限宽度。

2009 年 6 月 4 日

为什么我的哲学叫做球面世界的哲学，原因如下：

① 形象特别好，球面是太阳的形象，太阳为人类带来光明，带来温度，带来运动，带来运动中的稳定。

② 人类生活的地球是球形，其实人生活在地球的表面，地球村并不准确，应该是地球表面村。

③ 根据宇宙大爆炸理论，地球其实也在一个球面上，膨胀着的球面上。

④ 球面很难稳定，象征着运动或者说表示着随时间的变化。

⑤ 更好地与物理学部分接轨，因为球面的描写至少需要两个坐标系，以表示白天和黑夜。

⑥ 球面有球内、球外和边界,球面是非欧的典型几何形状。

非欧的含义就是欧几里得几何的第五公理不会得到满足,也就是过一点可以作无穷多条直线与指定直线平行。所以球面的哲学代表了哲学研究的不可穷尽性,可以同时存在不同的话语,都是真理,只要说得通就行,也就是说哲学的体系也不是唯一的,每个人都可以有自己的哲学。

今天早晨继续前两天的畅想:

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v}=0,\quad a_i\cdot v_i=0,\quad i=1,2,3,4 \tag{8.39}$$

这里 $\boldsymbol{a}$ 为四维加速度,$\boldsymbol{v}$ 为四维速度,关键参考书为北大的《力学》(赵凯华,吴蔚茵著),有一点论述,大概是考虑地球绕太阳公转一周的情况。还有齐民友译的《现代力学中的数学方法》,通过 $w=\sqrt{z}$ 的变换,将对外的引力运动变成对内的谐振子,从而识别地球是绕椭圆轨道中心的谐振子。从而确定相当于普朗克常数的 $h_{地球}$,$\varepsilon=\frac{1}{2}h\nu$,以及频率 ν ,同时确定出地球的波动参数,$\psi\psi^*$,$\psi=c\frac{e^{jkR}}{R}$,如果时间加进去又怎么改写,也就是说 $e^{j\omega t}c\frac{e^{jkR}}{R}=\psi$,定出 $\omega=?$ 波粒二象性的奥秘在于从外部整体看为粒子绕轴运转,从内部(局部)看,为一谐振运动也就是波动。广义的惯性定律实为牛顿第三定律,作用力与反作用力,大小相等方向相反,用左旋、右旋的语言则为左旋的作用力产生右旋的作用力,右旋的作用力又产生左旋的作用力,而且大小相等。进一步参考 Goldstein《经典力学》英文版。

关于拉康的哲学,弗雷格的语言哲学可以用函数的语言来概括,而拉康的能指是一个泛函,对不同的所指给出不同的意指。比如张总,是个能指,只有结合到不同的姓张的老总才能产生不同的意义。所谓哲学的语言学转向,实际上是哲学进入泛函分析的时代,人以群分,物以类聚,为了哲学的叙事方便,总要做出上述分析。例如工人、桌子,实际上是对每个工人、每一张桌子的虚无化,当且仅当工人的能指与作为工人的张勇相结合,意义才得到充实,同样桌子也只有同我的书桌结合才能有充实的意义。再如上班、打工等概念,分别代表能指,可指一种活动的能指,但上班仅当与例如张三、李四的打工意义才得到充实。同样打工也只有与王五和秦七具体的打工相结合,意义才得到充实。还有锤子,在我老家四川就有特别的含义,固然可以具有通常的含义。

拉康的哲学从另一个角度来看,从自我的知道(所谓镜像阶段,虚无)到父母、周边等朋友的身教(意识阶段,想想域)到语言或者说社会的言传(知识阶段,象征域自我确实受到很多的影响,自我的存在是真实与不真实的对立统一,因为毕竟身体本身是真实的,身体的发育和变化是真实的,接触到的人和事是真实的,所以拉康只是把外因极端化,以显示外人和语言的影响)。某种意义上确实是对自我意志的侵凌性。但另一方面,小朋友从生下来到长大,家人、朋友和社会都倾注了大量的爱、精力和金钱。现在大家普遍对小朋友都很好,而且小朋友多数很服高帽子,很想做个有出息的人。很多家长为了子女不惜牺牲自己的休息时间陪读,花钱请家教。加拿大政府还为 18 岁以下的小孩发放牛奶金。小朋友只是到了 10 多岁,才开始出现逆反心理,也是应该的,老听大人的,自己没有主意也不行。自我逐渐随着年龄和受教育程度的增加而开始建立,并没有完全的虚无化。不听

大人的话，也就是有了自由，但自由伴随着责任。世上没有免费的午餐。自己的决定错了，只能自己负主要责任。这就是我所理解的拉康哲学的有益方面，并没有多少难懂之处。再次指出，从分析哲学开始，可以认为哲学已进入函数论，特别是泛函分析时代，但哲学的纤维丛时代还有待大家去完成。

2009 年 6 月 5 日

今天早晨，天气转阴。我 6:30 起床，外出锻炼到 8:00 多回家吃早饭。回家路上，一小孩(可能 20 来岁)开着一辆新车，让我先过街，显示出较好的教养。

2009 年 6 月 6 日

今天我和爱人开车到滑铁卢大学看儿子。因为张敏先去逛过了一阵商店，出发就 10:00 多快 11:00 了。到达学校附近，车又开错了两三次，因而到达我儿子宿舍就 12:50 多了，而我儿子下午 1:00 还要开会，匆匆忙忙地说了 3 分钟不到的话我们就与儿子告别了。好在他做演讲要穿的西服已给他带过来了。我们回来的路上，先在一家中国餐馆吃了午饭，又在附近一家图书馆找地方稍微睡了一下。

回来的半路上，又在一家麦当劳餐馆喝了杯咖啡。

2009 年 6 月 7 日

今天读了宋文宁关于自然的概念，很受启发。自然的概念比上帝好。自然可以是物质的，自然可以是无声的，自然是有规律的，自然是可知与不可知的对立统一，自然是理性与非理性的对立统一，自然是相对真理与绝对真理的统一。自然也比宇宙的概念好，自然无始无终，可以作无神论的解释，也可以作有神论的解释，自然就是神，既是物质的神又是精神的神，更是虚无的神。神等于无穷，无穷大既是一个又是多个，类似于盲人摸象。虽然各种宗教中神的形象有差别，其实都只是神的一个表象。早年列夫托尔斯泰就曾体悟到这一点。

2009 年 6 月 8 日

从今天开始编译 Moshe Carmelide 的《宇宙相对论：空间、时间和速度的大尺度结构》，(World Scientific，2002，2nd ed)，哲学的阅读还在继续。在以下记录的译文中，公式均不抄写，因为太费时间，但文字中夹杂的公式是为了语义的完整。整个小书 189 页(英文版)，但内容丰富，争取在两周内编译完毕。

第一章　引言/引论

1905 年爱因斯坦发表了关于运动电荷的电动力学的论文，后来称为狭义相对论。爱因斯坦重新推导了洛伦兹变换，并给出了正确的物理意义，特别是关于时间的物理意义。狭义相对论的目标是要使惯性系中的所有物理定律具有洛伦兹协变性。特别地，光速在所有惯性系中是不变的，既不依赖于参考系的速度，也独立于光源的速度。

绝对空间的概念是不对的，绝对时间的概念也不对。仅仅空间和时间的组合作为一个实在时空才具有物理意义。四维时空不久便被数学家闵可夫斯基发展，可惜他过早地离开了人世。

狭义相对论不包括引力，有引力的相对论由爱因斯坦在 1916 年建立，称为广义相对论。广义相对论的基本方程称为引力场方程。爱因斯坦所谓“总统当着没劲，唯有方程永恒”的名言中所指的方程，主要就是指这一方程。尽管爱因斯坦的思想非常革命，但仍然有传统的影响难以摆脱的一面。为了得到静态宇宙模型，他在引力场方程中画蛇添足地

加上一个常数。若干年后苏联数学家 Friedman 求解爱因斯坦广义相对论的引力场方程,得到了一个非静态宇宙解,这一非静态宇宙解意味着一个暴涨宇宙。这一暴涨宇宙模型(数学解答加上物理解释)很快被现在称为哈勃定律的实验所证实。根据哈勃的观察,遥远的银河系正离我们退行,越远处退行速度越大。爱因斯坦只得说在引力场方程中引入宇宙项是他一生中最大的错误。

第二章　宇宙狭义相对论

开始讲述宇宙狭义相对论之前,有必要复习狭义相对论的两个基本假设:

相对性原理:物理定律与惯性系间选择无关;

光速不变原理:光速与惯性系间选择无关,为一个常数。

注意所谓相对论,这里实际上是取了两个坐标系,一个坐标系就谈不上相对性,也就没有相对论。这两个坐标系应该是两个空间坐标系,开始时,两坐标系重合,然后,一个坐标系固定,另一个坐标系以常数速度 v 相对于固定坐标系运动。为了更加准确起见,设 (x,y,z,t) 和 (x',y',z',t') 分别代表惯性系 K 和 K' 中的空间坐标和时间坐标,并假设 K' 相对于 K 以常数速度 v 沿着 x 轴运动,由中学物理学可知时空的伽利略变换式为

$$x'=x-vt,\quad t'=t,\quad y'=y,\quad z'=z \tag{8.40}$$

这是绝对时空观下的变换式,而在爱因斯坦狭义相对论时空观下的变换式为洛伦兹变换式为

$$x'=\frac{x-\beta ct}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad ct'=\frac{ct-\beta x}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad \beta=\frac{v}{c},\quad y'=y,\quad z'=z \tag{8.41}$$

这里 c 是光速。

对应于狭义相对论的静止坐标系,在宇宙狭义相对论中我们也需要引入一个“稳定”参考系。如果我们作如下约定,宇宙时间仍记为 t ,但是向后测量,那么现在时间就是 $t=0$,现在是占优的时间(至少从思想的角度来看,现在总是好想一些的),换句话说用 $t=0$ 表示宇宙空间中所有的物理现象。

上一章提到的 Hubble 定律可以数学的表示为:任意的两个星系都在相互远离,并且退行速度正比于二者的距离。

然而大自然不允许观察者(地球上的)有这种取时间 t 的优先性,宇宙中另一天体同样有权说它. 的宇宙时间也是 $t=0$,尽管根据我们的时间为 $t=\tau$,这里 $\tau=1/H_0$ 是 Hubble 时间。根据爱因斯坦在狭义相对论中针对空间和速度定义的同时性原理,我们只能取两个参照系的时间都是 $t=\tau/2$,现在我们针对的是空间和速度。这也就引出宇宙学不同的问题式。在宇宙学中我们感兴趣的不是比较两个以常速运动的参照系中的物理量,而是比较不同宇宙时间的物理量。

相对论前的物理学假设空间与时间无关,假设存在一个“稳定的”参照系,相对于这一稳定参照系,一切物理定律都能描写。爱因斯坦在 1905 年的著名论文证明上述绝对时空观是错误的。为了推导维持光速在所有惯性系中的速度为常数,时空已经耦合在一起。任何两个以常数作相对运动的坐标系都是平权的,换句话说,其中的一个坐标系相对于另一个坐标系没有优先性。特别是同时只有相对性,假如两个坐标系相距为 L,同时性的概念是在两坐标系坐标原点的连线(长度$=L$)的中点处发出的光同时到达两坐标系的坐标原点,这也就是目前宇宙狭义相对论定义同时性的核心。

相似地,宇宙狭义相对论基于以下两条假设:

对所有宇宙时间来说,宇宙膨胀的速度为常数;

宇宙相对性原理:所有物理定律在所有宇宙时间一样。

第一条与所有惯性系中光速不变相仿,第二条与一常速度运动的参考系中的相对性原理相仿。这样宇宙具有一系列宇宙参考系,坐标原点位于固定的宇宙时间。两个宇宙参考系以他们之间的常数宇宙时间差相区别。

注意到:

$$\tau = \text{距离}/\text{速度},\text{宇宙狭义相对论}$$

$$C = \text{距离}/\text{时间},\text{狭义相对论}$$

所以宇宙狭义相对论的距离和速度作为基本变量以取代狭义相对论的距离和时间。

为了简单地导出宇宙变换,我们再次假设运动沿着 x 轴,所以哈勃定律在坐标系 K 和 K' 中由下式给出:

$$x = \tau v\ ,\ x' = \tau' v'$$

这里,和 x' , v' 分别在 K 和 K' 中测得。τ 是哈勃时间,一个代表宇宙年龄的常数。在宇宙学中人们的兴趣不在于比较互相以常速度运动的坐标系中的量,而是比较不同宇宙时间所在坐标系中的量。例如,人们常常想要比较宇宙中较早宇宙时间 t 的物质密度和温度与现在($t=0$)宇宙中的物质密度和温度。后向时间 t 是对我们目前时间($t=0$)的相对宇宙时间。由此可自然定义每两个具有相对宇宙时间的 t_1 和 t_2 两个观察者, $t = t_2 - t_1$ 。换句话说, t 可以看成一个变量,它扮演了在狭义相对论中速度的角色。同样哈勃时间 τ 扮演了狭义相对论中光速的角色, $t \leqslant \tau$ 。这是因为任何宇宙时间都不大于年龄 τ 。为了导出 K 和 K' 坐标系中空间速度的变换,我们假设 K' 相对于 K 具有宇宙时间 t 。

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - tv}{\sqrt{1 - t^2/\tau^2}} \\ v' = \dfrac{v - xt/\tau^2}{\sqrt{1 - t^2/\tau^2}} \\ y' = y, \quad z' = z \end{cases} \tag{8.42}$$

反宇宙变换为

$$\begin{cases} x = \dfrac{x + tv'}{\sqrt{1 - t^2/\tau^2}} \\ v = \dfrac{v' + x't/\tau^2}{\sqrt{1 - t^2/\tau^2}} \\ y = y', \quad z = z' \end{cases} \tag{8.43}$$

2009 年 6 月 9 日

今天又去打了一下乒乓球,流了汗,对身体大有好处,大多数人水平都比我高,所以输得多,但主要目的是锻炼身体。

看许兹的《社会实在论》,对于理清一些基本概念大有好处,诸如行为和活动、目的动机和因果动机。在世结构包括同伴、死去的人、还没有出生的人。以行为讨论事情是我的哲学知识中较薄弱的一个环节,通过阅读此书可以得到加强,本书也是现象学的。

宇宙相对论的编译不再以日记形式进行，转入另一个文档，可能作为哲学书中的一章或几章。

2009 年 6 月 10 日

今天到吴医生的诊所，因迟到改在了星期五，后天，主要是因为搬家后没有家庭医生，看病不方便，趁没病时设置好。

$A \cup B$＝意识，这里时间为同一时刻；

$A \cup B$＝信息，这里时间为不同时刻；

$\varnothing$＝虚无＝欲望世界，历史世界，神学世界，已知，不知道将来区分为人格化的神（知道）和自然神（不知道将来，但知道过去的一切）。

关于本体论，另一分法：

A＝实物

B＝场＝相互作用

C＝人＝生命∪意识∪行为∪意欲＝主体

D＝语言（∪意义∪知识∪信息）＝主体间

行为＝生命∪意识

人＝{生命，意识}

意欲＝$\varnothing$

单个的人＝{生命，意识}

行为＝知和行的合一

在专著中可以写出来，实践活动实际上是个人主义的活动（行为）

2009 年 6 月 11 日

去年今天，也就是 2008 年 6 月 11 日我坐飞机来加拿大，是一次愉快的旅行，结识了一个朋友。今天，遵照叔本华的教导，好书要看多遍，重看汪帮琼所著的《萨特本体论研究》。看了一会，突然没有了兴趣。

上网看了一些有趣的材料。

加拿大的胶合板，生产很过关，产品质量好，OSB 板（定向结构刨花板）也很好，而且很便宜。但在国内，OSB 板还是很贵的，比加拿大还要贵。顺便说一句，Plywood（胶合板）是由老（年代久一些的）木材制造的，而 OSB 则是由嫩（速生材）木材制造的。

2009 年 6 月 12 日

继续昨天关于胶和板的讨论。网站 www. canply. cn 上一切都有，吸引我注意的是 Richply 公司的一种可油漆的胶合板，仔细一看到处都是这种胶和板，据说比钢板好，其油漆保存时间 3 倍于普通胶合板。使我想到是否可以用于室内（墙板、地板、天花板）和室外围护墙板。

这种板子一样有一层外涂层，是在树脂中浸渍过的，因而在潮湿有水环境中能保持高的强度，可能也会少费油漆。特别值得注意的是，这种板由于完全用一种好的树种制造，其承载力为同等原度的板的 1.5 倍，1.5 倍就很厉害了，19 毫米相当于 28.5 毫米。

外用胶合板的成功主要基于防水胶的发现。大概是一九四几年发明的（待查实），因此胶合板比模板好，防湿，在四川乐山这种地方，很潮，应大力推广胶合板，但民间很多人不相信胶合板的比强度超过钢板，是很好的建筑材料。四川井研离乐山很近，就有胶合板

生产厂，而且可产29毫米厚的，2000元/米^3。

2009年6月13日

Richply公司还有胶和板一面很光滑(质量也好)，一面差一些。这种东西在加拿大Home Depot有卖。

加拿大房子大量采用胶合板，外围护、楼板、屋顶都用。做家具则一般用另外一种硬木胶合板，一般用Oak、Birch、Maple等树种。

2009年6月14日

从Canply的网站www.canply.org，可以通达另一家公司Canfor的网站，除了胶合板外，主要是原木(lumber)。这家公司的原木长度较长，可以到24英尺。有SPF，一种加拿大软木，也有Douglous Fir(花旗杉)，还有SYP(南方松)，SPF便宜常用(容易钉钉子)，SYP主要用作防腐木。防腐木的胶合板也是有的。

这家公司还有三种加工过的木材，一种称为MSR，可以长到20英尺，强度经过检验，可能也稍微直一些。另外一种用MSR指接而成的FJ-MSR(FJ即Finger Joint)，长度可以从22英尺到36英尺，质量更好一些，作过1.3倍的强度检验，最好的做过2.0倍的强度检验。长度也是从22英尺到36英尺。

如果需要更长的木材，那就是LP(也可以在www.canply.org查到)公司的LSL和LVL，我感兴趣的是LSL，规格有很多种，强度分3等，长度可到60英尺，但加拿大货车一般为53英尺，考虑到运输条件最好52英尺，厚度有$1\frac{1}{2}$英尺，$1\frac{3}{4}$英尺和$3\frac{1}{2}$英尺。宽度则有$4\frac{5}{8}$英尺，$5\frac{1}{2}$英尺，…，14英尺，16英尺等多种。

联系到这些木材的优点，如果不用木材工字梁，则可以用刚好的H钢，上下各放一根，木板(LSL，$1\frac{3}{4}$英尺×$4\frac{5}{8}$英尺，或者MSR、FJ-MSR、LL-FJ)外加胶合板或OSB组成箱梁结构，例如可以选16英尺高，最轻的一款H钢，上下各放一根$1\frac{3}{4}$英尺或$1\frac{1}{2}$英尺的木板，这样可现场制作。

加拿大一般的房屋都是木架结构，外加一根H钢作为主骨架，也有用两根的，看房子大小，为了减少楼板厚度，最好将木工字梁放在H钢里面，如选10英尺或12英尺深的工字钢，木工字梁深度分别选$9\frac{1}{2}$英尺或$11\frac{1}{4}$英尺的。也有先放钢工字钢，再在钢工字钢上放木工字梁，去年我家附近的别墅就是这样建的。

2009年6月15日

看了叔本华著、韦启昌译的叔本华思想随笔，"论性爱"和"论性爱附录"，叔本华强调生殖的欲望是人作为一种属，(生物学意义上的)由种属利益赋予的一种本能，这是我以前没有想到的。

另外叔本华比较强调优生学，毕竟学过医学，接上段稍微具体一点，叔本华道"人们真要相爱的话，是不需要花费很长的时间的，也不需要煞费心思和做出某种选择的；就在初次的唯一的一眼里男女双方之间就已经有了某种投契和一致。"这段话充分暴露了人的动物性，叔本华转引马滴奥·阿勒曼。叔本华还写到道："失去了所爱的人……，它不仅涉及

个人,而且还涉及个人所具有的长久,永恒的本性和种属的生命;这一个人现在受到种属意欲的召唤,并承担起种属委派的任务”。

2009 年 6 月 16 日

叔本华的《论性爱的附录》涉及同性恋问题,叔本华猜测既然这种现象古已有之,并且在他所在的时代禁止举措相当严厉。为什么禁而不止,必然是符合人的本性。这一猜测得到现代科学的部分说明。因为比如男性,一般是 YX,女性一般是 XX,但现代科学已测出有的男性带 YXX,也就是说其女性水平与女性相当,都是两个 XX。这种人在生理上就有产生同性恋的可能(当然可能并不等于一定),染色体决定激素水平,激素水平影响行为。为此我专门请教了一个分子生物学的多伦多大学博士,他在英国《自然》杂志上发表过文章。他说内因是变化的根据,外部环境有次要的作用。所以加拿大通过了同性恋合法化的条文(经过多年争辩),据说(我没见过)以前多伦多有同性恋者(最多时达到 100 万,加拿大总共才 3000 万人)大游行。同性恋问题因此成为加拿大公民面对的一个现实的问题,并不限于小说中,或者哲学书上,已经走进了生活。我在加拿大 Hamilton 读书的时候,经常看见两个女人跑步(大拇指上戴戒指),没什么不正常的,据说她们就是同性恋者,所以我也算是见过同性恋者的人,没什么可怕的。既然加拿大政府都承认,我们也就尊重别人的自由了。据说哲学家维特根斯坦也是同性恋者。

2009 年 6 月 17 日

今天去牙医诊所洗牙,一个医生和一个护士同步进行,不太痛,收费(因没有保险,有优惠)一百多加币,算是很便宜了。外加漱口水,用两星期后再去看。

医生态度很好,是加拿大长大的中国人,会说汉语,好像也能听懂一点,她讲的英语我也能听得懂。护士会说汉语,可当翻译,在多伦多华人生活还是很方便的。

今天收到国内杭州寄来的几本书,包括王海明的《新伦理学》、黑格尔的《精神现象学》、北大赵凯华和吴蔚茵的《力学》、北大王正行的《近代物理学》,还有一本《叔本华论道德与自由》,这样韦启昌翻译的四本叔本华的书(上海人民出版社)我就齐了。

如饥似渴看了《新伦理学》好几十页,对王海明老师振兴祖国的责任感很敬佩。

王海明老师一辈子写好《新伦理学》一书的精神很值得我们学习,写书确实是不容易的。我应该好好学一学王老师的精神。

说到伦理,加拿大还普遍存在一种同居的关系,男女住在一起并不结婚,据说主要与财产相关,很多大学教授、医生之类高收入人群,一旦不小心多结几次婚,就会变得很穷。这是很多人不结婚的主要原因。当然,低收入人群也有不结婚,几年前在加拿大 Hamilton,按女孩子的说法,“babyfirst”(先要孩子,再看结不结婚)。国内的婚前产权公证,虽然保护了财产所有人,但对婚姻或爱情还是有伤害的。夫妻财产都不能共享,所谓爱来爱去假的成分自然少不了。

王海明的《新伦理学》可以用邓小平的一句话来概括:“发展是硬道理。”

2009 年 6 月 18 日

今天看阿伦特著《精神生活 · 意志》,这本书还是比较好懂的。我有点后悔没带另一本《精神生活 · 思维》,这本书的语言较少哲学味,以清楚明白的方式道说着非常深奥的问题,这其实是很不容易的。宛如邓小平的“发展是硬道理”,全面一点,就是看“是否有利于发展社会主义社会的生产力”,“是否有利于增强社会主义国家的综合国力”,“是否有利于

提高人民的生活水平”。

阿伦特自称该书是本关于意志的历史的书，但明显对叔本华的哲学有所看轻，并未专章讨论，所以作家都是有偏见的，没有客观的历史学，只有某个人写的历史学。

阿伦特以研究极权主义闻名于世，这本意志的书也还写得可以，很多点评是对读者大有帮助的。我看她的技术在于不空洞地讨论意志，而是多次提到意志力，一种能够意志的能力，这样事情就好懂了许多。这本书涉及深层心理学的东西很少，如果提及叔本华那提不提弗洛伊德和拉康呢？所以省略叔本华看来也是必然的。一本书不可能真正写完意志的历史，只能选择一些人和事来说。

我记得美国前总统布什在发动对恐怖活动的战争时，曾发表过一个电视讲话，其中提到这场战争是美国的意志。这无疑是一个准确理解意志含义的较好视界。同样，恐怖分子对美国的袭击也体现了部分阿拉伯人的意志。美国在伊拉克受到的骚扰无疑也体现了部分伊拉克人民的意志。

斯大林格勒保卫战之所以能取得胜利，我想虽然有很多军事、政治、气候方面的原因，根本的一点还是这场战争根本违背了苏联人民的意志。苏联人民反对德国占领的意志经过放大以后变成巨大的力量。斯大林同志亲自到场，与广大人民并肩决战，这就给广大战士和市民巨大的鼓舞和力量。精神的力量变成物质的力量。斯大林同志的意志就是宁可战死也要击败侵略者。

同样，日本侵略中国，本来有很多优势，但中国人民不愿当亡国奴的意志，变成一种意志能力，在战争中处处体现出来，例如汉奸可能被暗杀。一个民族的意志还是很难违背的，更不要说征服和消灭。苏联解体前夕，乌克兰全民公决，百分之九十的公民赞成乌克兰独立。苏联不让乌克兰独立已经不行了。

2009 年 6 月 19 日

关于引力子的问题，以前的想法是应该有五个态函数，也就是－2，－1，0，1，2。根据我最近阅读哥白尼的书，理解了为什么地球对太阳的自旋为 2，因而改变了看法。认为引力子的态函数应该只有一个，光子有两个，电子有四个，现在的问题是怎样处理自旋 $\frac{3}{2}$，$\frac{5}{2}$，3（尚不确定）的粒子的态函数，德国人的英文书上已有讨论，但在新的观点下又应该如何？这里的讨论已在第二卷第九章详细展开，本质是这里的想法也不错。

2009 年 6 月 20 日

以前看过很多本钢管混凝土的书，这种结构材料具有钢和混凝土的优点，很有价值，但多数针对高层、超高层建筑和公共建筑（如车站、地铁站），对民用建筑怎么用是我思考的一个问题。

一是球墨铸铁管，这种东西因为有好的管件，为民间使用开辟了道路。球墨铸铁管有好几个优点，依次是：一，在土地内防腐，防腐能力是钢管的 30 倍，尤其是现在又镀锌又涂沥青，而且工厂化作业。可以安全使用 100 年，钢管和钢筋混凝土很难奏效。二，管内水泥内衬与铁管间黏着力是铁管内水泥内衬黏着力的 4 倍，钢管混凝土的毛病之一就是怕钢管与混凝土分离，黏得不够紧，而现在钢管与水泥已黏好，水泥与混凝土的相连应是没有问题的。三，防震性能，理论上说，球墨铸铁的防震性能只好几倍于钢管，但从实际地震

的情况看,实际上好几十倍,原因不太明白,有待进一步研究。四,抗弯能力强于普通钢管。而钢管混凝土主要用于主柱,也就是说主柱的抗弯也与屈服有关。强的抗弯能力意味着不容易受水平推力的影响,也就是说,水平刚度会好一些。五,球墨铸铁管一头大,一头小,如作基础,有利于增加与地基的接触面,半径大 1.1 倍,实际地础就大 $2^2 \times 1.1^2 = 4.84$ 倍,如果大 1.2 倍,实际地础就大 $2^2 \times 1.2^2 = 1.44 \times 4 = 5.76$ 倍,很厉害的,民间修房可以选用张口最大的一种。同样如果球墨铸铁管较大的一头反过来作为楼板下的柱帽,也是有类似的影响区域增大的效果。虽然 10 号钢、20 号钢的钢管可以扩口实现类似功能,但买一批钢管,找地方扩口,实际精度难以比球墨铸铁管高。10 号钢扩口性能好于 20 号号钢。不要小看多出的一点面积,这对于向上拨起有十分强劲的阻止作用,因混凝土浇筑之后,再要拔起就很难。开口大一点,也有利于浇筑混凝土。一切都好,唯一缺点是外镀锌与混凝土不相容,看能不能再人工加层什么涂料,既不影响镀锌,又能与混凝土兼容。好在只需要楼板那一段,其他的不用管。比如缠一些胶布或外套一个钢管套筒。(有的 Q235A 或 20 号钢)用胶连接一下,本来也要做加强层。底板方面也有铸铁的现成产品,这时球墨铸铁、灰铸铁均可。当然,球墨铸铁最大缺点是不能焊接,或者说难焊。但民间修房,只底层或顶多二层,用一下球墨铸铁管,也可以不用焊接,而且乡下修屋,找合格的焊工并不容易。类似的思路(焊性不好),还可选 27SiMn 合金钢管,现在只 6 千元/吨,但这种钢管的屈服强度是 Q235 的 $835/235 \approx 3.55$ 倍左右,本身就很好,关键是不仅可以用来制作钢管混凝土,外包一层混凝土,内钢管混凝土就变成新的"钢筋"。好像钢筋的有几个品种也是 SiMn,一举三得,既是钢管混凝土,又是钢筋混凝土,还解决了楼层之间钢管混凝土连接,顶层连接是容易的。因为可以用焊接的材料封顶,难焊就不焊,先用胶粘上。等混凝土一浇上,一切都黏牢了。再往上修就是砖混的问题了。民间修房主要解决一二楼,一楼最简单,二楼涉及楼板构造。

价格方面焊接钢管 Q235B 要 4000 元/吨左右,而 20 号钢的无缝钢管也只有 4600 元/吨。连 20g 钢也贵不了多少,可选。Q345B 或 16Mn 亦可选,20 号钢的无缝钢管当然挺好,首先有同样 20 号钢的套,而且 20 号钢还有很多其他优点,是种优钢,温度特性好很多,20g 更好,20g 是特优钢,温度特性好,对于用膨胀水泥有利,因为这时混凝土要发热,当然对防火或火灾情况下的寿命也有好处。球墨铸铁管 5800 元/吨,是挺贵的,但考虑到性能和防腐(可用 100 年),实际上是划算的,总之,没有十全十美的产品,关键看怎么用。

2009 年 6 月 21 日

今天是星期天,上午到教堂听了一下讲演,讲演的人是教育学博士,题目是关于一个父亲的成长。这个人有两个儿子,都是拿全额奖学金进入美国常青藤大学(八所)的,一个在普林斯顿大学学历史,现在在香港当记者,另一个在美国宾州大学,学商务管理,已接替他本人的买卖。当然,教会的讲演,离不开天父,今天刚好是父亲节,所以这个题目选得合适。有一些关于亚伯拉罕的经文,牵强附会的扯进来。教会的牧师唱圣歌时非常有激情和感染力。讲演的人今天讲得不算特别好,精力不够旺盛(还有两个分别一个多小时的演讲要在今天进行)。

下午吃饭时我儿子打电话来祝我父亲节快乐,我拿过电话(张敏先接的),还没等我儿子说话,我就先说了,"谢谢你,儿子"。接着我开了一个玩笑增加一点幽默感,问我儿子什么时候成为父亲有没有计划,他说还没有,我说只是个玩笑,现在专心读书。顺带问了他

最近功课怎么样，如果有什么数学问题，可以打电话来，我不懂的，我还可以请教别人，我又主动提供帮助的渠道。

晚上到市中区看了一场歌舞晚会，买票去的，因我们一个朋友要去演，捧捧场，同时也欣赏了艺术。这次晚会以舞蹈为主，我们的朋友就跳了四个舞，四次出场。三个主持人，一个讲中文，一个中英文混杂，一个英文为主，少许中文，这就是加拿大多伦多华人世界的文化，照例有各种人物讲话。也是有纯中文，中英文混杂，及全英文的，比如加拿大国会议员就是全英文，洋人，我能完全听懂他的英语，口齿很清，很幽默。有好多个小朋友(团队)的演出。有的小朋友很乖，虽然不太会演，但对他们是很好的锻炼。唱歌不太多，只有三个人唱，主要是跳舞，而且团队舞蹈为主，挺好的。我们的朋友排练了很多次，40 多岁了，还有几分妩媚，上场后形象不错。

2009 年 6 月 22 日

今天听说加拿大多伦多部分地区垃圾工人罢工，受此影响张敏单位的网络很慢，难以工作，张敏中午回来吃饭时在抱怨。加拿大罢工是合法的，而且比较平凡，我 1999 年初去加拿大 Hamilton 的 McMaster 大学念博士，就遇到公共汽车司机罢工，两个多月，影响非常大。当时经常有大雪风暴，我又不会开车，没有公共汽车，真是寸步难行。后来第二年又是助教罢工，又搞了两星期左右，涨点工资(我当时是助教)就完事了。垃圾工人罢工以前也搞过，他们过得很艰难。充分说明每个人都有他的功能，垃圾工人的工作亦很重要。同时现代城市是个耗散结构，每天都需要补充新的能量并排泄。垃圾就是一种排泄物，有专门研究排泄物的哲学家。

晚上我们到高尔夫球场附近去散步，主要看了看附近的一些别墅。有一栋别墅(旧房)正在卖，很好的房子，后面草地上还配置了很多风景，在加拿大也就报价 59.5 万加币。比国内便宜，大概有 0.8 亩地，三四百平方米的房子，加地下室可能有五六百平方米，关键是前面是一大片草地和树木，街对面并无房子，对于住宅来说这在加拿大属于高档物业。也是因为今年经济不景气，要是去年，这样的房子可能怎么也要上 60 万加币。我们在 Dundas 的时候，很一般的房子，只因后面有树就可卖到 50 多万，现在不仅是在 Ravine，而且靠近高尔夫球场，附近现有很大的 park(公园，但没有多少人的公园，与国内公园不一样，并无门票，甚至根本就没门)，还有一个较大的学校，很大的网球场等等。这个地方去年我们就去过，遇到一对黑人夫妇，很有钱，他们的家像个宫殿，很气派，当时也没有完全装修好，现在基本上好了，只是后面的风景还没有完成，看得出来，主人们对风景兴趣似小。不知道这对黑人夫妇是干什么的。

2009 年 6 月 23 日

今天天气很好，心情也还可以，早晨起来走了几圈，出了一点汗，洗了一下才吃早饭。张敏早早地上班去了。回了浙江大学两个学生(研究生)的电子邮件，给妈妈打了个电话，问候了一下。奶奶对孙子充满了爱，时时关心着他的成长，只是使不上劲。

2009 年 6 月 24 日

今天到张律师的律师行办理买房的手续。我只需要在一个地方签字，张敏倒是需要签很多字。这种手续类似于国内房产证，存在政府那里。

在律师行遇到一个新移民，来自中国，总想天上掉馅饼，找了不可靠的高利贷公司，手续始终办不了。张律师讲，在加拿大就是随大流好，不要像在国内事事动脑筋，找窍门。

明天就要搬家,可是新家的实木地板还没有装好,好在张敏昨天打电话,开发商说今天能装好。这次因为赶日子交房太晚,给我们搬家带来不便。今天全天打包,完全没有看书,其实连书都已打包了。

2009 年 6 月 25 日

今天搬家。朋友小贾和小谢 1:00 左右准时到达,搬家公司也准时到达。我当了主力队员,冲进冲出,不知疲劳,发挥了家里男子汉的作用。下午快 3:00 到达新家的时候,地板倒是铺好了,但楼梯刚油漆(木楼梯),因而东西都不能上楼,所有东西都堆放在客厅、厨房和车库。东西堆得十分凌乱,但好在总算把家搬了。

本来我们昨天就该搬家。买我们房子的加拿大人对我们十分友善,让我们多住一天,仅象征性地收了两加币。作为回报,我们留下很好的窗帘,满花园的花给他们。大家相处得挺好。买主喜欢我们的房子,女主人特别喜欢花园和厨房(很大)。我们也喜欢这一后面有树的房子。新家树还没有种,草地还没有铺,车道还是泥巴路,整个就没有完成。但据说新房只要完成 65%就可交房。今年买房的人多,很多开发商也就把还没有完成的房子交付了。close 的意思是钱已从银行到开发商手上了。

2009 年 6 月 26 日

因为家里炉子、冰箱和洗碗机三大件都没到,今天一天三顿都在外面吃饭。开始把有的东西搬上楼,我首先把我的书桌布置好,关键的书找出来。

2009 年 6 月 27 日

今天早晨本又要出去吃饭。我突然想到有电、有米,可以做饭,也就凑合在家吃一顿稀饭,放点菜在里面,就成了国内高档的菜泡饭。张敏比我更累一些,因为家里怎么布置我插不上手,只有搬东西的时候才喊我。换句话说,我还能得到休息,而她几乎就不休息。

2009 年 6 月 28 日

不锈钢冰箱和炉子、洗碗机今天到了,这样就可以顺利煮饭了。好多包纸箱搬到了地下室,楼上东西已基本清楚都是些什么东西了。前两天什么东西在哪里完全是混乱的。今天抽空还看了一会哲学书。送货上门的两个黑人工人很有劲,那么大的冰箱一个人就从车上卸下来。

2009 年 6 月 29 日

今天碰到我们对面的邻居,是国内南方某城市来的,尚未移民加拿大,就先买下两套房子,一套自己住,一套已经租出去,租金每月 1800 加币,女主人很能干,很精明。我们这条街上可能 60%左右是中国人,大家都还友好。

2009 年 6 月 30 日

今天非常令人惊奇,我发现如果考察任意物体沿任意轨道的运动,只要每一点的邻域可以在空间的意义上看成局部欧氏的,则在时间和空间意义上也就是局部闵可夫斯基的,也就是个惯性系。这一重大发现等我回杭州后再去证明,但思路是极其明朗的,就用去年证明"现在为什么存在"的办法,当然要用微分几何的一个定理。其意义如下:

一,惯性系或者洛伦兹协变性的依据完全与物体受力无关,是一个纯粹的运动学定律,而这几年我却在考虑受力情况。从因果关系上说,可以没有原因或者说不管什么原因,只要局部空间三维欧氏,也就局部时空闵可夫斯基,也就有洛伦兹协变性。

二,为我的统一场论克服了最后一个障碍。因为对有质量的带电粒子,Maxwell 方程

处处成立。这在以前仅是一个假设,以前只在匀速直线运动的情况下完成过证明。现在任意曲线运动下可以证明带点粒子将产生满足洛伦兹协变性的场。

三,这一成就的取得和可能应用,基于地球表面的位置在我们的时代是可以用 GPS 精确定位的,也就是说地球是一个好的坐标系,但受力复杂,现在如果与受力无关,则好办多了。

2009 年 7 月 1 日

今天是加拿大国庆节,上午到张敏单位上去认识了老板和技术总监,还有一个中国人是多伦多大学的博士研究生。上了一会儿网,看了几分钟,与老板谈了话,论题是关于时间尺度(区间的),老板写过两本书,挺好的。

下午到一个朋友家去讲了我的新哲学观点(在时间问题上)。核心的概念上,在世界之中是同时的,在世界之外是不同时的。哲学上说在世界之中和世界之外有不同的时空结构,通过给别人讲,达到了前所未有的清晰。值得惊讶的是,女主人的女儿,仅是一个九年级学生,只学过科学,未曾学过物理,居然知道黑洞和相对论、Higgs 粒子的许多故事,而且知道自旋,理解我对自旋的极大贡献。在不到两分钟内翻出自旋 $\frac{1}{2}$,自旋 1,自旋 2 的图给我看,她手上有两本书,一本是霍金的《时间简史》和《果壳中的宇宙》合订本(去年圣诞节买的,超市半价),一本是关于 Higgs 粒子的科普读物。她的志向是学土木工程,对这些物理问题只是兴趣。看来加拿大的教育也是不错的,挺成功的,培养了学生广泛的兴趣。

今天认识一对夫妇,女的搞生物,男的当电工学徒,我对男的印象不错,他让我懂得了很多加拿大电气工程中的很多规范,特别是公司/工厂的一些情况。他们来自兰州,使我知道了兰州是个盆地,一个小盆地。

我儿子因为明天要考试,尽管学校有活动,他也不参加,专心于明天的考试,是好样的。明天打电话告诉妈妈,她有一个乖孙子,在为当上加拿大的特许会计师而努力。

晚上放了烟花,大约 20 分钟左右。去年我们曾被堵在路上,今天回家绕行了一下,避开了人和车的海洋,10:15 到家了。

前几天去了一个新开的店,Lowe 与 Home Depot,差不多,但两件事值得补记一下:一是钢管在一头缩小一点就可以插入另一根钢管的另一头,连接很巧妙,国内可能有相应的产品;另一就是加拿大地下室常有钢管支撑钢工字梁,有三种高度。我掀开看了,完全可以加注混凝土,而且通过拧螺丝,还可以施加预压应力,真是现成得很,设计不加混凝土,现在更好了而已。

2009 年 7 月 4 日

今天早晨我大哥打来电话,说成电(成都电讯工程学院,现电子科技大学)一个人在论及相对论的错误,并给我发了一个电子邮件。我在回复中指出了两点:一,我与这个人的工作没有 connection(关联);二,我提及我的关于自旋的工作。早晨跑步回来的路上(邮件是早晨 5:00 左右回的)突然想到自旋的指定,或者对于光而言,$A_1^2+A_2^2+A_3^2+A_4^2=0$ 联合洛伦兹条件正好构成矢势四个分量的约束。同样对电子,左旋、右旋两个波函数,自旋。再加上一个条件 $\psi_1^2+\psi_2^2+\psi_3^2+\psi_4^2=0$ 或者质量相关。还有引力子,所以需要将上述两种方法推广到有源情况,A_1,A_2,A_3,A_4 必然与电荷有关。而 ψ_1,ψ_2,ψ_3,ψ_4 必然与质量有关,而现在我们认识到引力子的自旋为 2,也算一个条件。

2009 年 7 月 5 日

今天早晨,我们一家三口(我和妻子、儿子)高高兴兴地开车到加拿大 Brockvill 去访问我们九年没有见面的老朋友,我们带了很多蔬菜和中秋月饼去。由我爱人和儿子轮流开车。上午 9:10 出发,中途在麦当劳吃了简单的午饭,下午 1:30 左右到达,路上经过九年前我儿子和妻子住过(租的)的公寓。我儿子也还能认出曾经住过的地方,因为他和他妈妈一起去过多次旁边那家麦当劳(上次我爱人无意中说漏了),我儿子当时 12 岁,也喜欢麦当劳的食物,跟许多小朋友没有两样。

我们倒是很顺利,一方面我儿子在网上查过地图,知道怎么走。另一方面又带着 GPS 导航仪。由于昨天才发过电子邮件,之前又打了好几次电话,女主人和她的儿子在家里等候。她在我爱人进门的时候还按西式礼节相互拥抱了一下以示亲热。女主人因为是三班倒,还在吃饭。她停下来先让我们参观了她们家的房子。以前她们住在另外一个地方,搬到这里(旧房)已经好几年了,只是我们一直没来看过。房子是加拿大典型的两楼一底双车库的别墅,面宽 50 英尺,纵深 100 英尺,后面有实木甲板和花园,前面有车库和草地,旋转楼梯,四卧房。下面厨房非常亮堂,因为厨房凸出一部分到后花园,三面开着窗户。据女主人讲,房子买来后她们进行了改造,本来厨房没那么大。她们把中间的隔墙(木头的)取了。所以厨房不仅亮而且宽。最有意思的是主人卧室洗澡房很高级,功能很多,可以按摩,很多机关,我们来不及搞明白。

下午 2:30,女主人的女儿打工回家,我们在 Brockvill 时她还是小孩,九年过去已是大人了,一米七四的个子,可以说是挺高的,身材很好,一点不胖,也不瘦,身体十分健康,从小就参加很多体育活动,划船、滑雪、足球,什么都会,还当小学生足球队的教练。言谈举止十分得体,也会弹钢琴。最为重要的是高中毕业以 96.5 分的平均成绩考上加拿大最好的本科学校滑铁卢大学的挺好的专业,数学学院的特许会计师专业,与我儿子同一个专业,而且巧得很的是他们生日也相同,只是不同年。因此,这次谈话的中心议题是关于特许会计师专业的学习。这个小朋友挺好,自己不知道读什么专业好,报了十多个学校(都被录取了),最后听大人的话,读特许会计师。

坐了一会儿,我爱人提议出去走走,主要是想看看她以前工作过的地方卫生局,大人一组,小朋友(三个)一组,大人谈话很投机。至少在我们散步的地方变化不大,但从多伦多到 Brockvill 才是加拿大传统的住房风格,到处是树、草地,相反多伦多新修的房子占地越来越小,房子越修越窄,已没有了加拿大风格,跟中国的农民房区别很小了。

转了一个小时左右,回到家里,男主人也已下班回家,和我热情握手,说了几句客气话。我看他们夫妇这些年日子越过越好,气色倒是挺好的,可以说是没变化,女主人可能比以前还漂亮了一些。晚饭大家一起包饺子,吃饺子,另有炒菜和水果、冷菜等等。三个小朋友一起在 6:00 就去踢足球,6:00 至 6:30 是训练(姐姐是教练),弟弟是队员,我儿子可能是观众,6:30 开始比赛。我们大人在家里慢慢吃饭,然后聊天,到 7:00,我们赶紧开车去看比赛,因为他们家儿子是队员,女儿是教练,所以大人都想去看看踢得好不好。比赛很激烈,姐姐不断地指挥着队员,小男孩踢后卫,走之前我曾问他,他担心今天可能踢不赢,结果果然输了,本来离结束一分钟都还是平局,结果他们那方一个非守门员用手抱球,禁区内犯规,被罚点球。但我们都夸奖小男孩踢得好,以免伤了他的自尊心。

回到家里，我和男主人、我爱人和女主人又分别谈心很久才睡觉，谈起大学时代，各自的工作、爱好。

晚上他们把主人卧室让给我们，把儿子卧室让给我儿子，而他们的宝贝儿子却到客厅睡沙发，对我们很好。

我向男女主人表达了真诚的感谢，感谢他们对我们的盛情款待，我想如果他们先到我们家，我爱人招待他们达不到同样的水平。

2009 年 7 月 6 日

今天早晨，我 6:11 就起床，跑步以锻炼身体，因为在朋友家，我并没有在这里常住，仅九年前来过几次，哪里是哪里完全不清楚的。跑之前就提醒自己，路线要简单，不能跑丢了，让别人来找我。另外他们家的牌号、街名和周围标志性物件看了好几遍，顺着 Beley Street 跑到底，然后沿路返回，偶尔到不能走通的街道里面看房子的建筑风格，应该说是欣赏这里别墅的样式、后面的大树。路过一个建筑工地，正在修三个别墅，这里的好多房子(比如正在修的三栋)比较简单，不用砖做外防护，只用塑料或木制的外围护，这样钢筋混凝土的地下室、半地下室就有比较窄的墙，因而造价可以降低，斜坡屋顶也是工厂制作的，运到现场来安装，当然是木制的，靠一些有齿的钢板来连接各接头。另外，因为在劳伦兹河旁边，霜线可能较高，地下室埋深可能较浅。所以这里十多万就能买房，九年前八万就可以，当然质量是要差一些。比如楼板就用定向结构刨花板，而不是胶合板。我看了一下护栏板也较差，好在一般只建一楼一底(地下室)，顶多两楼一底(地下室)，房子也是可以使用 100 多年的。我仔细看了正在修的三个房子的架构，待了可能 20 多分钟，整个晨练一个多小时，回到朋友家里，按门铃，女主人来开的门。她正在准备早点，先给我做，我先吃，其他人陆续起床，算是流水席。加拿大早饭一般简单，我们的来到给女主人添了不少麻烦。

吃完早饭，稍事休息，我们就坐两辆新车到一个地方划船，自己带船，只有我们一家人在这里划船，舒服极了。不是什么公用场所，一共七个人，第一轮过去五个人，再回来两个人(我儿子和他的新同学)接我和女主人，第三次我儿子和他的同学再一次划过来移动停在路边的车子。第四次三个男子汉又继续划船玩。我和三个女士则在岛上准备烤牛排给大家吃。她们带了丰盛的食物，只吃了一小部分，很好吃。大家都很高兴，这是典型的加拿大地方文化生活，很开心。

本来准备玩久一点，但天下起雨来，据说打雷时又不能在树下，我们只得撤退。本来预定先送我和我爱人上岸，再由男主人和我儿子再返回接他们三娘母，但还没有上岸雨就下大了，加上我儿子今天跑了好几趟已有些累，我主动让他在车里躲着雨休息，并陪着他妈妈，我和男主人返回去接他们。本来我们应该躲一下雨，休息一下再走，但我们都是农民出身的人，这点雨算不得什么，哪知道下了水，上了船，风变大，加上我第一次划船，技术可能不到位，没划多远，风越来越大，船不听使唤，远离了航向，漂到湾里好远，以至于对岸的人看不见我们，半天看不见我们，心里虽然想着穿着救生衣，没事，但总归不放心，终于打来手机，听到男主人的声音，说没事，大家才放心。我们的船一出现，他们就远远地向我们招手，我开始使劲划，但已疲惫，没有多少力气，虽没多远还是划了很久才靠了岸，而且是歪着靠的岸。他女儿很快伸出手抓住绳子，拉到一个可以上岸的地方，我们都上了岸才把船拉到了通常位置。这时我想，身体好太重要了，我儿子以后要加强锻炼，女主人也说我儿子应更

壮一些才好。休息了五分钟左右,五个人又重新上船,新大学生掌舵,小男孩在安乐窝里看着他妈妈欢笑,我们三人划,这下子风也小了,大家欢快地到达了胜利的彼岸。

回到家里,我爱人去休息了一会,我帮助女主人和她的女儿做饭,一起说话,做出了丰盛的晚饭,尽管很好吃,但因为减肥的关系,没吃多少我就不吃了。

晚上我儿子带领两个小朋友玩电子游戏,我对游戏一无所知(应该说知道不好),也不感兴趣,我爱人一会又上来报告他们在玩什么游戏。我很高兴我儿子居然能和刚认识的朋友一起玩得这么投入,这么开心,看来加拿大滑铁卢大学对交际能力和领导才能的训练是有效的。

我们四个大人在客厅里看电视,我因为不喜欢看电视,加上今天中午没睡午觉,9:00多一点就上楼睡觉了。

2009 年 7 月 7 日

今天早晨 6:11 起床,本打算跑步,但天下着雨,跑不成,就在厨房的厅里看叔本华的《作为意志和表象的世界》,主要是看附录的康德哲学批判,我儿子很快也下楼来在他电脑(从多伦多带来的)上做正事,女主人 8:00 下楼来招呼我们,然后男主人为我们准备的早点,还是我先吃,不过今天很快大家都来了。

吃完早饭,我们就告辞回家。我说了几句对男女主人感谢的话,还特别祝愿他们的女儿一切顺利,同时承诺下学期最难的一门数学课(数论)有什么问题随时可以问我或问我儿子。她已买了书在预习,我也给她妈妈说了,要争取好的,也要防止坏的,绝不要在哪门课上不及格。还不仅是一门课的问题,对自信心乃至整个职业生涯都有影响。

我儿子先开一半,停下来喝了两杯咖啡,我儿子不喝,由我爱人接着开车回到我们 Markham 的家。我儿子开车的时候,我爱人和我都在关注着动静,我主要看超没超速和后面的车子,我爱人更紧张一些。我爱人开车的时候,我则小声地唱着一些歌曲,高高兴兴的。回到家里,我做午饭,吃了午饭,睡午觉,下午跑步六圈,绕着四个足球场六圈,跑出了许多汗水,回家洗澡,做晚饭。吃完晚饭接着看叔本华的《作为意志和表象的世界》,这次看的是意志论。我觉得叔本华的书写得很好。今天睡觉较晚,已是 11:45 了,通常 10:00 就睡。还有一事,我儿子把一些衣服(他自己的)忘在朋友家里了,对方打来电话告知,张敏回电。我想这件事的象征意义是好的,本身虽然暴露我儿子办事不牢的特点,其实我们还是第一次带儿子到朋友家里过夜,他也是没有经验,没有确认东西已全部带走。但我个人觉得这件事有某些神的旨意,我主观地认为从此我儿子的生活会有更多的人来照顾。因为我和张敏也没有想到检查一下我儿子的东西。当然,儿子已大,有他的独立人格,我们不检查也是对的。

2009 年 7 月 8 日

今天早晨起得较晚,以至于在我跑步回家的路上看见张敏开车上班。张敏没看见我,没打招呼。回到家里已是早上 8:40 了。

任韫灵今天 9:00 就去考高速公路的驾照。我们今天好长时间就在为此事牵挂,先是出发时没吃什么东西,然后是中午 12:00 左右张敏打电话问及任韫灵回来没有。大约下午 3:00 左右,我正在担心任韫灵为什么还没有回来,张敏又打电话问任韫灵的情况。我有点着急,请张敏打电话问带他去考试的师傅,回电话说还没考。终于在快 5:00 的时候,说任韫灵考过了,正在回家的路上,挺好。

2009 年 7 月 9 日

各向同性背景介质中的随机离散各向同性成层球的电磁和弹性波多散射是过去 25 年的热点论题。该论题在材料科学和微波遥感上有重要的应用。研究方法大致是用各向同性背景介质中波函数的加法定理处理多粒子体系间的相互作用。

研究的多粒子位形大致分为两种。一种是用 Monte Carlo 方法模拟有限多个粒子的随机位置分布,另一种是用对分布函数考虑无限多个随机位置分布。在国家自然科学基金的资助下,我们已能得到各向异性成层球的解析 $\boldsymbol{T}$ 矩阵公式,从而打开了用 Monte Carlo 方法模拟有限多个固定取向(指各向异性介质的主坐标系固定)随机分布各向异性成层球电磁和弹性波散射的大门。进一步,通过对各向异性球解析 $\boldsymbol{T}$ 矩阵公式的解析随机取向平均。不仅可以处理上述有限多个粒子的多散射问题,而且还可用准晶近似下的多散射公式和对分布函数,计算无限多个各向异性粒子处于各向同性背景介质下的等效介质参数。这个研究的基础是我创立的均匀各向异性介质的球波函数理论。优势在于可以处理中等电尺寸(而不只是电小)各向异性粒子的多散射。拟解决的唯一可能难题是弹性波的三个等效介质参数的同时自洽提取。

2009 年 7 月 10 日

我推荐出版陈世平著的《物原论》。

首先,《物原论》的创作彰显了 20 世纪 70 年代末向科学进军的精神。粉碎“四人帮”以后,高考制度恢复。陈世平和我分别于 1978 年和 1979 年进入大学,那时候无论起点高低绝大多数同学都拼命学习,向科学进军。现在我们这一代人仍然有一部分还在向科学进军,不管水平高低,对中华民族的伟大复兴而言,这种精神都是值得提倡和鼓励的。哲学是时代精神的精华,反映向科学进军的时代的作品,一定能找到读者群,当然应该出版。

其次,《物原论》为读者提供了用现象学方法研究科学和哲学问题的例子。陈世平同志没有力学专业的大学文凭,却能根据自己的理解写出力学著作,完全不管牛顿怎么说,爱因斯坦怎么说,关键在于陈世平用自己的话怎么说。从现象学的角度来看,就是对牛顿和爱因斯坦进行了“悬置”(本段加了引号的“悬置”、“括号”、“事情本身”为现象学关键词),对现有理论体系加上了“括号”,以一个门外汉的目光对一些力学问题进行了审视,面向了力学问题的“事情本身”。国内多数学生学者对有思想的著作的欢迎和渴望远远胜于编来编去的教材,所以《物原论》就其思想深度和趣味性而言不失为一本好的课外读物,任何专业的人都可以看。

最后,《物原论》是一部专著。专著不应看作者有什么学位,有什么职称,更不应看作者有什么职务,关键是看作品研究什么问题,提出什么问题,解决什么问题,是自己的思想还是别人的思想。《物原论》一书是陈世平同志长期研究的结晶,凝结着他大量的心血和汗水,记得在日本九州大学留学期间(1995～1998 年),陈世平同志就已写出本书第二部分的初稿,并对植物与温度的关系做出了高水平研究。《物原论》第三部分挑选了一些物质结构的例子进行细致诠释,所有文字表述都像晶体一样透明。最为难能可贵的是,陈世平同志还将大自然的奥妙创作成多首诗歌。我曾看过国内著名数学家杨乐写的学术专著,自己的东西也就 20%左右的篇幅,大多数材料还是由文献整合而成。陈世平同志著的《物原论》已达到这一标准。

在此附上林为干院士的书信：

陈世平同志15年前就和我的学生任伟博士在日本九州大学一起搞学问，探索大自然的真理，这种追求科学的精神值得提倡。为鼓励年轻人的进取，我特别推荐出版陈世平同志的专著《物原论》。

《物原论》我看后觉得还可以，有自己的观点和觉悟，可以发表。至于书稿中的一些可以改进之外，我已告知陈世平和任伟同志认真修改，并由任伟博士代表我进行审定。任伟博士在数学、物理和哲学上修养较高，在电磁学和相对论的研究上达到很高水平，完全合格为本书的质量把关，因此我也就放心地写出这一推荐意见。

2009年7月11日

今天天气很好，昨天晚上睡得很不好，先是睡不着而兴奋，后来胃有点不舒服，可能原因是这几天太注重于研究，过于投入所致。最后，起来喝了点牛奶，又在椅子上坐了许久，上床后又等了一会才睡着了。

上次洗牙还没有完成，今天再洗一次，据医生观察牙龈炎基本上好了，但可以三个月后再用一次，是为了避免产生耐药性。牙医是个加拿大长大的中国人(CBC)，非常好，而且跟我讲了怎样用牙线护牙，做工作也很认真，多次向我道歉可能她的操作会引起我的不适。很谦卑地说，她不是医生，只做洗牙的工作，我说这工作也挺好的。

晚上去教堂，听了一个音乐会，大多数是圣歌，由管弦乐队演奏的圣歌。也有些轻快的乐曲，有诗班唱诗，穿着红色的衣服，多数的诗班都穿白色的衣服，诗班的指挥作过很多曲，他儿子因游泳而死(本是游泳高手，不知怎么就淹死了)。据说他儿子死了，他夫妇还赞美主，很喜悦。相反，据说另有一个妇人，也是死了儿子，因为没有信靠主，反而因悲痛而疯狂，成了一个疯子。所以人遇到大的不幸，有宗教信仰也是好的，反正都是上帝的旨意，是可以喜悦的，中国人说红白喜事，可能也有这层意思。过好自己的生活不是更能安慰死者在天之灵吗?

乐队指挥是一个七八十岁的老人，穿西装，打领结，白衬衣，深灰西服，不胖不瘦，一副乐观的派头。

演出结束后(有个节目清单预先发到观众手上)还主动增加演奏一支曲子，结果主持的牧师又请求再来一个，所以总共加演了两支曲子。我看乐队指挥是最高兴的一个人。

中途休息的时候又买了10月3号另一场演出的票，是多伦多一个有名的乐队演奏的，据说以声乐为主。

回到家里，洗了澡，早早睡了。

2009年7月12日

今天把哈特曼的四本哲学书的英文译本在Staple复印完毕。哈特曼的哲学思想，我从哲学史上查证，实际与我的最为接近。而且他的三卷集的《伦理学》(德文原为一本，英文改为三卷集)也算一个值得保存的大部头，可以和王海明的三卷集《伦理学》相当，可能在世界上的影响还要大一些。他的《本体论的新道路》，有中文译本，我已叫我在浙江大学的一个学生给我寄了过来，译者碰巧也是浙江大学的教授，这也算我走向哈特曼的一个捷径。当然，我实际上是不管他说什么的，我自己有自己的说法，但对某些问题的处理，比如写作的思路，谋篇布局，还是有用的。

今天下午参加了运动会，对身体大有好处。

2009年7月13日

2004年4月29日在与薛校长签完聘任合同后，郭助理和王晓军老师在场，方书记对我在杭州电子科技大学的工作做出了重要指示：文章不在多少，关键是要原创，努力了，十年一篇文章没有也没关系；争取科学院院士的关键是要达到院士水平，为科学做出贡献，有没有评上倒不是最重要的，评上了最好。最近几年郭助理又根据方书记的指示，代表学校扶持和协调我的研究工作。在方书记和郭助理的直接领导下，在方书记要沉得住气生产贝多芬的交响乐的总设计下，我已取得以下进展：

一，创立高频波函数理论，可以处理大尺寸的均匀各向同性成层柱和成层球的散射。还可以大量生产应用论文。正在撰写一部120万字的专著。完成国家科学基金项目。

二，创立本科毕业生就可懂的经典物理中的点源辐射的数学模型，站在了大师狄拉克、Lighthill和霍金的肩上，否定了国际名流Willis、Achenbach和Norris的结果。

三，给出量子力学波函数的确定性解释和数学构造。既证实了爱因斯坦“上帝不会掷骰子”的断言，又在更高水平上统一了哥本哈根学派的概率论解释。特别感谢方华书记对我哲学研究的鼓励和指导。

四，创立随机离散散射体的多散射理论中相干位的位置表象。导出了各种情况下等效介质参数的计算公式，特别是完成了致密介质辐射传输理论中相位矩阵的自恰修正。解决了国际著名学者Twersky、Tsang和Kong等长期没有解决的经典难题。

五，攻克压电固体中耦合声场和电磁场的时域建模这一前沿论题并抢先将其应用于含非线性器件组成的系统中。也可进行自主知识产权的软件开发。

2009年7月14日

地球环境中的电波传播的研究始终得益于数学和计算机技术的发展。虽然人们已将多种数学方法和各种高性能计算机用于电波传播的研究，但是仍然有些问题不能用已有的方法很好解决。计算机由于容量和速度的限制也不能解决目前很多迫切需要的计算问题。解析方法与数值方法相结合的各种准解析技术仍然是研究电波传播问题的主要途径之一。我乐意将准解析技术用于本973项目的其他子课题，为其他课题组完成项目提供数学上和计算上的帮助，为完成整个973项目贡献力量。具体近期研究论题如下：

当收发天线相距较远，则必须考虑地球的曲率，把地球看作是一个球面。因此地球环境中电波传播的研究很多情况下归结为球坐标系下各种边值问题的求解。传统的本征函数解只能直接用于谐振区和低频，对于电大尺寸地球环境中的电波传播研究，必须采用非常繁复的推导才能得出有用的近似解。中国电波传播研究所潘威炎研究员在其专著《长波超长波极长波传播》中对相关的解析技术和实测研究进行了系统的论述。数值方法亦不能直接用于这种电大尺寸地球环境中的仿真。本子课题旨在提出一种新的准解析技术，其基础是我独创的高频本征函数解，这一解适用于高频到谐振区，与传统的本征函数解形成互补，计算上没有简单闭式解，需要解线性方程组。由于计算机性能的提高和Matlab的普及，要得到正确解的结果是不难的，且可与中国电波传播研究所已有的理论和实测结果相对比（我与潘威炎老师及其学生们有非常好的关系）。我在美国做博士后期间进行的一项美国海军实验室项目研究方法是高频本征函数解的原型，对高频本征函数解我已进行了十余年的研究，拟在今年或明年在美国物理学评论等权威杂志发表。既符合973项目鼓励原创性工作的宗旨，又与中国电波传播研究所的科研工作结合得很好。

由于地磁场对带电粒子运动的影响，电离层成为各向异性的介质。研究球性分层各向异性介质中的有源和无源问题具有基本的重要性。我 1993 年发表在美国物理学评论上的文章中对上述问题做出开创性工作，该文 SCI 收录的引用已达 25 次，其中他引用 18 次。本子课题致力于完善上述工作，将并矢格林函数最终表达式（双重积分号下的双重级数）中的双重级数取消，给出真正可计算的实用表达式。这一工作曾于 1994 年投美国物理学评论，还需在数学严格性、表达的清晰上下点功夫，核心是要同时建立三套而不是两套球坐标系才能把事情说清楚。等离子体中天线的精确分析早在任郎著《天线理论基础》中已指出其重要性，关键是要有并矢格林函数近区场的实用表达式，才能解积分方程求未知电流分布。国际上现有的 Achenbach 和 Norris 的表达式因不满足无穷远点的辐射条件不能放心地使用，急需向电波传播界推出唯一正确的实用解答。

2009 年 7 月 15 日

今天终于结束有关钢管混凝土的趣味性美学研究，为了更有效地钻研哲学，网络已经不再联了。

医生对我上次 B 超的结果做出解释，肝内胆管结石似乎没有，有轻度脂肪肝，加上上次的甘油三酯高和高密度胆固醇，还是少吃，多运动，改变生活方式。

2009 年 7 月 16 日

今天给我妈妈打电话，提及有没有可能了解关于 2 毫米、3 毫米钢板成了压型钢板或波纹钢板的情况。

我给她讲了什么是压型钢板，什么是预应力，什么是预应力空心板。

今天晚上去朋友家吃饭，他们很热情好客，男的与我一样做学问，在英国《自然》杂志上发表过文章，正在争取在加拿大做教授，我相信他一定会成功。女的现在精神比前几年好很多。今天主要是去还哈特曼的四本英文哲学书，因为我已复印并装订好了。

回想最近对建筑材料的美学研究，才知道什么是美，美就是忘我的一种状态。

晚上在朋友家里聊天，10:00 多才回来，回到家都快 12:00 了。我很高兴地获悉这位朋友获得加拿大博士后奖学金，资助时间三年，有这五年左右的博士后研究，我相信他一定能在加拿大当上教授。

我们还愉快的回忆了过去在成都的时光，谈起乡下的一些事情。

2009 年 7 月 17 日

今天一个朋友来家里吃饭，她爱人已到美国上工商管理硕士去了，据说是一所排名 15 的学校（商学院排名）。攻读该学位需要花很多的钱，所以她自己拼命工作，以支持丈夫的学业。他们本来有房子，我去看过，挺好的，但现在只得租出去，以减轻经济和精神压力。她自己却另外租了一个大别墅里的一间屋。从好的地方搬到差的地方，肯定有很多不习惯。比如在别人家里，中国式的炒菜可能是不被许可的。

吃了饭，我们去了一个地方，是 Markham 的老城区。有很多商店，有很多人在那里喝酒、喝咖啡、聊天，很热闹，还有一个交响乐队在演奏，我坐下来听了十多分钟。我们那朋友因为第二天要打工，我们只得提前送她回去了。

那儿有个池塘，景色好极了，在多伦多较难找到那么好的地方去散步，虽然真正好的地段也就 200 米左右，但还是有很多人来这里玩。

2009年7月19日

今天我国内家里有人过生日，我爱人电话打过去说了生日快乐。看了于长丰的《相位力学原理》(国防工业出版社，2007)，这次算是复习。孔子曰，温故而知新，搞研究的人总是要不断地复习，这本书上的许多疑点都在书上标注了，是本可能产生新思想的好书。

我关于自旋的理解与他的不一样，但他的思想和一些简洁处理对我是有用的。

今天晚上，我们又去昨天去过的小街上，本想今天专心听交响乐队演奏的音乐会，可惜今天没有演了，不过周边的美景让我们感到还是不虚此行的。

2009年7月20日

今天复习赵凯华、罗蔚茵写的《力学》，这本书以前看过很多遍，重看仍有价值，有很多知识是有用的。比如前几天去搞分子生物学的朋友家里，他说他们的东西是可见的，而电子学虽然如此发达，可以造电子计算机了，但电子什么样并没有人见过，光子就更没有人见过，更不要说引力子，时空量子之类的玄乎东西。我们考TOFEL，练听力，老师说从中间开始，大概科学就是从中间开始的，量子力学已经公理化，可用了，但它的基础则有很多问题仍然有待人们去解决，爱因斯坦始终认为量子力学应该重来，狄拉克临死前也认为哪天量子力学肯定会推翻重来。我今天倒是找到了突破口，与自旋有关，也就是哲学上在世界之中与在世界之外的经典问题。

今天我们第三次去了Marknam那条小街，照例地绕池塘散步，看看周边的豪宅，欣赏小桥，以及加拿大特色的木板人行道。今天张敏还去买了杯水喝，我就没喝，一是味道不怎么好，二是花那个钱我觉得不划算。

今天白天隔壁印度大爷请我去帮他搬一下他的新电视机，不知是他自己买的，还是别人买来送他的，总之，我们四个人小心翼翼。电视机从货车上移到车库里，大爷两次说谢，我说不用谢。

2009年7月22日

今天是星期三，是我们加东(加拿大东部)七日游的第一天。我因为有叫醒张敏的任务，早上4:00就醒了，不敢再睡着。我们匆匆吃完早饭，收拾好行李，早晨6:50出发将车开到朋友家，由朋友的儿子开车送我们到旅游车的集合点，迟到了五分钟，还好，导游和众游客等着我们。在多伦多市区还去了两个点载其他游客，比预定的8:00晚了20来分钟，出发向Kingston开，早晨天气不太好，天比较阴沉，很多乌云，一路上，天上的白云比我们的车子跑得快。

今天我特别有时间观察天上的云，使我联想到抗美援朝的时候，志愿军飞行员把飞机开进云里躲起来，歼灭敌机的故事。也使我想起第一次带着我儿子来加拿大，他观察飞机外的云彩的那种好奇心。特别使我惊奇的是，他能够通过观察飞机外的云彩知道飞机正在转弯。大概得益于小舅舅给他讲了很多航空的知识，他舅舅家里有几千张飞机的照片或图片。圣经上说，我们不知道风从何而来，这在当时来说是个相对真理，两千年的科学发展史使圣经的话语也自己暴露出自己的历史局限。现在人们基本上能知道地球表面的风和云彩。Kingston曾经是加拿大首都，现在还保留着当年的一些建筑，诸如高等法院，第一任总理的官邸(并不奢华，只比现在普通住宅好一点，赶不上现在一般有钱人的别墅)。有加拿大很有名气的Queen's University(皇后大学)，我们在Winnipeg的邻居的女儿从这所大学毕业，还有皇家军事学院，我以前的一个师弟曾在这里工作过，皇家军事学

院是加拿大唯一的军事院校。城市不大,只有 16 万人,到处都绿绿葱葱,景色优美,Kingston 的另一特色是有很多的监狱,据说政府每年在每个人上的开支是 6 万加币。当然 Kingston 最美的还是 St. Lawrence 河,河面较宽,碧波荡漾,劳伦兹河联系五大湖和美国。似乎并无边防警察,所谓较宽可能也就二三百米,与我国的长江、黄河是没法比的。我们的车子在劳伦兹河边停下,大家在河边照了相,我比较感兴趣的是议会大厦门前的一个弓形建筑,鸟儿停在上面,既显示出拱形结构的力学美,边上厚,中间薄,受力很科学。美好的一个弧形,可供鸟儿在上面栖息。拱下面有水,颇有一点诗情画意。

码头旁边一个砖混结构的房子吸引了我们的眼球。这栋房子的阳台布置非常别致,大多数落地阳台,只有在二楼是悬空,二楼以上连通的。我马上想到这种结构在中国行不通,隔壁的人会通过阳台很容易翻过来,北美的很多房子都是靠环境来保证安全的。我们在美国的时候,有一次钥匙忘了,很着急,邻居就建议从窗户翻进去,果然很容易翻进去。中午在 Kingston 吃自助餐,因为比较便宜,没什么好的菜,但还是很丰盛。下午我们坐车到了加拿大首都渥太华,上次加东三日游就来过,加上其他几次,总共来到国会大厦四五次了,类似于中国的天安门广场,当然没有天安门广场壮观。屋顶的色彩有些暗淡,简单地用压型钢板部分地盖了一盖,好多地方似乎还有灰尘,但是毕竟是有名的古建筑,很有特色,窗户各不相同,屋顶更是各式各样,相当别致。最有特色的是广场上的一团活火,在水中燃烧,据说象征英法两国在欧洲进行了几百年的战争,在加拿大又打了很多年,似乎水火不相容,现在终于在北美和平共处了。

在广场的公路上,我看见一个中学生模样的小女孩在公路边骑自行车,比较震惊,加拿大并无自行车道,在市区骑自行车是相当危险的。在广场上,一个贵妇人在给她心爱的宠物喂水,由她男朋友(也许是儿子)先将水倒在她手掌中,再由狗从她手掌中喝水。当时我也有点渴,觉得那狗真幸福。我可不能荣幸地喝美妇手掌中的水。广场右上角有一块绿地,我去看了一下,有很好的视野。刚好有一对长跑的夫妇在那里休息,并照相,他们自己带着水跑步,男女都戴着帽子和其他标志,容易引起开车的人的注意,从而避免伤害到他们,因而也才比较安全。我还留意到在一个不显眼的地方还有警察的,仅两个而已。可能在其他地方还有更多,毕竟是政府首脑机关,肯定也有保卫措施的。只是显得很宽松而已。

从渥太华坐上车,穿过非常美丽的使馆区,就从南(安大略省)穿过渥太华到北部的魁北克省。沿途主要是一些农田,只经过一条较宽的河,估计有一两里宽。晚上 6:00 左右到达 Montreal 市市区,我们在该市最有名的天主教堂前停下,教堂里面正有活动,不让人进入(让进入的时候也要收费 10 加币一人),在外面看了看,其建筑的气派和维护都比政府大楼好很多。由于是天主教堂,圣母玛利亚的雕像居中,圣父和圣子分别左右平行。教堂对面是广场,据说是以建立 Montreal 市的将军的名字命名的,虽称为广场,其实不过几百平方米而已,有几个雕像。路边的彩色马车格外引人注目。有少数游客会坐上马车在城里绕几圈,我因为没有想去坐,也就没有问多少钱一位。Montreal 是一座古城,虽然只有 300 多年历史,在北美就算古城了,著名的大学 McGill 就在这座城市,我 2001 年左右曾打算到 McGill 来做博士后,导师是英国剑桥大学毕业的博士。我一个最好的朋友的女儿就在 McGill 读着 premedical(医学预科)。Montreal 曾经是加拿大第一大城市,据说因为办奥运会亏了本,加上这些年闹独立,法语作为唯一的官方语言,路上路标、商店里都是

法语，而且是法语 only（只有法语），很多大公司都纷纷搬走，这样也就影响了当地的经济。国内省与省之间的区别不大，在加拿大，省与省法律都有不同，美国各州之间法律也不一样。Montreal 也有法国文化中比较自由、奔放的一面。夜生活和色情业据说比较发达。但这些与我们没有关系，我们在 Sheraton 饭店 9:00 前就睡着了，因为第二天 6:00 就会有 wake up calling（叫醒服务），7:00 就要出发。

下午我照例看了 Montreal 的斜塔，也就是当年奥运会的主会场，现在看来该建筑的使用率不高，比如游泳馆，我们去看了，主要是一些小朋友在戏水，大人不到 30 人，而且观众席仅在一边。这样卖出去的票自然不多，所以当年可能没有赚到钱反而亏了本。斜塔有点像杭州的黄龙体育中心，也是由钢丝绳斜拉屋顶以实现大跨度。游人可以坐电梯到楼上看一看 Montreal 的全景，因为需要买票，而且以前上去过，这次我们就没有上去了。

在斜塔脚下，我倒是注意到用花纹钢板做楼梯的设计，花纹钢板先冷弯成 Z 字形，踏在踏板上，内侧向上，外侧向下，左右用槽钢连接，下面用角钢局部加强连接在左右的槽钢上，挺轻巧的，攀钢刚好有耐大气腐蚀的 09CuPRE 花纹钢板，正好可用来做楼梯。扶手还是用的镀锌（也许是铝锌）钢管，而不是不锈钢管。

Montreal 的另一特色就是大部分楼梯是外置的，很多私人用旋转楼梯。这样为室内节约了大量空间，只是加拿大下雪，冬天可到零下 30℃。这时上楼将非常不便，尤其是对老人和小孩。但我想当地人既然这样做自然也有他们的配套办法。

公寓而言，他们前置楼梯兼阳台的设计也是在多伦多或 Hamilton 少见的。

外置楼梯在结构上也有优点的，使得楼板上无洞（无大洞），整体刚度提高，美国航母都是侧面开孔的，禁止在飞行甲板上直接开大洞（楼梯之类）。

航空母舰为了承受飞机起降时巨大的冲击载荷，普通民房也作类似的布置，看来似乎这里的楼板也有相当的冲击载荷。木板楼并没有国外混凝土楼板那么好的刚度，《北京人在纽约》中有段描写，在国内的时候就较难理解。我们上次在 Hamilton 的房子，是 30 多年的旧房，楼梯就有些摇摇晃晃的，摇晃就是刚度不好。

2009 年 7 月 23 日

今天是星期四，是我们加东七日游的第二天，一大早清晨 6:00，Sheraton 饭店就来了叫醒电话，但是当你去接电话的时候，没有人响应。我们早早地起了床，张敏还洗了澡，我们 7:00 就准时在饭店门口集合了，仔细一看，这是一个 1+6=7 层的旅馆，估计也是砖混结构，只是每间房的进深很深，估计在 8 米左右，宽可能 3 米多一点，洗手间之类都很好，我们的房间里有一个 king size（最大的一号）的大床。

按照导游的计划，我们是开 50 分钟车再吃早饭的。今天的天气与昨天大不一样，天气十分晴朗。昨天我们在一座教堂前停留了一会，今天早晨车开过一座教堂的时候，我以为是昨天的那座教堂，结果不是，原来这个城市有 200 多座教堂。顺便提及，据介绍，昨天见到的那座教堂是加拿大上流社会举行婚礼的地方，据说需要提前两年预定，而且收费很高，有个加拿大演艺界明星在这里举行婚礼花费了 100 万加币。

从魁北克到 New Brunswick，沿途基本上是农庄，高速公路是两车道，我们在右边，另一道在左边，两车道隔 5～10 米不等，个别地方又汇成一座道，当然还是两个不同的行驶方向。没有事就看对面的车子，值得一提的是以下几种有特色的车子，一是两倍长的货车。一般只看见一个货车，最长 53 英尺，今天似乎是第一次留意到 truck 后还可以拖一

个货车,包括 u-haul(加拿大搬家用车)也可以带拖车。二是四小车厢运原来的货车,以前我没有见过。三是运送猪的三层车,上面封顶,两面留有出气孔。四是自行车放在小汽车车顶,在国内也算少见。我们上午在两个地方停顿休息,其中一个地方主要是中途解手。虽然车上有厕所,但还是希望大家下车解手。这个地方称为信息中心,修得挺好,一个小小的棚子,都是用 H 钢加上钢板、钢管建造的。另外,办公室是用钢管结构,压型钢板横放做墙,很多商业用房是压型钢板竖放做墙。另外,窗户设计在一个角上,这样可以在角上两面开窗,两面采光。同时楼梯也在角上,内外两层,内里圆钢管立柱,槽钢封边,钢板楼梯。外面玻璃幕墙很有特色,另外,钢管上一分为四,向四个方向支出四根钢管。另一个地方只是为了吃顿午饭。

下午去参观了一个瀑布,与尼亚加拉大瀑布虽然不能相提并论,但据说在加拿大排名第二,有 11 个闸,实际上是个发电厂。西方人看来也讲吉利,明明 10 个闸就可以了,偏偏要弄出两个窄的以凑 11 个这个吉利的数字。今天只开了一个闸发电,据说去年水更小,今天水还可以,瀑布就是把白花花的一团水,从高处流下来,但河水流缓以后也还是不太漂亮,反而有点污浊,瀑布不远处也有个拱桥,是钢梁弯曲做的拱桥。从魁北克到 New Brunswick,越往 New Brunswick 走越落后。公路两旁越来越少住户,也少建设,只有一个地方在修建,似乎是要建一个小镇,这是加拿大的农业省,没有多少工业,具体地说就是土豆加工厂。New Brunswick 全省才 70 万人,没有四川一个大一点的县人多。省城也就 5 万人,还包括两所大学,也就是 New Brunswick 大学和托马斯大学,所以实际居民(省城的)并不多。据说本省 85%的土地是由森林覆盖的,因而也就有很多野生动物。高速公路两旁有许多栅栏以免动物跨越高速公路造成事故。

晚上我们住在 Deha 饭店,很干净。两间双人床,后面就是 Laurence 河,日落的景色很优美,张敏拍了照片留念。晚上我们又站在河边吹了一下晚风,享受一下静静的晚风在吹送(邓丽君唱的歌曲《再度蜜月》中的歌词)的喜悦,感受了来自 Laurence 河畔的迷人风光,还在运动室运动了一下,看了一下别人游泳和坐浴。

今天,大多数时间在路上,天上的云偶尔还在动,但没有像昨天那样跑动,太阳非常好,尤其是当道路两旁的油菜花连成一片又一片的时候,太阳的金黄和油菜花的浅黄色相辉映,加上路上不时出现的一湾湾清水,构成一幅动人的风景画,Laurence 河两岸的群山此起彼伏很好地构成了这幅幅动人画面的背景。Laurence 河有时离公路几十米,有时十几米,有时几百米,有时又消失了。总之,整个公路基本上还是沿着 Laurence 河的,它可以说是加拿大重要的河流。

2009 年 7 月 24 日

今天是星期五,是我们加东七日游的第三天,6:30 酒店来了叫醒电话。我起来推开窗户,一轮红日已经升起,放射出灿烂的光芒。我们没有在宾馆吃自助早餐,而选择了旁边一家餐厅喝了一杯咖啡,吃了一个鸡蛋和两片烤面包。两个人花了约 14 加币(加上小费)。

早上先去 Frederenten 市(New Brunswick 省会城市)市政厅前参观。喷泉上有一个裸体小朋友的塑像,面对大家喜乐地微笑,立即让人感到一种生命的气息。市长开会的地方允许大家参观、照相,我也在那里(市长的位置上)照了张相,其实也是一种从众心理,既然大家都排队照相,自己自然也要照一张。

从市政厅出来开了一个多小时，到了一个称为魔幻小山的地方，车子往前开，熄火，车子会向山上开，其实车子并不是在上坡，而是在下坡，但你坐在车子上就会觉得车子是在上坡。跑这么远来体验一下这个错觉，油然而生有没有必要的问题，确实许多旅游景点也是制造出来的。这里的午饭贵而不好，服务也不周到。一下子来了这么多人，女招待忙不过来。这里的农村气息还是很浓的，一路上开过来，没有多少车子，沿路两旁房子也很少，两旁除了树还是树，唯一区别是这些树多数是灌木丛，不是什么木材，只能当柴火烧。

吃了午饭，我们又到大西洋边去看一个金属龙虾的塑像，据说这支金属龙虾有四五百多吨重。到了那里，我遥遥地望了一眼大海，看见了那只龙虾，就没有下车了。在车上休息了 15 分钟。其他旅客包括张敏都下去转了一下。

然后司机又载我们到爱德华王子岛。经过跨海大桥，全长 15 公里，1992 年始建，1997 年建成，据说花了 7 亿加币，6000 人参加才建成，这一跨海大桥的建成对爱德华王子岛的经济有很好的带动作用。我们今天的位子是在车上最后一排，特别便于回头看跨海大桥，还行，虽说是跨海大桥，并没有多少置身于海中的危险感，因为后面的岸和车子看得见，对面的建筑也依稀可见。车子限速 80 公里/小时，没多久就到了对岸。车子在中间的时候，倒是可以看到广阔的大西洋。今天风不大，海上比较平静，虽有波浪，但是波浪不大。到了爱德华王子岛一下子就是繁荣景象。不用说两旁茂盛的草地，也不用说田里长得很好的土豆苗，单是住户干净而美丽的房屋接连不断，各不相同地出现在道路两旁，加上不时出现的奶牛们，一下子给岛上带来许多生命的气息。

岛上参观的第一景点是 Green Gable，是一个加拿大女作家写下的小说中的一个人物。很有特色的一个孤儿的人物形象。小说被传播到 30 多个国家，被翻译成十几种文字。这个作家能创作出这么一个人物，除了她对爱德华王子岛的了解、挚爱和深情外，她个人的经历也有作用，这就是小说源于生活的道理。来到这里，先看十几分钟的电影介绍情况，再看小说中人物 Anne of Green Gable 的故居，这个房子距今已有 100 多年的历史了。保存得还好，包括一部当年的人力车，现在供大家照相用，周围有一种由本岛产的牛奶制造的特色冰淇淋。这里完全变成了一个花园。对面山坡上全是树，似乎有一条小路通向树林深处。由于时间关系，我没能到小路上去散步，领略一下“林中路”(海德格尔一本书的书名)。我在人力车上坐了一会儿，四周望去，正要陷入深思，一个老太太游客就把我喊下来，因为她想要照个相。张敏因到书店去逛而忘记了时间，女作家写了系列小说，到底买哪一本，很难决定，车子都开了，我才紧急叫停，说还有一个旅客没有上车，正准备下去叫张敏，好在刚走到车门口，已看见张敏正跑步来赶车，导游也高兴地说她来了。我才回到座位上，她说刚才忽然觉得没看见一起来的人了，赶快付了钱往外跑，所以外出旅游还是多一个人好，要是一个人的话，今天张敏很可能就被遗忘在这个景点了。张敏最后还是买了女作家的第一部成名作。

后来我们又到了加拿大联邦政府成立的地方，我就没有下车了。一是因为有点累，二是由于天下着雨，如果淋了雨，感冒了，出门在外就不好了。

晚饭本来有龙虾宴会，因为每人要交 40 加币，我们就决定不去。每天大鱼大肉对身体不好，很多病都是吃出来的，不吃最好。

晚上的旅馆就在大西洋边上，窗户离海洋大约 50 米左右，但隔一条马路。我们也是早早地就睡了。

现在正值猪流感盛行，据说很多回国的人都要被隔离。平时咳两声，并没有多大关系，这时如果咳嗽就有被隔离观察的危险，所以我注意不要感冒也是对的。

2009 年 7 月 25 日

今天是我们加东七日游的第四天。早晨天下着雨，本打算步行去吃早饭，但由于下雨就在旅馆定了一点早饭：鸡蛋、土豆颗颗、咸肉和咖啡。

今天原计划是先到跨海大桥桥下照相，但由于风大雨大，结果先购物并照相，也就是穿上 Ann of Green Gables 衣服照相，男扮女装亦可。因此我也照了女装相。

在店里(洋人开的店)我买了 6 个装钱的盒子，一个贝壳，缘起是牛顿说过他不过是在海边捡到几个更好的贝壳，似乎比较谦虚，我也希望在加拿大期间捡到比较好的贝壳。自己给自己一个良好的祝愿。6＋1＝7 不论在东方还是在西方都很吉利。盒子虽然不贵，但是 made in China，带回国送人很好，东西买得比较满意。我读过爱德华王子岛的鸟儿的书，知道这岛上有很多鸟，而且有人专门研究鸟儿唱歌。是的，前些年，我在加拿大 McMaster 大学上学的时候，我的老师居安多娜就叫我早晨听 robin(一种有黄毛的鸟)的欢叫，大约早晨 5：00 robin 就会叫了。

非常幸运的是，1 小时以后雨停了，导游给了我们 15 分钟拍跨海大桥，到桥下去拍。我走到了桥墩下，发现桥墩大部分是圆形的，上面才是矩形的，当然是用了拱形以适应弯矩的变化。另外，我注意到桥面的水自然地排走了，排到海里。这次过桥总共花了 12 分钟，我们特别留意了桥是弯的以及部分的拱，还有桥上还有灯，当然都是绿灯，但紧急情况可能会出现红灯或黄灯。过了跨海大桥，就又是 New Brunswick 省，但没开多久就到了 Nova Scotia 的边界，以及边界上的信息中心，在这里停车 20 分钟让大家休息、解手。我趁机上网看了一下攀钢的钢管，有 L555MB，但没有 X80 材质的，因为这两种钢管的防撞击性能都是以前的 1.7 倍，攀钢有的话，在四川采购就方便一些。底楼车库的钢管混凝土能兼顾冲击响应，所以要好一些的，另外是出于安全考虑和防地震考虑(地震实际上是一个冲击波)，所以 X80 和 MB555 的防撞性能引起了我们的注意。

中午在一家中餐馆吃了自助餐，这家的蒸鱼是专门为我们准备的，挺好，我吃了 5 块，还吃了一些其他好东西，颇有些吃多了，晚上就只喝点茶。吃完午饭，我们在海边待了近 80 分钟，这个景点以灯塔闻名于世，但是白天灯塔的作用不明显，我们倒是很留意海浪。前两天看过瀑布，以前也到过尼亚加拉大瀑布，其实，海边的白色水花形成的景色比瀑布壮观。这个景点可能有上千平方米的观望台，并没有明显的路，只有一些乱石，高矮不一，已应了鲁迅先生说的那句话"世上本没有路，走的人多了就成了路"，我想今天没有游客的路就不一样了。到了这里使人感到真正的到了海边，一望无际的大海，具有排山倒海的力量，可以吞没一切。人顿时显得十分渺小。同时也展现了世界上一切都在运动，大海就是一些水，本可平静但它却汹涌澎湃，运动不止。同时也加深了我对粗糙表面的理解，什么是随机性？比如，我本想再往前，让海水能淋一点到身上，谁知，我还没移动，一个大浪过来，海水淋到了我的头上，我赶快往后退，不再敢往前了。这就是随机性。我在那里站了 10 多分钟都没有那么高的浪花，但偶然就会出现一个高一点的浪花。游客有很多开车来的，还有骑摩托车来的。常常听到小朋友叫爸爸，看来大海是一个很能显示人性权威的地方，所以老听见小朋友叫爸爸，比如一个可能只有 80 公分高的小女孩，估计也就两岁左右，在岩石间爬来爬去，不时地叫着爸爸，以显示她的每一个成就，可能同时也是增加自信

和安全感，而她哥哥，一个白人小男孩，很轻盈地就从1米高的岩石上跳下来。而我却要审慎地观望半天，找出最好的路线，自己轻轻地滑下来。小男孩也叫一声爸爸，意思是他没事。有一个挺发了点福的加拿大妇女，虽然只有30岁上下，在很多地方都要她丈夫扶着她才能滚上滚下。但不管每个人走着什么路，以什么方式走路，大多数人都被海边的美景所征服，流连忘返。这是我看过的最美丽的海边。首先是比较高，另外可以看得比较远，1公里以外白色的浪花仍然一清二楚，还有就是今天天气很好，出着大太阳。这里没有轮船只有灯塔，偶尔天空飞过一两只鸟儿，有一架直升机飞过，除了大海就是大海，远远地可见像云一样的东西，我想这是无边大海的虚假的边。又坐了1小时左右的车，我们来到Nova Scotia的省会Halifax。我们坐了1小时的车兼船，导游是个本地人，费尽吃奶的力气为大家表演着，表现着，说着很多笑话。但大多数游客的英语都不是十分好，很多人不能听懂他的话，所以他的卖力表现只是白费力气。但大家还是感谢他认真的态度，听不懂装懂。

吃晚饭的时候，别人又去吃龙虾宴去了，我喝了杯热茶就算晚饭了。

住在市区的旅馆里，稍事运动后就睡觉了。

2009年7月26日

今天是我们加东七日游的第五天。今天有三个景点值得一记。

第一个景点是一个海滩，与昨天的海边又很不一样，先是一路走来，有一条称为巧克力河的河水，其实就是红色黏土组成的河床，可能伴随着不少的水土流失，以至于整个河水都是土红色。到了海口，就变成一个海湾。据说这里以25小时为周期涨潮、退潮，潮水高达10多米，最高17米。我们到时，还好，没有涨潮。所以我们可以到有三四层楼高的海滩底部，里面有很多由海水冲蚀而成的巨石耸立，有的上头大，下面小，顶上面还长有树，有的两三个相依，但中间冲出很大的空洞，非常壮观。

海滩可能有500米左右，之所以说左右，是因为当我正要往右走，负责安全的人叫我不要过去了，所以我实际上只走了一边。走到左边，正好有一群人要划船出海，都穿着救生衣，两个保卫人员，有20来个爱好者，大多数都是洋人，似乎有一对中国人，姐弟模样，十几岁。我看着他们下海，海浪在咆哮，很有点吓人。很多人并不怎么会划桨。当然两个保卫人员最后出发，划得又快又好，很快地就追上早出发的人，有一对洋人明显是父女，女儿可能才10来岁，非常勇敢，出发的一刹那，没有一丝畏惧，勇往直前的样子特别可爱。西方人的冒险精神真是可嘉。海湾并不怎么宽，可能不到2公里宽，还没有钱塘江宽。对面完全看得清楚，所以没有昨天在海边对大海的那种敬畏，加上红色的海水使人感到似乎还没有入海，海浪的撞击声仿佛又变成了有节奏的歌声。

在海滩上遇到一对从法国来的中国人，他们住在魁北克，正好讲法语而不讲英语。我正想往回走，一个老太太模样的穿着制服的工作人员又不许我往回走了，只能从前面的梯子上岸。当然这个梯子我一过来就注意到了，而且想好了，一旦涨水赶快从那里逃生。我心里立即想到我爱人张敏在哪里，她并没有跟我到这边来。所以我不由得加快了脚步，走到刚才下去的海滩那里。开始我去过的一些岩石已经部分淹在水中，至少海滩已不见了，只是部分岩石在经受海浪的冲击，还有很多人站在海浪还没有冲到的地方，我知道张敏一定平安地待在别处，我又下去了一下，听了听大海的歌唱。潮水越来越高，估计又要集合了，我就爬三层楼梯上来了，楼梯是用H钢、槽钢做成的。与前几天观察的Z字形冷弯型

钢不一样,这里的是C字形或者说普通槽钢做的楼梯踏板,这样面前和后面钢板都是向下的,而Z字形的后面钢板是向上的。过了一会儿,张敏回来了,她也走了弯路,走到后面一片森林中去了,问了人,但还不是十分清楚,好在赶在集合时间之前到了车上。我们看见一个洋娃娃,一个洋人(加拿大)小孩,小男孩长得很乖,在笑,腿上很多肉,张敏禁不住去摸了一下小朋友以示爱抚,对方大人友善地笑,我也用英语赞美了小朋友几句,小朋友可能才几个月。另一对夫妇怀里抱着的小朋友才几个月,女的肚子里又怀上了。这在加拿大是不多的。

第二个景点是在Saint John, New Brunswick的倒流瀑布,我们下午6:00到达这里,潮水正好使河水倒流。这就是说,通常是河水流入大海中,这会儿是海水流入河中,形成了这一罕见的天下奇观。我先到桥上的观景点观望,看到公路桥和铁路桥,不是上下布置而是分开布置的,也许铁路桥建得很早而公路桥还比较新。后来我又下到河边半山腰的观景点,仔细看了河水/海水的流动,同时还仔细观察钢结构拱桥的结构。公路桥为箱形梁,公路路面有点坡,但基本上是平的,拱蛮高的,中间拱很低,两边高,但拱都只有一层,也就是说从下面的梁直达上面的梁只有高度不同而已。

第三个景点是加拿大国家公园边上大片的草地,草地边上是一个小池塘,我伸手去摸一下水,并不冻人,比较温暖。跨过马路来到海边,看见1公里以外的山上一层白色薄雾从海上慢慢升起,越过树林的顶部,慢慢散去,有游客说是云海。更远的天上可能倒真是云海,其形状不断变化,宛如剧场的背景画布,隔几分钟是一个景色,正对面则是一望无际的大海,我问了导游,对面全是海吗?她说是的,我想这就是可以通到欧洲的大西洋了。但是海面上有一层白色薄雾笼罩着,使人有点不敢相信正前方就是一望无际的大海了,想到这一点,我立即想万一掉到海里怎么办?办法两个,第一,海边有树,可能掉不下去;第二,真掉下去,游回来或者游到旁边的岸上,也就1公里不到。

今天除了美景,还有美食,早晨在加拿大典型的咖啡馆Tim Horton吃了汤和鸡色拉三明治,外加一杯咖啡。我没有加其他的东西,喝纯咖啡。中午和晚上都吃中国自助餐,晚上的自助餐较好,有几个菜受到大多数人的喜爱:蒸鱼、烧牛肉、芋头布丁、椒盐虾,等等。

总之,加拿大食物非常丰盛而便宜,最好的是牛奶,到处可见奶牛场,茂盛的草地,自由放养,牛奶自然好,而且很便宜。加拿大有吃不完的牛奶和面包,是个好地方,美中不足的是一旦冬天大雪一来,交通就不方便了,不像中国的南方,一年可以种三季庄稼。所以其实中国地方更好,关键是要勤奋和走工业化道路,没有粮食和牛奶没关系,有钱是可以买的。

今天的旅馆不错,房间很宽大,两张大床,白色床罩,旁边可上网,桌子正好供我在这里写日记,墙上还有四幅风景画,比较素雅,五个灯都很亮,写起日记来很舒服。

昨天与张敏闲聊,谈到巴金小说中的鸣凤(一个丫头)受双重封建思想毒害的问题,一是认为她与三少爷就不配,其实都是人,有什么不配的,也许三少爷不配她呢;二是冯乐山,冯大老爷就一定不可嫁?其实嫁给冯乐山也许是个好主意,就算不如意,也可以选择事后逃走,或者得到一笔钱后走人(但最近听我妈妈说由于我们不了解封建社会才有这种想法——2012年补注)。我们从不要受条条框框限制,尤其不要读一些无用的书而背着书中的条条框框做事。

2009 年 7 月 27 日

今天是我们加东七日游的第六天。昨天晚上住的酒店是这次最好的酒店,除了一切装备设施都很新以外,还有免费的早餐和免费水,特别满意的是床比较好,宽、硬,单是枕头就有四个,两张床就八个枕头,总之睡了一个好觉。早晨碰到另外一个旅客,她也说这家旅馆最好,刚好我拿到了旅店一张名片,是 Hampton Inn Suites by Hilton, 51 Fashion Drive, Saint John, New Brunswick, Canada E2JOA7。

本来司机答应今天早晨再载我们到山上看看,因为昨天晚上到的时候已有薄雾,看不清楚,但不凑巧的是今天早晨雾更大,原计划只能取消。早晚有雾我以前还没有怎么经历过,大概是这里比较靠海的缘故吧。昨天的日记写了,倒流瀑布实际上离出海口不远,顺便说一句,Saint John 这个城市是 New Brunswick 省的重工业和轻工业城市。

早年加拿大由于冬天长期下雪的缘故,扫雪就很是个事,尤其是在桥上扫雪,容易打滑,牵着牲口过桥更是困难,牲口也是有悟性的,它们知道桥上地滑就不敢过去,所以加拿大人搞了有盖桥,也就是说在桥上是盖上房子,下面可以开车,也有牲口走的路。在从 New Brunswick 到 Quebc 的路上,据说有很多这样的桥,我们参观的是一座很长的,1000 多英尺,300 多米,基本上是木结构,主要的受力部件都是大块的木材,但是,也有很多钢材,应该说是钢木混合结构,木材的链接处都有 6 毫米至 8 毫米厚的钢板加上螺栓连接,还有一些关键的地方有方钢管加强,还有钢管或非常粗的钢筋,没有带尺子,估计钢筋粗达 32 毫米或 50 毫米。

最为重要的是,我走到桥下看了,还有体外预应力加强措施,用的是非常粗的精轧螺纹钢筋,我能看见好几个精轧螺纹钢筋的连接器,所以上面双向开车,这么多年没有出事故。关于桥,还有一些其他的爱情传说,不一定真,也就不写了,因为其他的桥也有类似的故事。

今天天气不好,好多时候在下雨,但我们到了魁北克的时候,天气还可以。魁北克市的在 St. Lawlence 河上的桥很多,有一座悬索桥比较整洁一些,比较清爽,悬索桥的主要受力是靠主缆索(这座桥是钢管),可能钢绞线放在钢管里面的,悬索桥的拉力钢丝垂直桥面,这与斜拉桥不一样,总的说来,斜拉桥更复杂一些,悬索桥设计制造要容易一点。悬索桥也可以造跨度更大的桥。

魁北克的主要景点是老城区,也是世界文化遗产。山下面有一幅画很有名,很多都是真人,虽然可坐缆车上去,我们还是走上去,走上去也就十多分钟,可以一览江景,也可以观察古建筑,很有特色的法国式建筑。有一个人在表演骑自行车的杂技,他的车子很好,钢部件都是不锈钢的,老城区的小街上有很多艺术家可以给你画像,你还可以买很多商品,可能好坏都有,我因为一方面不识货,另一方面没钱,一样东西也有没有买。老城区另一特色是法国饭,我们随团也吃了一次,上次来吃的龙虾餐还可以,这次吃的法国饭贵而不好吃,可能旅游旺季,餐馆忙不过来,总之,菜不好吃,又还贵,下次不一定再吃什么法国饭。

2009 年 7 月 28 日

今天是我们加东七日游的最后一天,跟几年前的加东三日游的最后一天一样,从魁北克经千岛湖回多伦多。昨天晚上住的酒店中等,它的楼梯很特别,照例的是用槽钢加其他钢板,但很不一样了,主要是护栏变成了受力部件的一部分,直接与槽钢因作为

楼梯而倾斜形成的斜面垂直,并且弯起构成楼梯踏板的主承受力部件,主要扶手就并不与楼梯表面垂直(像绝大多数楼梯一样),而是与楼梯表面倾斜,这些钢管(矩形,小矩形)不是真正的扶手只是支撑着扶手,真正的扶手是木制的,这样受力比较合理。另外,楼层转角处两个槽钢形成工字型也是很巧的,整个楼梯与墙没有多少联系,主要是与楼板相接,也是这家旅馆的楼梯特色,有的楼层一个楼梯不转折一下就上楼了,类似于百货大楼或书店的长楼梯,只是只有一个而已。而商店一般是一个上一个下,而且有传送带,但结构是类似的,渥太华的一个同学家里也有那样的楼梯,从地下室到一层,从一层到二层都是。

顺便提及,昨天晚上吃饭,餐馆饭菜虽一般,房子倒是别致的,木梁是实木的,300毫米以上宽,400毫米以上高,6米以上长的大木头,地板也是原木板钉在木梁上,相当结实。其他地方没有去,从酒店和饭店看魁北克人似乎喜欢原始的实木结构房子,没有多少钢材工字梁、胶合板之类。

今天按洋人习惯,早餐、午餐一起吃,上午十点来钟在 Montreal 吃的,使得我们可以在车上,特别是在桥上(车中)再一次欣赏 Montreal 的岛和美景,两边一看,确实很美。

下午到千岛湖地区游览,千岛湖地区有85平方公里,很多个上船地点,我们是从 Rockport 上船的,船开一个小时,游览一些主要的景点。千岛地区有1865个岛,一边是美国,一边是加拿大,只要你有钱,你也可以去买个岛,只是要很高的税,各种费用,一般人还是买不起的。据说一个意大利的医生买了两个岛,一个在美国,一个在加拿大,中间用几米长的桥连接,成为最短的国际桥,当然这个桥的用途太小了,除了他本人,恐怕没几个人能有机会用这个桥。另一个故事是,一个富翁本来准备把一个挺大的岛送给他心爱的女人,可是还没有修好这个女人就死了,没有福气享受岛上的美景和风光,这个富翁也再也没有来过。看来岛再好,还是要人在才好,人都死了,还不如啥也没有的穷人。浙江也有千岛湖,但加拿大千岛地区不是一个湖,其实是 Lawrence 河较宽的部分。我爱千岛地区,以前在这里不远处住过大半年。

在回多伦多的路上,又在一个生产苹果馅饼的地方停顿了一下,苹果馅饼雪佛兰(汽车)曾经是美国人向往的生活方式,现在仍有许多洋人喜欢吃苹果馅饼,我不吃这种甜食。

七日游整个行程4500公里左右,所以每天长时间坐车,也比较疲倦。这次的导游还可以,是昆明来加拿大的一个女士,有小孩,可以说是一个妇女,据她说她的小孩三岁。导游懂英语、普通话和广东话,很尽职尽责。司机是个洋人,个子很大,也有力气。我问他开车方向盘重不重,他说不重,相当容易开。车子是标准的,挺长,挺高,一层,下面有很宽的地方放行李,坐在上面很稳。

总之,这是一次愉快的旅行。

有钱的时候,旅行是个不错的选择,长见识,换脑筋。达尔文就做过两次环球旅行。

晚上7:30左右下车,回到家里弄了点稀饭吃,洗了澡,洗了衣服,写好了日记就睡觉,明天开始弄哲学和力学。

2009年7月29日

长途旅行,有些疲劳,基本上在休息,没能做多少事。

2009年8月1日

一下进入8月,联想到来加拿大三个月了,给学校领导和朋友、父母、妹妹写了信,无

非说张敏手术顺利，灵灵（我儿子）还在滑铁卢大学上课，不是暑期课程而是另一学期，加拿大是三学期制的，因儿子1月到4月要到会计公司实习（明年也是），所以，5月至8月上课。8月15号左右放假，9月1号（其实8月底就得去）又上课。

2009年8月8日

今天是星期六，我们到公园区野炊，其实不完全是野炊，还是有个敞开的木结构房子可歇，去年我也参加了。今年的人特多，有150多人，吃得倒一般，但心里很高兴。正如牧师夫人所言，幸福是来自内心的。原来别人问她，为什么总是笑呵呵的，她说幸福是来自内心的。

回来想起，前几天晚上，大约是上个星期四，我们去访问了我们的老邻居。他们的女儿一路过关斩将，去年去还在担心下一个坎是否能过得去，今年见到她，知道又顺利过关了。还了解到她还到中国最有名的医院的一个医生那里实习了一个月多一点（6周），她自己水平很高，却佩服国内没有出过国的医生的英语不错。她自己能用中文做医学笔记，真是全能。我儿子中文就全部丢光了，不能读更不能写，只能说点简单的话，对很多形容词意义理解不准确。这个邻居的女儿将来要挣50多万加币一年（也就两三年以后），才27岁。人又长得比较美丽。可是就在别人看来万事都好的时候，她爸爸却极其不开心。前几年苦的时候，还可以，现在日子过得挺好的了，吃的都是洋人店里的高级水果，猪肉基本上不吃了。正准备买第二处房（为女儿买），可是心里却苦得很，幸福真是一个谜。

我自己很开心，高兴。因为知道了车库隔墙可以用铁丝网做。今天在足球场亲自感受了一下，很有弹性，不怕撞。确是这里面有很多辩证法，前几天为防撞，选X80无缝钢管，但铁丝网以柔克刚，随便多大的力，大不了换一个。前几天下午，张敏与我一起去看了一个房子，那家人的车库特别窄，给人的印象不好。我就想把我们家的车库尽量弄宽一点，本来7个车库是好的，3.1米的净宽。加拿大家里的车库净宽大约3米，标准化的车库门宽2.44米。后来将7个车库改为8个车库，净宽变为2800毫米，但若能将隔墙（240毫米宽）取消则很好，仍能有3米左右，比较理想的就是镀铝或镀铝锌铁丝网，仅6毫米到7毫米，次选压型钢板，墙用的，也可以很窄，大概20毫米到30毫米宽即可，如W钢带25毫米厚（实际由3.5毫米以下薄钢板压成，可选0.6毫米的薄钢板）。再次之，120的墙取代240的墙，铁丝网透风透光，但压型钢板有更好的私密性，估计国内还是压型钢板好一些，而且统一做成压型钢板，有一定的美感。

2009年8月9日

今天我内心很高兴，很有哲学家张祥龙所说：所有虱子都找干净了的畅快感。

我终于找到耐火耐热的钢材。叔本华说，别人告诉你和你自己想出来的是不同的，我是自己想出来的，所以很畅快。而且关于钢管混凝土一层框架，我终于想出一层横墙型钢，交叉一层一层竖墙型钢，钢管混凝土，竖墙型钢，再横墙型钢的理想布局。这样的知识是终生不会忘记的。

2009年8月11日

我们的朋友王卫红告诉我们她即将结婚的消息，我们都为她高兴并祝福。

在加拿大很多人只是同居，而走不到结婚这一天，所以王卫红的结婚就是了不起的事。

2009年8月12日

今天我们请王卫红来家里吃饭，还请了另外一个朋友。王卫红也做了些东西带来。

大家高高兴兴地聊到晚上 10:00 才回去了。

2009 年 8 月 13 日

今天欣闻我妹夫在青岛找到一万多元一个月的工作。这样我妹妹生活也就会好些了。挺好!

2009 年 8 月 15 日

今天我儿子大学放假了,我们开车去接他回来,主要是所有东西都必须搬回来。学校要整理宿舍供下一批学生住。

滑铁卢大学三年级后就不能再住学校的房子了。我儿子已找好下学期的房子,几个同学合租一个排屋,大概每月房租 500 加币。

中午很晚才吃东西,因为吃多了想睡觉,不利于张敏开车,所以在麦当劳吃了咖啡加点薯条和牛肉。

今天灵灵话还比较多,提到线性规划这门课很难。

2009 年 8 月 16 日

今天看罗恩泽著《真空动力学——物理学的新架构》(上海科学普及出版社,2003)第一版,译成英文是《Vacuum Dynamics—New Framework of Physics》,这本书登了两个人的照片,一个是赵忠尧教授(1902. 6. 27~1998. 5. 28),一个是 P. A. M. Dirac 教授(1902. 8. 8~1984. 10. 20),反而没有作者的照片。看来作者比较谦卑,不突出自己,对自己的老师很尊重。扉页上有大段文字,"仅以此书献给我敬爱的老师,世界著名物理学家,中国科学院院士,赵忠尧教授。"后记中再次细致提及赵老师对他的鼓励、关怀和指导。

2009 年 8 月 17 日

《真空动力学——物理学的新架构》一书由李政道作序。据后记交代,是赵忠尧教授建议的。李政道文章的标题是"21 世纪物理科学发展展望"。

李政道写道:"什么是真空? 真空是没有物质(粒子)的态,可它仍有作用,有作用就有能量的涨落,这种能量的涨落是可以破坏对称的"。

李政道还写道:"如果真空可以被激发,粒子的微观世界和宏观的真空就结合起来了。这将是一个新的世界"。

李政道进一步写道:"以为知道了基本粒子,就知道了真空,这种观念是不对的。从这个简化观点出发,不会有暗物质,也不会有类星体这类东西"。

对李政道的上述三段话,我作以下理解:真空为何物,这是千古之谜,李政道说真空有作用,有能量的涨落,我以海德格尔《存在与时间》来解读真空作为一种存在,必须与时间有关联来考虑,同时提到能量,能量乘以时间变成作用量,能量除以时间变成能量的涨落(也就是海森堡说该死的能级跃迁)。所以我认为真空是自旋为零的能量的一种状态,它以永恒运动的方式来座架一切相对运动,粒子的相对运动。一切都来自真空而归于真空,真空就是神的表象。粒子是存在者,真空是存在,存在者与存在是有区别的,当然二者又是可以结合起来的。

2009 年 8 月 18 日

罗恩泽老师还请杨振宁写了另一篇序,标题是"20 世纪物理学中各种对称性观念的起源"。这是一篇三页纸的文章,拉拉杂杂地写了无比多的事。最重要的是这么一句话:"米尔斯和我(杨振宁)觉得规范变换如适当地推广,可以用来决定场方程本身",这里杨振

宁明确告诉我们,对称性可以用来决定场方程本身。另外杨振宁提出了一个重要的问题:“引力是否为规范场?人们可能会说是,但准确地说来它到底怎样为规范场并不清楚”,杨振宁的话写得很好。我最近做的工作就是引力怎样成为引力场中电磁场的规范势。也就是矢量位(有三个分量)+标量位(有一个分量)=电磁位(有两个分量)+引力位(有两个分量),简称 3+1=2+2 的问题。

2009 年 8 月 19 日

罗恩泽老师的引言值得细读。

“真空不是空无所有的虚空(数学的空间),而是具有一定物理性质和一定物理结构的物理实在”,我认为真空是永远运动=永远静止的满足椭圆几何的能量凝聚态。根据黎曼的理论,数学的空间加上结构就变成几何。几何可能有物理对应,这就是我对罗老师这句话的初步注解。真空的本质是能量,空洞的能量不存在,存在的能量是以作用量(能量乘以时间)和能量的涨落(能量除以时间)来现身的。

2009 年 8 月 20 日

在前言中,罗恩泽老师进一步写道:“1928 年 P. A. M 狄拉克根据他建立的相对论电子方程,首先预言了激发真空,可使真空产生正反电子对,而正反电子对又可湮灭为真空”。

这段话很有神学色彩,一切粒子来于神又归于神,真空就是神,所以真空是一个永恒的谜。罗老师举出了理论物理上的四次重大突破,每次都与对真空的认识有关。

值得注意的是粒子是有限的,真空是无限的,无限主要是通过无限的变化来实现。也许真空未必无限但 $\frac{\partial}{\partial t}$ 却是永恒变化的,在整个宇宙意义上恒不为零。

2009 年 8 月 21 日

罗恩泽老师的第一章“真空的电动力学性质和结构”形而上学地提出了真空的微粒结构模型,经过我一看,就是完备二元论必含四个元素,关键是方向是任意的,罗老师很多说法还在朦胧状态,标量的真空却用矢量的电磁来表征,是在错误的方向上。

但罗老师说,洛伦兹协变性属于真空的宏观性质,来源于真空中惯性坐标变换的洛伦兹不变性。规范不变性原理属于真空的微观性质,来源于真空微粒内部相位变换的不变性,则是千古绝唱,值得推崇。

2009 年 8 月 22 日

在《真空动力学》一书第二章“真空的相对论力学性质和结构”中,罗恩泽写道:“当然,如果说,世界上不可能找到一个绝对静止的坐标系,这是完全正确的,因为世界上没有绝对静止的物体。但是如果说:世界上不可能找到一个特别优越的惯性坐标系,这就是不正确的”,这是支持我的绝对静止=绝对运动说法的。有人说罗老师工作在先,我的工作在后,怎么会罗老师的工作支持我的工作。这是我在第八章的 8.2 节就已厘清的一个哲学问题,因此我在本书中多次采用这种不合常识的做法。诠释学中有我注六经和六经注我两种方法,由 8.2 节证明都是可以的。

罗老师还写道:“这就说明了承认真空的客观实在性,承认有一个与真空相连的优越坐标系或绝对坐标系的存在,一点也不会破坏相对性原理的正确性,这就是说,被人们认为否定了真空客观实在性迈克尔实验,只不过是更精确的方法证明了光速不变原理,而根

本不能否定真空的客观实在性。”按海德格尔哲学六经注我是对历史的“强暴”,往往给人不舒服的感受,但也是可以的。

2009 年 8 月 23 日

在《真空动力学》第三章“真空的量子力学性质和结构”中,罗老师提出真空最小量子作用不变原理,$h = 6.6262 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$,注意到 h 是不为零的,因而量子跃迁也必然是非零的,因 h 等于能量与时间的乘积,而量子跃迁为能量与时间的相除,两个非零数相除必不为零,这是这一章的第一个亮点。

第二个亮点是从真空的客观实在性推导出薛定谔方程。我补充说前提是时间有先后,如果从时间先后到强制同时,则可看到本章的第三个亮点。也就是说狄拉克方程的物理解释的批评,如泡利就曾说过:“任何一个有这类缺陷的理论,即使与实验符合,也纯属偶然”,好在我在最近研究中完成了对狄拉克的伟大超越,详见第二卷第九章。

另外值得一提的是,赵老师说 Maxwell 方程、狄拉克方程和克莱因-戈登方程能够描写所有基本粒子的运动状态,从自旋上审查似乎不妥,光子自旋为 1,克莱因-戈登方程自旋为 0,而狄拉克方程自旋为$\frac{1}{2}$,对其他自旋如$\frac{3}{2}$,2,$\frac{5}{2}$等必然要用别的方程,“所有”两字用得不妥。

2009 年 8 月 24 日

《真空动力学》第四章的标题是“真空万有引力性学和结构”。

罗老师写道:“质量守恒原理和电量守恒原理,是物理学中两个基本而且十分严格的守恒定律,但如果不把真空包括进去,这两个守恒定律就会是不完全的。”

罗老师指出引力场与电磁场在动力学方程上有重大的不同,引力场恒为无旋场

$$\nabla \times \boldsymbol{G} \equiv 0$$

故引力场恒为标势场,也就是说引力场的独立变量只有一个而电磁场的独立变量有两个。

2009 年 8 月 25 日

真空动力学第五章是关于“真空中规范力学的性质和结构”。当

$$\boldsymbol{A}_u \rightarrow \boldsymbol{A}_u - \partial\lambda/\partial u$$

$$\psi \rightarrow \psi \mathrm{e}^{-\mathrm{j}e\lambda}$$

时场强 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 都将保持不变,电磁学规律也将保持不变,式中 λ 为时空的函数。电子运动的薛定谔方程为保持不变。

$$[(-\mathrm{j}\hbar\,\nabla - e\boldsymbol{A})^2/(2m) + e\varphi + V]\psi = \mathrm{j}\hbar\,\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

我猜测 λ 就是引力场中的引力势,因为电磁学实验和量子力学实验都是在地球引力场中做出的。这里离真理还有一个不小的台阶,关键是可观测量(两个)可由不可观测量导出。

2009 年 8 月 26 日

继续昨天的畅想,我们有必要进一步追问在规范变换下电磁学的连续性方程

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \\ \nabla \cdot \dfrac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} + \dfrac{\partial^2\rho}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

怎么样了？同样量子力学的连续性方程

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

又怎么样了？

2009 年 8 月 27 日

通过三天的思考，我们厘清了电磁场与引力场是在势的层面耦合在一起的，在粒子的层面，由于可假设粒子有同样的体积，而真空中统一场的密度必存在耦合关系

$$\nabla^2 \varphi_{em} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla^2 \varphi_g = -\mu$$

$$\rho = \frac{q}{V}, \quad \mu = \frac{m}{V}$$

令 $\varphi = C_1\varphi_{em} + C_2\varphi_g$，由 $\nabla^2\varphi = 0$ 导出 $C_1 = C_2C_3$ 。

2009 年 8 月 28 日

光是电磁波是 Maxwell 的发现，电磁波是光，由我在这里特别明确地提出，意思是：$A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 = 0$，加上洛伦兹规范，都是洛伦兹协变的，这样在四维时空将四个分量加上两个洛伦兹协变的约束，是对库仑规范和洛伦兹规范的完善，挺好。

2009 年 8 月 29 日

昨天的想法还不太对。由左旋和右旋的区别是可得两个解，但是可能真理是由微分方程支配的。另外

$$\frac{A_3^2 + A_4^2}{A_1^2 + A_2^2} = -1$$

可能有深意，与可交换的 $U(1)$ 规范场有什么关联？

2009 年 8 月 30 日

今天愉快地回忆起我儿子上学的情况，听说他烧饭的锅没带去，叫他过几天自己回来拿。

加拿大租给学生住的房子是专门设计的，非常小。这学期与往学期不一样，以前是租学校的房子住，床和计算机桌子分开，比较挤。这学期立体化，上下床的方式，床在上面，下面放计算机，他们五个同学合租一套房，两个人合用一个洗手间，厅还是比较大，阳台也有，不过加拿大阳台用处较小，冬天下雪是不大可能到阳台上去的。

2009 年 8 月 31 日

我儿子这学期六门功课，一门社会学方面的课程，一门统计，一门优化，一门计算机，一门中级会计学，一门中级金融。上学期我儿子金融 98 分，百分制的 98 分，挺好。

2009 年 9 月 1 日

多年的 9 月 1 日，是国内开学的日子，今年打电话问，似乎提前开学了一点点。我一个侄女已开学，据说当上了生活委员。另一个外甥女 8 月中旬似乎就去成都上学了，小的外甥女也已经报了名，还在上小学，她的目标是上乐山一中（乐山市最好的中学）。上次我回去她希望我给她讲语文，她喜欢我给她讲语文。

2009 年 9 月 2 日

我们的一个朋友去加拿大农场摘了新鲜蔬菜,特意给我捎了来。茄子确实很嫩,好吃。

2009 年 9 月 3 日

我们去访问了一个朋友,她们刚买了一个可以坐八个人的新车,国外称为 van,国内似乎叫大霸王还是什么,而且她们全家坐上新车去了加拿大好几个省,美国的几个省,行程 9000 多公里,还在美国开车超速吃了罚单。

2009 年 9 月 4 日

今天看了一下磁单级的文章,我产生了地球就是一个磁单极的想法。真空中磁单极不存在的证明可以使电荷必须在左手系和右手系中均分。

2009 年 9 月 5 日

读王正行的《近代物理学》,他说道光速可以用于引力波和中微子的传播速度,很受启发。

2009 年 9 月 6 日

30 年前,我从一个农家子弟变成一个光荣的大学生,当时带上成电(成都电讯工程学院,现电子科技大学)的校徽,很光荣,很自信,与现在的上大学完全两样。当时,农村人上不上大学完全是两种命运,我爸爸送我去的,被子是我姨妈给的(家里没有),蚊帐是学校发的(因家庭困难补助的)。吃饭是助学金,书费也有五元,五元也就够了。记得高等代数也就八角多钱,数学分析(上册)一元多钱,看电影五分钱。早餐的泡菜一分钱。当然,学费是没有的,任何人只要考上大学就不交学费,挺好的。

2009 年 9 月 7 日

根据王正行老师的启示,如果把光速用到引力波是对的话,把真空中的阻抗用于引力波也是对的,更为重要的是这些东西都与角频率没有关系,或者说对任何频率的引力波,它的波速都是光速,它的阻抗都是 377 欧姆。

2009 年 9 月 8 日

今天,进一步加上地球和太阳的自转频率,加上万有引力定律,就完成了牛顿万有引力定律的波动化。这样引力就变成完全以光速传播的一种力。

去年起包括今年,我一直致力于波粒二象性的粒子性图像的完善,德布罗意波,但没有粒子,我加上一个常数,加上 $\frac{1}{r}$ 完成了粒子图像。

心情挺好,给我美国的好朋友打了一个电话,他邀请我方便的时候访问美国,我就决定今年去,因为我有 500 加币的信用,今年不用过期作废。

2009 年 9 月 9 日

张敏和我一起去机场买了 9 月 22 日去美国洛杉矶的机票。买票前张敏打电话与我朋友确认他开车接送我。因为张敏去过洛杉矶,很大,打车的话可能会很贵,这不符合加拿大人做事节约的原则。

去机场停车很贵,20 分钟 3 加币,共花了 9 加币,本来买个票要不了那么长时间。并没有多少人买机票,但卖票的人对怎样用上海机场给我的 500 加币的信用不熟,又生怕出错,多待了一会儿。但还好,只花了 100 多加币就往返洛杉矶。

2009 年 9 月 10 日

我朋友来电子邮件要我的航班信息，张敏用电子邮件回复了。心里很高心去见六年没有见的好朋友，以前我只是在洛杉矶转机，没有出机场玩过，西雅图倒是去过好几次。

这次除了玩之外，还要讨论哲学和物理学。我这朋友素质非常高，干什么都行，现在研究神学和老子哲学，以前他买冰箱我去帮着抬过，他岳母拿来的牛肉，也叫我一起去吃，关系挺棒的。

2009 年 9 月 11 日

若干年前发生 911 事件时我在加拿大麦大上博士，记得我的导师告诉我此事，我很震惊。但当时学习任务重，没有多想。只是回到家里，给我在双塔工作的同学去了一个电话。他说往日，他都去得很早，今天他刚好去得晚，要是按他往常的时间进去就没命了。他爱人也在世界金融中心上班，比他早了半个小时，看见大楼已在冒烟就没有进去了，所以他们夫妇都躲过了一劫。

想起来，我另一个同学就没有那么幸运了。911 过去几年，在约旦遭到恐怖分子袭击身亡，而且恐怖分子并不是针对他的，他是一个无辜受害者，不受害的话回来就要升将军了。

2009 年 9 月 12 日

今天去看了一个开放的房子，意思就是房主要卖房子。加拿大的房子并不是那么容易卖得出去的，所以房主自己躲到一个买主看不见的地方去，中介代卖，这样便于买主与代理人讨价还价。买主看上了就给价，如果有几个人同时要买，还要 beat(拼一下)，决定当然还是由卖主做。通常谁出的价高就卖给谁，但也有例外的，有时出价高的人信用不够好，或者附加什么条件，也可能卖给出价较低的人。买主都可以去看，一般是星期天下午，也有星期六或者其他时间。这个房子用了 130 多年了。现在还完好无损，我看很多新建的房子都没有这个老房子好，据说是当时本镇最好的木匠精心制作的，楼梯很有特色，木材大而结实，房子不大，楼上只有主卧是直的。另外两间卧室都带点斜坡。但卫生间大而堂皇，管件都是铜的。

房子带一个 10 平方米左右的亭子，另外还有一个一楼一底的房子，楼下以前可能是猪圈，现在空着，楼上勉强可以做车库。当然可能可以停六七部车子。总共卖价 89.9 万加币，一亩多地，80 多棵大小不等的树，很好的景致，里面没有房子，称为 ravine，但它这里不只是 ravine，简直就是一个小庄园，因为除了围在护栏里面的花草树木外，外面还与国家的大片树林连在一起的。

真正说来，这房子不算贵，只可惜我没有那么多钱买而已。当然，因为今年夏天多伦多房子火爆，据说(不一定可靠)有中国炒房团来访，往年也就顶多 65 万加币而已。

2009 年 9 月 13 日

我们的一个朋友请我们去吃饭。在一个饭店里，还有舞蹈表演，他们是马来西亚华人。

饭挺好，不多，但比较健康，不像川菜那么油腻，比较精致。但也够了，比较开心。

2009 年 9 月 14 日

今天开车较远，参加了我爱人母校的同学聚会。大家高高兴兴的，会长和我们比较熟。他儿子也上我儿子上的同一所大学，同一个学院(数学学院)，不同专业而已。平时我

们也谈哲学,今天见到好多新人,有一个也是我们成电(成都电讯工程学院,现电子科技大学)的,以前曾有川医(华西医科大学,现已并入四川大学)的女同学喜欢找成电的男同学的说法,因为成电专业好,特别是听起来好听。食品很丰富,多数都是川味。我还参加了打排球和踢足球,玩得很好。以前他们叫我多次踢足球,我因不会踢,不敢去。今天见了大家都不太会,随便踢踢就行,我当守门员,守得还可以,主要目的是锻炼身体。

2009 年 9 月 15 日

今天重看杨振宁 1954 年关于规范场的论文,还看了吴大峻和杨振宁 1975 年的论文。没有看得十分懂。相关的还有 Dirac 1948 年的论文以及 Jackson 书上的好多文献。总之,我目前的目标是要证明我自己提出的猜想,电磁场的规范势中包含引力势,或者说修改 Maxwell 方程,把引力场也包含进去。

引力波的关键是个尺度。现在进一步要研究原子核和中微子。这是大数学家 Weyl 和爱因斯坦长期努力但没有解决的问题,当然有难度的。

2009 年 9 月 16 日

我的博士论文曾涉及低频散射。现在概括一下,地球是个低频问题,太阳就更是一个低频问题,特别是对球面上的人而言。原子核的问题,回国后再进一步研究,中微子不太熟悉,还有很多功课,但相信已在正确的方向上了。

2009 年 9 月 17 日

上周看过的房子今天又对外开放,也就是说还没有人决定买,我又去逛了一下,已降到 85 万加币。但仍然太贵,买不起。

今天还去看了一下另一家。是在两条街道交界点,房子还可以,二楼一底,单车库,要价 39.9 万加币,后花园装修了的,也有一个小亭子放些工具、杂物,200 平方米不到。我们又看了即将建成样板房,国内称为买图纸,这里称为买楼花。200 平方米左右,还挺好的,周边将要建很多商业网点,附近有好的高中,离一个火车站只有一公里左右,买房就要选位置,买的时候就要考虑将来好卖,并不一定要住一辈子,只是加拿大持有一个房子成本很高,每年几千加币的财产税,房子上涨的利益被政府拿去很多。第二是按揭,银行拿去很多利息。第三是中介公司中介费高达房价的 5%。交易成本很高,还有律师费,这费那费比国内多得多。所以炒房困难,这样当然挺好。炒房,老百姓一般不喜欢。当然加拿大买卖土地都要征收一笔不小的费用,房子与地产是分开的。

2009 年 9 月 18 日

今天是“九 · 一八”,很多年前日本侵略中国。

本来我儿子预定这周要回来拿锅(煮饭的锅),谁知打电话去他又不回来了。我很想了解一下他这学期的学习情况。

我自己仍然要看物理学。科学研究的进展并不容易。

侵略的本性与民族有很大关系,中华民族是爱好和平的民族,从历史上看北方少数民族如匈奴就颇有侵略性,这种东西是流淌在血液中,浸透到人格里。当然,任何人都有侵略性的一面,例如很多人小时候都爱看打架的电影,现在还有很多人喜欢武侠小说,武打的电视剧,都是侵略性的一种表现。弗洛姆专门写书研究人类的破坏性,弗洛伊德也有过研究。

2009 年 9 月 19 日

今天看了库仑规范与因果性的文章，指出超光速（瞬时传力）的假象，这篇文章是值得看 10 遍的，好文章看 30 遍也不算多。这一工作对我极其有用。

2009 年 9 月 20 日

早晨起来看了几小时书。10:00 多钟，张敏说到尼亚加拉大瀑布玩，我说回 Dundas 我们以前住过的地方看看。

刚好有一个好朋友打电话来，我们一起去多伦多电视塔附近的中心岛（坐船过去）玩，中心岛与杭州西湖很相像，但比西湖稍好，很大，我们只转了一小部分，主要是一起聊天。中午吃比萨，还可以。

晚上我们请朋友到多伦多的一家川菜馆吃晚饭，朋友自己点菜，她吃得很好。我没有多吃，也吃好了。把朋友送回家，回到家里就 9:00 来钟了，散散步就睡觉。

今天我带着赵老师和罗老师写的《力学》，检查了一下地球、太阳和银河系的自转角速度，证实我前几天关于低频的判断，三者的旋转角速度依次为

$$\begin{aligned}\omega_1 &= 7.3 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad/s} \\ \omega_2 &= 2.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{rad/s} \\ \omega_3 &= 8.0 \times 10^{-16}\,\mathrm{rad/s}\end{aligned} \tag{8.44}$$

为清晰起见，补充说一下什么是角速度：以圆周运动为例，设线速度为 v，圆的半径为 R，则 $\omega = v/R$ 就是角速度。注意到 $v = s/t$，则容易理解上式中的单位。

2009 年 9 月 21 日

今天将王正行的《近代物理学》又重读了一篇。

2009 年 9 月 22 日

今天上午把包打好了，带了三本书，两本《量子力学》（上下册），一本《近代物理学》，若干换的衣服、裤子、袜子。中午张敏回来载我去机场。出发前再次确认了机票（电子票，关键是号码，也有航班号和起飞时间：下午 5:15），一切很顺利，张敏把我送到机场出发的地方就回去了，一来要上班，二来机场停车很贵，再说下来没有必要。一切都还顺利，因为没有行李托运，只有手提行李，不用排队办票。现在多伦多机场去美国，自己在电脑上输入有关信息就能得到登机牌，虽然对我是第一次，但也不难，五分钟不到就好了（因为停下来问了一下服务员），如果下次再办两分钟就好。

安检还行，没收了一瓶刮胡子的液体，可能美国人担心是液体炸弹。很快我到了登机口，虽然等了两个多小时，但我有书看，也就很快过去了。

飞机按时起飞。我们的航班大约提前了一个小时到达洛杉矶，但我找机场出口费了几分钟，以前要取行李，跟着走。这次不取行李，好在我问了一下机场服务人员，指了一下，我就顺利到了出口，一眼就看到接我的朋友，大家高高兴兴地上了他开来机场的车。

半路上他夫人来电话，他说接到了，并告诉夫人已经到了哪里。我们回到他家的时候，他夫人饭已经做好了。有好多个菜，根本吃不完，他们以为我们四川人喜欢吃辣椒，特意做了几个辣的菜。大家高高兴兴地说话、吃饭，吃了一个多小时，稍微有点吃多了。

转了一圈，又沿着下坡的公路走了两三里地，因是富人区，都是三车库的大别墅。人不多，偶尔见到牵着狗的人，彼此也不打什么招呼。我倒是为了锻炼身体而走路，对洛杉矶早晨的太阳很喜欢。对我朋友富人区的空气、非常好的视野也有欣赏的喜悦，使我有机

会欣赏人世间的美景。朋友夫妇问我到不到哪里玩,我说不,大家说说话就挺好。早晨做了祈祷才吃早饭。我朋友在祈祷时对我的来访和平安求主保佑。上午在家里说话,临近中午出去吃饭,看了我朋友的商铺和公司的员工。太阳很大,100多华氏度,大约40多摄氏度。到附近一家海鲜酒楼吃中国饭,吃了饭,我就有点困,在他们公司的沙发上睡了一会,精神就好些。下午去教堂见了几个牧师,他们说他们的话,我主要是听。晚上又是宴席,在一家当地的饭馆吃的。朋友夫人因晚上要听课没有参加,我也主要是听。我朋友向他的朋友很高调地介绍了我,我只说混碗饭吃。晚上回到家里,早早地就睡了。因为时差,还是有点累了,我朋友精神好,我不如他,晚上没有洗澡就睡了。

2009年9月24日

清早起得早,当地7:00来钟,多伦多已是早上10:00过了,我因美美地睡了一觉,精神又好了一点。夫人做了西式早饭给我吃,照例地祈祷、祝福。我早晨洗了个澡,又往昨天相反方向向上走了一段路。洛杉矶的朝阳真好,碰上一两个人点一下头,招手也不需要。今天特别看了建筑的风格,虽然各不相同,但清一色的瓦房,可能还是一个或两个开发商建的,一般都有报警系统,我朋友家也有,但他们没有用,至少我在期间没有用。别墅很大,但一般估计也就500平方米左右,因为一般住大房子的人家里人并不多,莫非厅大、厅多。

吃完早饭,我们去赶一个应酬,是国内一个代表团与我们的聚会。说了一些无用的话,我只是听。中午又与一个牧师一起吃午饭。他们聊得很多,我想我自己的事情。我朋友反复给我讲神的事,还送了我两本圣经和两本他写的新书。回到家里,我简单地看了看他的新书,写得还可以。他夫人晚上又给我讲了她信主的体验,很好。

2009年9月25日

今天,我朋友再次问我要不要到哪里玩,我说不去,所以上午大家各看各的书,我朋友大概看圣经几个小时,中午出去吃了三菜一汤。下午他们夫妇一定要请我吃烤牛肉。刻意开车出去买牛肉,我也去了,是一个大超市,因为经济萧条,人并不太多。买回来就烤,我吃得稍老一点,他们吃得嫩一些。我朋友夫人还刻意做了四川回锅肉,无比热情,晚上聊天聊到一点过,大家很开心。

我朋友对我能理解他很满意,特别是有一次他只说了两个字我就知道意思,特别满意。他对我关于三位一体实为四个东西很佩服,彼此看得起对方。

2009年9月26日

今天就要离开洛杉矶回多伦多了。早晨照例早起散步,朋友夫人做了中式早饭款待我,一起送我到机场,出发前与他们一起照了相,无比感恩。

朋友对我最近几年应该做的事进行了一些指点和忠告,满怀关心和爱护,我挺感激。对我儿子十分关心,希望他能热爱专业,将来有大的出息,对我爱人张敏也很好,很多的理解和宽容。

顺利回到多伦多,张敏接上我,在外面吃了饭才回家,向朋友报了平安,向父母报了平安,睡觉。

2009年9月27日

今天翻译和诠释老子道德经的一段。

无限的道是可以道说的,但绝不可以用普通的逻辑方法来说。你可以给无限的道取

名，例如，圣父、圣灵、圣子、主、上帝和神，但是这与我们对一般的存在者命名是不同的。天地之始，本无名，只有无限的道(也可以称为存在)。只有每个存在者时，我们都对这个存在者进行命名。无限的道在每时每刻都以虚无的形态出现，目的是让世人能够通过不存在者的消失来体验存在。无限的道在每时每刻都以虚无的形态出现，目的是让世人能够通过存在来体验存在者的有限性。存在与不存在同出无限的道，如果存在者代表某一时刻存在者的集合，而不存在代表同一时刻不存在者的集合，存在与不存在都来自于神(或无限的道)，关键在于存在与不存在同时存在。同时存在也就是有先后存在。只有先后才有同时，没有先后也就没有同时，这种先后的次序或者同时的指定，我们称之为玄，或玄关，意思是开了又关，关了又开，是一个时间的缝隙(time slot)，也就是时间的区间。一切奥妙的展示与遮蔽就在于这时间区间的玄之又玄，蔽开后的遮蔽，遮蔽后的蔽开。也就是存在者的展现和存在者的消失，但无限的道，或者说存在，永远地还在那里。它既看不见、摸不着，但它通过瞬间的存在展示着永恒的存在。道生一，一就是时空的原点，一生二，二也就是时间的区间或者空间的距离，二生三，三就指三维空间，三生万物，三维空间中的运动产生万物。

2009 年 9 月 28 日

今天回到王海明的《新伦理学》，下册主要看了幸福，也是一两百页的东西，写得不错，都已在书上作了标记并将带回中国。

2009 年 9 月 29 日

今天再回到王海明的《新伦理学》的上册，主要看价值论。讲得还可以，涉及商品的使用价值和价值，但他似乎并没有区分价值和价格，但讲到这种程度也可以，否则篇幅会无限膨胀，所有的体会已经写在书上了。

2009 年 9 月 30 日

今天接着看王海明的《新伦理学》上册，看了 200 多页，注记写在书上了。

2009 年 10 月 1 日

今天是国庆节，我家里没有中文电视节目，接着看王海明的《新伦理学》上册，费了好大劲，总算把上册看完了。

王海明的书有不少的重复，但我理解属于必要的重复，就像唱歌一样可以重复。

2009 年 10 月 2 日

今天接着看《新伦理学》中册，非常有味道，争取在回国前看完上中下册，必须抓紧时间才行。

2009 年 10 月 3 日

今天是星期六，上午抓紧时间看《新伦理学》中册，下午到一个朋友家里唱卡拉 OK，并在他家里吃晚饭，说是朋友，但并不是很熟，只是很多人都去，我们也就跟着去。我唱了三首歌，“何日君再来”、“北国之春”和“红河谷”，听别人唱了很多首，在他们家里还看到了建国 60 周年阅兵片段，特别是看到了中国的预警飞机，这是中国科技工作者多年的梦想。

按国内习俗，今天是中秋节。晚上看了音乐会。几个月前买好的票，买票的时候不知今天是中秋节。说是音乐会，其实只是唱诗班的大合唱，有 100 多人的队伍。有钢琴，有指挥，黑衣服和白衬衣。钢琴演奏家很投入，一个大姐经常帮他翻谱，有时候还有另一个小伙一起演奏(在同一架钢琴上)。本是声乐，但我们多数时候不知唱的什么意思，只能当

音乐来听,当成音乐来听的话,还是美的。指挥的汗水都出来了,可见还是紧张的。

2009 年 10 月 4 日

今天我和张敏开车到加拿大滑铁卢大学看儿子,走之前见一面。我这次和儿子分手时说了三点,一是努力,二是好运,三是上帝保佑。我还在吃饭的时候讲了一下,学任何专业都有可能好,有可能不好,好是指能够出头,不好是指不能出头。但不同的专业还是有差别的,特许会计师能保障一个不错的收入,混得不算好也有饭吃,所以是好专业。之所以说这些,是因为我儿子说应先学工程,后读 MBA,例如有一个人就是这样,被哈佛大学 MBA 录取了。学工程的人多得是,能到哈佛学 MBA 的各专业都有,不必非学工程,特许会计师也可以到哈佛学 MBA。他说特许会计师再学 MBA 增值不大,不属于技术官僚,而工程出身,又懂技术,又懂管理。总之,我儿子对我让他学特许会计师还是有所不满。

但是这学期几门课学得还可以。我又叮嘱他 CO351 组合优化要格外小心,数学课是有可能 fail 的(不及格的),上学期一门 77 分就影响了总评分。同时我了解到 CO350 和 CO351(两门关于优化的课)本专业只有他一个学生选。中午我们一起在外面吃饭,点了较多的菜,没吃完的儿子拿回去放冰箱,晚上可以接着吃。我们这次拿了很多东西去。上次说的上下床的上床空着了,我儿子把床垫那头放地上,跟我家里一样,我们在日本也是睡地上,这样我们也就放心了。我们一起照了几张相。我打电话告诉了妈妈,并说照片要寄回四川乐山去,妈妈高兴得很,特别是听说孙儿又长高了。

2009 年 10 月 5 日

即将回国了,我和爱人开车去访问大学同班同学向中贵和夫人小张。他们家住在加拿大首都渥太华附近的一个小镇。张敏虽然带着导航仪,但还是开错了车,不仅错了,而且一错就是 30 多公里,来回就是六七十公里,以至于向中贵两次来电问到了没有。因为我们中途休息的时候给他们打了电话,报告已快到了。

向中贵同学准备了丰盛的晚宴,六七个拿手的菜,吃饭前,向中贵同学为我们做了祷告,我们平安地来到他家中,即将享受丰盛而洁净的食物,并希望神带领这次访问。

晚饭后我们着重谈了子女的教育问题,谈到我儿子与父母较为疏远,谈到天天(他们女儿)学业和专业选择,信主后的幸福生活。

晚上聊天聊得很好,一直谈到深夜一点多钟,我实在是想睡了,才去睡。他们家有四个卧室,双车库的别墅,所以睡觉很容易安排。

2009 年 10 月 6 日

今天张敏一个人去逛了加拿大首都渥太华的大街,据说主要是看了博物馆和卖衣服的地方,女同志总是喜欢买衣服,不买看看也挺享受。

我坐向中贵同学的车和他夫人一起去教堂,认识了很多人,演讲的方式与多伦多又有一点不一样,似乎他们教堂挺重视教会的领袖。我同学就是领袖之一,每隔一周家里会有 30 多人来学圣经,分享神的话语。

晚上我们出去散步两个多小时,享受了渥太华整洁的环境和大片的草地。

2009 年 10 月 7 日

今天早晨我们从向中贵家回来,我起得很早,再次沿着昨天的路走了一大圈,呼吸了早晨新鲜的空气,踏着草地上新鲜的露水,做了早操。临走的时候我们还照了好多张相

片。小张还记起张敏还有件忘在他们家的衣服，叫我们带回去。

回来就没有开错车了，一路顺风回到家里。

我们今天晚上为明天的旅行准备着。

2009 年 10 月 8 日

今天我们从多伦多坐上去温哥华的飞机，访问我们在维多利亚大学的好朋友马君岭和刘西。他们在罕末顿的时候和我们是一个小组，一直有联系。他们夫妇对人非常好，张敏经常上他们家吃饭，前两年张敏做手术是他们开车接送。

来到温哥华，我们先在酒店住下，我本想歇一下，张敏却马上就想上公园，我只得跟着走。

逛的是温哥华最有名的公园，一般来温哥华的人都要逛。公园的景色很好，也有很多景点。

其中一个景点排很长的队，我也跟着排，排了好一会，我才听说要 80 加币的门票，我就决定不进去了，因为通常不要门票，这里还需要 80 加币，再说在别处，类似的节目也看过。

温哥华比多伦多暖和一些，在多伦多早晚已有些冷，这里似乎还没有多少凉意，还有点夏天的余味。

2009 年 10 月 9 日

今天我们坐船到维多利亚岛，船非常大，坐在上面很好看风景。坐过去要一个多小时，在船上吃了东西。我们即将见到好朋友，内心的喜悦就像两岸的群山一样美不胜收。

一下船我们的朋友夫妇已在那里等候着我们。他们决定先不回家，先去当地一个好的景点看海，我们客随主便。张敏和刘西有摆不完的龙门阵。

2009 年 10 月 10 日

今天我来到一个以花草为主的公园，离马君岭家不远，一边欣赏美景，一边讲着物理学，主要是我给马君岭讲。张敏批评我不要滔滔不绝，要看对方有没有兴趣，马君岭说有兴趣，我就接着讲。

马君岭是数学博士，对物理学有这么深入的了解，还是我这次访问才知道的，他给我建议两点：具体问题方面，他认为对圆轨道成立的定理，通过适当数学处理对椭圆轨道也适用。原创方面，他对我说，不要急于发表文章，关键是要形成一个体系，形成了体系影响比较大，形成了体系自然也就能够发表。他还主动提出愿意帮我修改论文，等我文章发表以后邀请我到 Victoria 大学做讲演。他还问我两次，要不要与学物理的教授，他的朋友讨论讨论，我说就不用了。在国内待久了，老怕与人交流想法被别人偷去，所以我不乐意与不熟悉的人交流。但马君岭总是顺着我的话说，人品又很好，我愿对他敞开心扉。

2009 年 10 月 11 日

今天我们和马君岭夫妇一起去买菜，他们这里超市不是太大，应该说比较小，正要回家碰上他们教会的两个姊妹，没有开车，马君岭立即开车帮他们运东西，把她们先送回家，再来接我们，好在不远，一会就回来了。

晚上我们一起到教会吃晚饭，认识了很多新朋友，大家一起唱歌，学圣经，很喜乐。

马君岭在大学做着教授，对人却十分可亲，我应该向他学习。

2009 年 10 月 12 日

今天刘西有事,我和张敏随马君岭到他们学校去。校园十分漂亮和安静,2001 年我曾在这里开过会,还算有点印象,不过上次没来数学系。马君岭办公室的布置与他的人很一致,没几本书,随便一放。搞数学并不主要在于刻苦,他经常玩,但有普林斯顿数学博士的底子,加之两个老师(美国的和加拿大 McMaster 大学的)都是大家,所以马君岭选题很先进,做出来的东西总能发表。中午在他们教授吃饭的地方吃饭,喝了杯咖啡之后头脑就清醒了,不需睡午觉。

今天我们继续讨论如何治学的问题。马君岭人很聪明,但为人十分低调,他在挣终身教授。张敏说他终身教授没有问题吧,他说难说,并给我们讲了程序和标准,听得出来,与人相处也很重要,但马君岭最善于与人相处,我们也相信他能成为终身教授(他已是终身教授——2012 年 3 月注)。

2009 年 10 月 13 日

张敏这次到维多利亚玩,假期很少,另一方面也是为了送我回国,明天就得回多伦多,所以今天刘西坚持要出去吃饭。张敏知道马君岭喜欢吃牛排,就去吃了牛排,大家很高兴,只是吃饭的时候停车还是一个问题,因为餐馆生意好,车位已满,不得不把车停远一点,走路过来。

吃完饭,我们又开车到另一个海边景点照了相,从照片上看,马君岭比我高大得多。

2009 年 10 月 14 日

今天早上一大早,马君岭和我一起送张敏回多伦多。马君岭十分乐意助人,以前在 Hamilton 的时候,来教会讲演的牧师,经常都是他接送,不只接送,说话做事都能给人带来温暖。送了张敏回到家里,天都还没有大亮,我们接着再睡一会,大家各吃各的早饭,他们没有把我当客人,一切随意。

今天上午马君岭还有课,他爱人刘西还给我讲了她与马君岭的爱情故事。

2009 年 10 月 15 日

今天一大早起来,在马君岭家的后花园做了做操,然后看了一会书,这样做是免得在厨房吃饭影响他们睡觉,马君岭是夜猫子,早晨没事并不早起。

他们家的厨房很亮堂,因为有很大的一个天窗,但据说有一年下大雪,还带来不小的麻烦,马君岭亲自爬上屋顶把雪铲走,挺不容易,看来万事万物都有利有弊。

今天我还在周边走了两个多小时的路,因为附近就有一个森林中的公园,人很少,很舒服。

2009 年 10 月 16 日

今天我一大早起来,沿着周围的小路跑了跑步。马君岭送我到坐船的地方,由温哥华坐飞机回国。在船上再次欣赏了沿途的景色。

好在路线是上次来时的路线折返,包括坐地铁去机场,特别是坐地铁时行李可进电梯,不用人拿,很方便,虽然是一个人走,并无困难。

顺利坐上飞机回上海。

参考文献

[1] 邓晓芒. 康德哲学讲演录. 南宁:广西师范大学出版社,2005.

[2] 张祥尤. 朝向事情本身:现象学七讲. 北京:团结出版社,2003:14.
[3] 杨振东,杨有泉. 杨振宁谈读书与哲学. 广州:暨南大学出版社,1998.
[4] 黑格尔. 小逻辑. 贺麟译. 北京:商务印书馆,2004.
[5] 任平. 走向交往实践的唯物主义——马克思交往实践观的历史视域与当代意义. 北京:人民出版社,2003.
[6] 高云涌. 社会关系的逻辑——马克思辩证法理论的合理形式. 北京:中国社会科学出版社,2009.
[7] 杨国荣. 成己与成物——意义世界的生成. 北京:人民出版社,2010.
[8] 马克思恩格斯选集(第一卷). 2 版. 北京:人民出版社,1995.
[9] 张一兵. 马克思哲学的历史原像. 北京:人民出版社,2009.
[10] 王志良,任伟. 电磁散射理论. 成都:四川科学技术出版社,1993.
[11] 张汝伦.《存在与时间》释义. 上海:上海人民出版社,2012.
[12] 费尔迪南·德·索绪尔. 普通语言学教程. 刘丽,陈力译. 北京:九州出版社,2007.
[13] 费尔迪南·德·索绪尔. 普通语言学教程. 高名凯译. 北京:商务印书馆,1980.
[14] 杨本洛. 两类"相对论"形成逻辑分析. 上海:上海交通大学出版社,2011.
[15] 俞宣孟. 本体论研究. 上海:上海人民出版社,2005.
[16] 伽达默尔. 诠释学. 洪汉鼎译. 北京:商务印书馆,2008.

第九章 人是什么

本章标题很大，既是一个科学问题，更是一个哲学问题。每个人都是人，我们每天与人打交道，难道我们不知道人是什么？黑格尔说，熟知非真知；苏格拉底说，我知我无知，认识你自己；尼采说，成为你自己；康德问，人是什么？

本章根据作者的哲学体系，分别在自然科学的目光下、社会科学的目光下、人文科学的目光下看出人是什么。在古希腊以降的自然科学（哲学）体系中，人是什么，早有答案。人是理性的动物，人是会说话的动物，人是政治动物，人是制造工具的动物，人是符号动物，人是文化的生物等。本书引进社会化历史性的场，超越了人是动物的根本观点，人是有灵的。同样通过社会化历史性的场的透视作用，使我们看到社会主体目光下的人是什么。在人文科学目光下谈了一些人生观方面的见解。

9.1 主体人类学的基本概念

本章介绍的主体人类学概念取材于文献[1]，有的地方进行了修改。人类学是研究人本身的学说和问题。这是本书关于人类学的定义，人类学的研究对象是当下活着的每一个人组成的人类。而文献[1]的定义是："人类学是研究'人本身和文化'的学问，是关于人类目的、价值和最终归宿的学问，无论如何也应当处于学术领域的核心，然而长期以来却被无情的边缘化了。"我认为文化本身很大，而且本书第三卷另有文化哲学论要，所以人类学就不包括人类文化了。人类学是关于每个人（人格）[1]、每个家庭、每个人的集体、每个人的集团、每个人的国家（类群）[1]和全人类[1]（地球上所有的人）的学说和问题。从整体上研究人的学说和问题（有时简称学问），除了人类学外还有哲学。本章的人是什么应理解为哲学人类学和人类学哲学。

在本章中人本身包括个体＝人格、群体＝类群、全人类＝类，虽然用了这些相同的术语，但本章的一切定义都对应特定的时段 ΔT，也就是对应时间区间 $[T_0, T_0+\Delta T]$，T_0 为起点时刻。如可将2016年1月1日零点作为起点时刻，ΔT 可以是一秒、一天、一年、一代人等，视讨论的问题灵活选取。T_0 的选择当然也是"任意的"，取决于讨论的问题。

陈秉公写道[1]31："在马克思看来，在实际生产中，'主体是人，客体是自然'，并且'作为主体的人必须是出发点'。这说明在这个世界上，只有人才是主体，是一切活动的目的和出发点；其他自然物只能是客体，恩格斯讲得很透彻，在社会主义社会中，'人终于成为自己的社会结合的主人，从而也就成为自然界的主人'。在马克思和恩格斯的思想中，主体是在一定社会关系中能够从事着自由自觉活动的人，是具体的历史性的主体，是具有实践本质的人。也就是恩格斯所说的那三种主人，即自然的主人、社会的主人和自己的主人。"

主体的历史性已用时间的区间化和时段化来实现，至于自然的主人、社会的主人和自己的主人理解为自然科学的目光、社会科学的目光和人文科学的目光，本章分三节分别讨

论。但主要区分了以人与自然的关系为主(以生产力为代表)的生产劳动(实践)主体,和以人与人之间的关系(生产关系为代表)的人类共在中的主体。

有了以上说明就可以认同陈秉公提出的“主体人类学”概念[1]63——研究人本身的学问。陈秉公同时也提出了“主体人类学”的研究对象是“人本身”,即“人本身”的基本存在方式和基本生存方式以及发展演变规律,此外还提出和论证了“主体人类学”的思维方式和研究方法。

陈秉公更为详细地阐明了主体概念[1]105—107,强调“人是本体,人是目的,人是出发点,人是落脚点,人是标准,人高于自然和社会,一切为了人的生存、发展和完善”。主体的类别分三类,第一类是个人主体,即人格主体,本书将个人称为人格,指现实的完整的每一个人。第二类是群体主体,即类群主体,类群是文献[1]的原创性概念。类群包括家庭、组织、民族、国家和国际组织等一切人类自觉建构的“人类生存共同体”。第三类是人类主体,即类主体,它表征了人类的整体性质和本性,代表了人类的整体利益[1]。

文献[1]研究人类学的核心工具是所谓“结构与选择”,并指出[1]131:“结构主义学者内部有两种不同意见,一种认为‘结构’是实体的具体表现,而另一种认为结构不是实体的具体表现,而是一种基于人的潜意识的认识方法。后者认为,客观对象原本是无序的,秩序和结构是先验的,是人的无意识的产物,只有通过人提供的模式,客观对象才能获得有秩序的结构。”在本书的人类学中作者将澄清并整合这一矛盾。

从陈秉公所写[1]156“结构与选择的统一”我们看出整体人类学的书忽视了非人的物,坚持辩证唯物主义与历史唯物主义成为一句空话。此外,文献[1]一方面声称要研究完整的人,另一方面又把人抽象为结构与选择的负载者,使人变得抽象而不具体,人的完整性和无限丰富性在理论体系中难以体现。这是文献[1]体系架构上的缺点。

由于受篇幅限制,将文献[1]的类群和类合并为人类社会,有时简称社会。而类群也好,全人类也好,作为结构与选择的主体归根结底都要落实到每个人身上。每个人的生活是展开着的社会生活,而人类社会生活是每个人生活的凝固。因此不再区分人格能力和社会能力,也就是说人格有八种力,社会也就有八种力。文献[1]在人格与类群的分析上没有对应好,当然人格与类群有相同和不同也是正常的,本书对文献[1]的类群研究本身没有异议。但是如果能够兼顾到类群的任何能力必然体现为某一个或某一些,归根到底是某一个人格的能力,能适当增加几项人格能力以包括人格在类群中展现的特殊能力,那么整个体系就更显优雅和紧凑。当前的人格八种力,类群七种力,多多少少给人以不快的感觉,而由本书打通人格,类群与类则有待将来的机缘。这就是本书在吸收文献[1]学说的时候提出的问题。所以本书并不笼统地说学问,而是区分了学说和问题。

9.2 自然科学目光下的人是什么

本章在一个统一的构架下来讨论人类学的基本问题,受文献[1]—[7]的启发,所谓自然科学的目光也就是重物质、重事实的目光、自然至上性的目光、重实证的目光。本节主要参考文献[1]。

另外,一个哲学家有什么样的哲学体系,也就相应地有什么样的人类学体系。本书的哲学体系有几种表达方式,在此选取了一种最便于应用于人类学研究的形式。在本书的

哲学体系中,人是什么,自然意味着人是怎样生活的,一共由八个元素组成,前四个元素主要从人与自然的关系着手,后四个元素从人与人的关系着手。对于某一特定时段[T_0,$T_0+\Delta T$]:

(1)以自然界作为对象的进行生产劳动等实践活动的人作为实践主体,简称人,对应于古典哲学的格物。

(2)实践活动作为事情,作为有目的、有意义、有意识、有意志的主观见之于客观的活动,简称事,对应于古典哲学的致知。

(3)实践活动中人与自然的关系和实践活动中人与人的关系的协调和均衡,简称人和事,或对人处事,对应于中国古典哲学的诚意。

(4)作为生产劳动对象的人在其中的自然界,同时也作为生产劳动背景的自然界,包括实践主体的自身背景、主体间性背景、自然背景(地理、环境)、事情背景(这件事以前是怎么做的,将来又要怎么做),还有整个事情的人事关系背景,在本书的哲学体系中,自然是用完备二元论来刻画的。自然化人、人化自然、自然化人与人化自然、在这一时段尚未与人发生关联的自然、包括已过去的自然和尚未发生的自然,对应于古典哲学的平天下。

(5)在这一时段活着的共在着的组成人类社会的每一个人,在每个人都是人类社会的一个股东的意义上的人、政治的人、负载着人类社会一切关系的人。虽然社会生活在本质上是实践的,实践也总是在社会中的实践,但这里强调的不是在社会化实践的意义上的、从事对象性活动的实践主体,而是与人和物打交道的、存在论上的从事非对象性活动的存在论上的主体,简称共在主体,或人。反映人的生活和人口生产,对应于古典哲学的齐家。

(6)在这一时段的物,是社会化的物,代表人与物的所有关系、占有关系、使用关系、继承关系。物是消费中和交换中的物,是利益关系中的物,是通过人与物的关系能体现人与人关系的物。对应于古典哲学的修身。

(7)人和物组成的社会化的事,在物以类聚、人以群分的意义上,如何架构人与物的关系,是一个待人接物的制度层面的事情。对每个人而言,也是对每个人都必须面对的待人接物的事情。对应于古典哲学的治国。

(8)社会化历史性的场=空集=人与人之间一切关系和联系的总和,过去与将来的当下化。信息作为客观不实在,意志作为主观不实在,宗教、美学、希望作为理想,历史作为历史学等等一切不能被本书哲学体系包含的无限丰富性,这一社会化历史性的场建构于人类社会主体之间并穿透每个人的全身心,照亮万事万物。借助于社会化历史性的场,每个人首先都要对这一场产生感应,对应于文献[1]的结构,其实感应也是一个过程,一个建构的过程[2],建构的结果构成当下该主体的社会化的结构的此在。然后,每个人还要对社会化历史性的场做出反应,对应于文献[1]的选择,其实选择也是一个过程,一个决策过程[2],决策过程的结果称之为选择。而结构与选择构成文献[1]讨论问题的关键思路。这里通过社会化历史性的场来穿透主体间性,照亮万事万物。比文献[1]有优越之处。

如果将上述社会化历史性的场用于类群主体,就得到在上一段意义上的类群主体的结构和选择。同样如果将上述社会化历史性的场用于人类主体,简称类主体,也可以得到类主体的结构与选择,也就是类主体对社会化历史性的场的感应和响应。类主体如何可能感应和响应这一场,那是由于类主体也是被社会座架的,社会作为自然界与人完成的统一,类主体既然也处于社会之中,当然会对社会化历史性的场做出感应和响应,社会主

体[3,4]并不比人类主体更多,也不更少。前者体现人类主体的社会性和自然性,后者体现人类主体的人类共通性。本书完备二元论哲学的人类学包括四类主体:人格、类群、类、社会主体。

本节标题限定用自然科学的目光看问题,所以人类学的逻辑起点就是人的需要[8-10],因为人的需要是以具体的物为对象,以事实性价值[10]为主要立论依据的人类学体系。

从历史学的眼光来看,本书提出四大社会形态理论:第一社会形态是人对物的依赖和人对人的依赖;第二社会形态是物的依赖基础上的人的独立性;第三社会形态是在物的独立性基础上的人的情感依赖性,也就是在物的独立基础上的家庭和睦为根本的和谐社会;第四社会形态是“建立在个人全面发展和他们共同的社会生产能力成为他们的社会财富”的自由人的联合体,也就是物的独立性基础上的人的独立性。

不同于陈秉公表述的人与世界关系的三方面表达[1]118,本书提出完备二元论的四方面表达:第一,人与自然的关系,这是格物;第二,人与社会的关系,包括人与自己和人与他人之间的关系,这是致知;第三,人与自然的关系和人与社会关系,这两种关系之间又有关系,这主要体现在每个人的对人处事与待人接物的学说和问题,这是诚意,是对致知的知;第四,人在其中的自然,作为没有关系的世界,这是平天下的内容,是天人合一前提下的天人二分。

只有这样四个方面才能构成对关系的辩证理解,从而符合辩证唯物主义与历史唯物主义。这是自然科学目光下的自然辩证法。退一万步讲,即使承认马克思的社会是人与自然完成的统一,但马克思同时又说,工人在社会中不是人,在社会之外才是人。所以第四个元素是必不可少的,包括不是社会意义上的人和存在着的无的物质。马克思的社会之外才是人,意思是在生产关系之中不是人,而是物,但在没有关系的自然界中还是人。俞吾金引用了马克思的话[4]207:“个人只有作为交换价值的生产者才能存在,而这种情况就已经包含着对个人的自然存在完全是由社会决定的。”“一切关系都是由社会决定的,不是由自然决定的。”

俞吾金还引用了马克思的另一段话[4]317:“社会不是由个人构成,而是表示这些个人彼此发生那些联系和关系的总和(蒲鲁东的说法)。就像下面这样的说法一样:从社会的角度看,并不存在奴隶和公民,两者都是人。其实正相反,在社会之外他们才是人。成为奴隶或成为公民,这是社会的规定,是人和人或 A 和 B 的关系。A 作为人并不是奴隶。他在社会里并通过社会才成为奴隶。”

从马克思的“A 作为人并不是奴隶,他在社会里并通过社会才成为奴隶”表明存在着关系之外的人,也就是第四个元素的在自然界中的而不在社会之中而在社会之外的人。也就是说资本主义社会雇佣工人上班的时候,在社会生产关系之中是工人而不是人,但下班以后,在社会生产关系之外,就变回了人本身。因为现在有“太初有关系”[3]的说法,对关系一定要做辩证理解,即有关系的理解和无关系的理解。马克思虽然说在现实性上,人是一切社会关系的总和,但同时要知道,一切社会关系的总和中应该包括没有关系这一种关系。

在马斯洛的需要理论[1]209的基础上提炼出人类有八个层级的类本能需要,它们是:

生存需要力=格物的需要=物质生产力;

价值需要力=发展需要力=诚意的需要=精神生产力;

归属需要力=致知的需要=制度生产力;

生理的需要=自然的本能需要=平天下的需要=环境适应力=统觉;

安全的需要=平安的需要=国泰民安的需要=正心的需要=智慧力=统信;

爱的需要=思想道德力=齐家的需要=统情;

尊重的需要=意志力=能屈能伸的能力=统意=治国=民主政治下的法制强制;

自我实现的需要=反省力=统行=修身。

基本上和文献[1]的系统大同小异,但文献[1]是用直观方法,本书则有推导的成分。文献[1]的思路是从人格到类群,本书是先讨论清楚类和社会,再演绎到人格和类群。其实中国古代政治哲学就是基本上与文献[1]的论述大同小异的,建议读者自行改写。

本书没有把自我实现的需要放在最高,仅仅作为人类本能的需要之一。一般说来,每个人基本上都是在根据自己的实际情况和自己的努力自我实现的,并不见得要取得伟大成就、有很多钱、做很大的官才是自我实现。对得起自己的良心,做了一些应该做的事,心想事成的时候还比较多,就是自我实现了。不一定非要出人头地才是自我实现。当然,在人人都要谦卑,在承认每个人已经做得不错的前提下,要看到自己有的地方还需做得更好,而且这种更好是没有止境的。所以,自我实现作为一种可望而不可即、心向往之的崇高标准也没有什么不可以。如果刻意去自我实现就可能走向自我实现的反面——自我毁灭。文献[1]通过详细的分析已经指出,自我实现需要既可以是生存的动力,也可以是生存的破坏力;既是人的基本生命倾向,也是人的一切破坏力产生的原始基础。建议将自我实现升华为"自我实现"与"社会实现"和"他人实现"的统一。按文献[3]的说法,就是自己存在,也让别人存在。几十年前,"把有限的生命投入到无限的为人民服务中去"就是最大的自我实现,后来修改为"到祖国最需要(而不是最艰苦)的地方去"。把个人利益与国家利益和集体利益结合起来,尽量争取个人利益与国家利益和集体利益的统一和比较一致。

厘清了前面一些前提,可知每个人作为人格,都有格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、致国、平天下的需要。也都应该根据自身情况投入到物质生产、精神生产、制度生产活动中去。以培养每个人的环境适应能力、道德修养能力、交际能力和领导才能,以及反省自己言行的能力和把自己的身体、工作、精神、家庭搞好的能力。不断提高自己的道德修养能力、遵纪守法能力、能屈能伸的能力、身心喜乐和平安的能力。

同样,每个类群,当然也都有格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下的需要。作为类群,凝聚力十分重要,这往往要靠领导人的人格魅力和以身作则才能实现。当然良好的制度和协调机制也很重要,类群在结构与选择过程中,要发扬民主集中制的原则,既要充分听取大家意见,又要能当机立断,说干就干,尽量做到齐心合力。文献给出了一个伟大领袖毛泽东以身作则的典型例子[1]241:

"1959-1961年三年经济困难时期,身为党中央主席的毛泽东宣布半年不吃肉。当时,在北大念书的女儿李讷大病一场,水肿,也吃不饱,饿得晃晃悠悠。但是,毛泽东认为女儿无权享受人民给自己的待遇,仍不许她回来与自己一起吃小灶。一天周末,李讷回来了,炊事员高兴地说,'今天改善生活!'也就是多加两个菜,多加一碗米。开饭时,李讷早就坐在餐桌旁,眼睛盯着饭菜。说:'爸爸,吃饭了!'毛泽东过来,不忍心看她那个样子,用报纸挡住眼睛,说:'你吃吧。'李讷不一会就风卷残云般地吃掉一半,又说:'爸爸,吃饭哪。'毛泽东说:'年纪大了,吃点就饱啦。'李讷说:'那我就全部歼灭!'饭菜全部吃光后,李

讷似乎还没有吃饱，问炊事员：'还有没有？'答：'我给你找去。'翻了半天，找到半个馒头，放在火上烤。拿过来，李讷看看盘子底，说：'还可以冲碗汤嘛。'不一会又都吃光喝光，说：'这回到底了。'炊事员在一旁边看边擦眼泪，埋怨毛泽东：'您是一国的主席，让孩子饿成这样。'又建议：'让李讷每天回来吃饭吧？'毛主席不准。又说：'那给她些粮票？'毛泽东问：'全国的孩子能不能都发粮票？'答：'不能。'毛泽东说：'那她为什么能？'还说：'谁让她是毛泽东的女儿呢？还是恪守本分的好，现在这种形势尤其要严格！'此后，李讷照样在北大挨饿。"[11]

对于一个政治家来说，道德高尚，与人民同甘共苦，永远是他获得广泛认同和政治威望的人格基础，如今对于从事其他事业的人来说，也是如此。陈秉公总结道[1]240："毛泽东之所以被中国人民所敬仰，不只因为他'敏慧辛辣，机智百出'，无人能及，功盖华夏，也因为他的献身精神，感动每一个有良心的中国人。他立志改变旧中国，矢志不移，不仅献出亲人的生命，而且一直以普通老百姓的身份和心态与人民同甘共苦，因而获得人民的无比信任。这其实是他获得人心的根本原因之一，也是中国即使在三年经济困难时期仍然政局稳定的重要原因之一。"所以，除了体制、机制以外，类群的领导人或领导集体不能忽视的一个因素就是以情感人、关心群众疾苦。不能像资本家对待雇佣工人一样，用资本主义的冰水浇灌类群中每个成员的心，做事不能只讲规则，只讲原则，也还是要有情感，尽量做到合情合理。

在整个人类的意义上，作为物质生产主体、精神生产主体和制度生产主体，这方面都是相同的。尽管每个人有不同的国家和民族，在情感方面有人类相通性，在语言方面有人类可翻译性，在行为方面有人类可理解性，在意识方面有人类相似性，尤其是在深层结构上是高度一致的[2,3,12,13]。

本书试图从改变世界和认识世界的角度再提炼出两点人类行为的共通性，这两点都是从自然科学角度来说的。第一点，自然界的惯性定律对人仍然适用，说难听一点，人的本性是懒惰的，能不做的事尽量不做，能不变的法则尽量不变，有很强的保守性。说好听一点，人的行为有路径依赖性，有扬长避短、拈轻怕重的本性。特别是遇到困难的时候，往往想做一些相对容易的事。读小学的时候老师就教育我们，考试时把能拿稳的分数先拿稳，难题放在最后做。特别是在中国，大家并没有古希腊人的那种好奇心，在社会历史领域，司马光的《资治通鉴》反映出相当的保守性。当然这不简单是由于司马光反对改革，而是中国历朝历代的存在的反映。第二点，就是叔本华所说的意志的本性带来痛苦，实际上就是改变世界很不容易，极其容易带来痛苦，因为改变世界容易失败，有风险，因此不再意欲改革。实现不了改革固然会痛苦，实现了改革很快又会无聊，这是印度哲学的一个精华，有部分的真理性。叔本华的哲学始自他本人的博士论文：充足理由律的四重根。为什么是四重根，这是有很深的自然科学依据的[14-16]。叔本华原著中的"will"有意志、意欲、意愿等各种翻译。通俗一点就是先将每个人的行为无意识化、非对象化后，每一个行动都是人的 will，但 will 是不可见的，行动是可见的，表象也是可见的。表象有行表象者、被表象的对象、表象活动三个世界，加上意愿[7]的世界就构成了意欲与表象的世界的完备二元论（根据本书体系）。叔本华这个哲学家以他哲学家特有的目光注意到[7]："他的意愿的每一真正的活动都立即不可避免地也是他身体的动作。……（它们）不在因和果的关系中，却是二而一，是同一事物。……身体的活动不是别的，只是客体化了的，立即进入了直观

的意愿活动。”“每一真正的、无伪的、直接的意愿活动都立即而且直接地也就是身体的外现活动。”

叔本华的哲学涉及本书所研究的对外在时空中的空间的时间化和在以自旋为内禀空间中的时间的空间化,有很深的自然科学依据。但叔本华毕竟是个哲学家,还专门写了一本论自然界的意志,尽管不乏机智的牵强附会,但毕竟不是真理了,后来尼采放弃了自然界的意志说,改为只有生命才有意志,无生命的物质世界没有意志,这就对了。

意欲如果作为有方向的向量与斯宾诺莎的可见的广延有对应,那么因为向量的长度的恒正性,也因为每个人的身体的有限大少,而日常生活的三维欧氏空间是要终止在点、线、面、体这四个层次的,因而在牛顿绝对时空中,路程=长度=光速乘以时间,而长度的四次方将变成与时段有关的东西,长度到体积,也就是以 $\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)^3$ 为止了,没有 $\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)^4$ 存在,这是在牛顿绝对时空中所指的,以 $-\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 为生成元,适当归一化后,时间算符要形成一四阶循环群 $z^8=1, z^2, z^4, z^6, z^2=-\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 。这是有方向的时间之矢的数学结构,反之对于无方向的纯量的时间,虽然也满足 $z^8=1$,但由于存在与不存在的同时存在,也就是说左旋与右旋的同时存在,与前面空间化的时间相差 45°错位(在同一圆周上,单位圆的圆周上)。由于左和右规定了等于没规定,也就是人们规定正负号的任意性,$(e^{j\frac{\pi}{4}})^8=(e^{-j\frac{\pi}{4}})^8=1$,而 $(e^{j\frac{\pi}{4}})^4=(e^{-j\frac{\pi}{4}})^4=-1$,这种任意性数学上称为对称性,因此要转两圈才能转回原位,对应于自旋为 1/2 向上和自旋为 1/2 向下的一对粒子,而转一圈只是自旋反向。本书认为,思想上的意欲,如果尚未变成行为,就要满足纯量的八阶循环群,而已外显并已变成行为的意愿,那就要满足矢量的八阶循环群。而作为反思的概念的意志,也就是康德、黑格尔意义上的意志作为具体理念,则满足同时进行时间反演和空间反演的四阶反演群,也称四阶克莱因群。本书第一版[8]后记已经注意到 $(j\omega)^4=(-j\omega)^4$,但没有把两个四阶群错位 45°放在一张图上,用的是两张图,这就给研究带来了困难和不便。现在进一步引进莫比斯带和平环来研究这一问题,使得问题有了几何对应和形象帮助,离最终问题的澄明已经不远了。所以意欲、意愿、意志应该是不同的意思,并不可以通融。当然在循环群的意义上是可以由意欲、意志、意愿三个中的一个生成的,但生成的毕竟是三个东西而不是一个东西。正如长度、面积=长度的平方、体积=长度的立方,虽然都由长度生成,却代表三种不同的几何实体。两个八阶循环群归本于一个东西,在物理上就是质量的正定性或者说质量只可能大于零,不可能小于零,实际上也不可能等于零。质量为零是应该抛弃的物理学概念,原来质量为零的说法应该用电中性取而代之,电荷可正、可负,电荷是量子化的,电荷为零表示电中性这很正常。电中性还包括电荷为零这一特殊情况,也就是说原来的质量为零的概念对应着三个状态:无电荷、电荷为正、电荷为负,后两者结合成电中性。能量乘以时间作为作用量是有下限的,用普朗克常数来代表,而时间也是有普朗克时间作为最小时间单位。所以能量也有最小非零单位,时间对特定的问题也总有最大的单位,因此质量也是有不为零的最小单位的,质量为零是个伪概念。当然在不严格的意义上可以用。有时能给理解带来方便。惯性定律也可能与物理学上的最小作用量原理有关,该原理揭示真实发生的运动总是使作用量的一阶变分为零。这是自然界万事万物相对稳定的根本原因。

总之，在自然科学的目光下，在满足每个人需要的意义上，人类是在自然界取得了初步胜利的物种，成了自然界的主人。文献[1]—[12]，特别是文献[1]有很多好的讲解，这里就不详细摘录了，仅仅列出文献[1]对人格和类群的两项研究成果，以结束本小节的论述：

"主体人类学认为，人格结构基本由'三级结构八种力量'构成。这就是'三级结构'——'人格需要力''人格判断力''人格行为选择'。'八种力量'指在'三级结构'之中包含'八种人格力量'。其中，'人格需要力包含三种人格力量'——'生存需要力''归属需要力''价值需要力'（也可称发展需要力）。'人格判断力'包含四种人格力量——'智慧力''意志力''反省力'。人格行为选择'包含一种人格力量'——'人格行为选择'。"[1]198

值得指出，尽管文献[1]说得头头是道，但这三级结构八种力量还是陈秉公直观出来的东西，没有多少必然性，别人完全可以直观出例如四级结构16种力量或五级结构32种力量。读者应该认识到，用一种模型包括所有的人，每一个人，总是有牵强附会的地方，不可能人就这么简单。但另一方面也要看到模型虽简单，但还是有相当的解释功能的。由于篇幅限制，偷懒采用几千年不变的格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下来理解人和解释人，似乎可用的思想资源更多，与文献[1]有相同的自由度，因而有相当的解释人类的能力。

陈秉公还概括出类群的三级结构和七种要素[1]342：

第一级结构：类群主体三个要素，主体领导力、主体素质力、主体分层及认同情势力；

第二级结构：类群文化三个要素，类群科技力、类群观念力、类群制度力；

第三级结构：类群行为选择。

偷懒的办法是：

类群行为选择≈平天下＝环境适应能力，包括自然环境与主体间性环境等；

类群科技力≈格物；

类群制度力≈致知；

类群观念力≈诚意；

主体领导力≈正心；

主体素质力≈修身；

主体分层及认同情势力≈治国；

主体情感能力＝类群具有家一般温度的能力≈齐家。

最后一条由本书添加，这样的好处是更方便进一步展开理论。

由质量的正定性对应到人的意志领域，就是善的意志要变成善的，恶的意志也要变成善的，这就是本书体系中的每个人和每个家庭都是善本身。因为已将善与不善深入到物质生产领域而不仅在意识形态领域，所以找到的人是善本身的自然科学依据就是意志可以变成善本身，变成存善去恶且只善不恶的自由意志。从自然科学领域来看，时谐电荷在内禀空间的八阶时间导数，无论对正电荷还是对负电荷都变成同号的电磁质量，因而可以作为自由意志只善不恶的表征。但善本身还不是至善，至善是一个不可达到的无限追求过程，存在于人的生存实践活动之中。详见本书第三卷第五章。

9.3　社会科学目光下的人是什么

为了突出社会科学的目光并在社会历史领域贯彻历史唯物主义和辩证唯物主义，将完备二元论重新列写如下，在时段$[T_0, T_0+\Delta T]$内：

元素①＝人类社会活动的实践主体（人）；

元素②＝人类社会活动的实践客体（事）；

元素③＝人类社会实践活动（人和事）；

元素④＝人类实践活动源泉和背景的人在其中的自然界；

元素⑤＝现实的活着的每一个人＝人类共在主体＝人；

元素⑥＝当下的人类意义世界＝事实性价值世界＝物；

元素⑦＝当下的人类精神世界＝映射性价值世界＝人和物＝从人与物到人与人；

元素⑧＝人类的社会化历史性的场＝空集＝余集＝人类社会一切关联的总和。

这一节在生产力领域也采用了事的世界观。实践活动的对象变成了事而不是物。从语言学上看就是句子的逻辑而不是语词的逻辑。事应理解为成事，人也应理解为成人，而人和事也应理解为成人和成事[9]，或者说成人与成事的关系的现实化。而元素④作为背景应理解为事、人、人与事某种意义上，在同一时段内为了显明实践活动向这一实践活动的显性聚集[8]，而在空集中则表示了隐性的散去，在时间不同时的意义上，过去的东西在消失，将来的东西在来到。

按马克思的观点，一切社会的关系都是由生产关系从根本上决定的[4]，而资本主义社会的生产关系的核心也就是资本，是由死劳动（生产资料、不变资本）和活劳动（劳动力作为商品、可变资本）构成的，也就是能够转化成生产力的人和物，决定着资本主义社会的一切其他关系，包括利益关系、权力关系、权利关系等人与人之间的关系。马克思的原话更清楚地说明了这一道理[4]322：“在一切社会形式中都有一种一定的生产决定其他一切生产的地位和影响，因而它的关系也是其他一切关系的地位和影响。这是一种普照的光，它掩盖了一切其他的色彩，改变着它们的特点。这是一种特殊的以太，它决定着里面显露出来的一切存在的比重”。所以在四类主体，也就是人格、类群、类和人类社会中，在社会科学的目光下，人类社会主体起着核心和基础的作用[4]。

这里关系和联系当然指人与人之间的关系和联系，而在背景的元素④中是没有关系和联系的，元素④作为社会之外的存在物正好与社会之内的元素①②③⑤⑥⑦⑧构成了辩证统一，自然界作为没有用、没有意义、没有价值、没有关系的世界的统一性在于它的物质性的物，而构成了辩证唯物主义。而元素⑧中的关系和联系可以是有待充实的关系和联系，尽管有意义，但关系的实与虚取决于这一关系是否已充实了一个非零的时间区间，没有充实的关系是有意义的虚关系，充实了的关系和联系是实关系。因此元素⑤中共存着的每个人，既指作为真实活着的每个人的身心存在，也指每个人作为负载着一切关联总和的人而存在。换句话说，社会也离不开活着的人，当且仅当有人去充实架构中的关系和联系时，社会才现实化，现实地起着作用。关键在于社会化历史性的场，尽管看不见、摸不着、听不见，好像是虚的，但人世间的一切意义，万事万物在人与人之间的意义，都要靠这个场来照亮。每个利益主体都在感应着这个充满利益、权力、权利、意义的场，并响应着这

个社会化历史性的场。经过各级社会组织的结构与选择重新作用于每一个利益主体，每一个利益主体也对这个场有结构和选择作用。正如上节指出的，结构其实是一个建构过程[2]，建构过程的结果称为结构。选择其实也是一个决策过程，决策过程的结果称为选择。虽然变化的个人利益主体场产生变化的社会利益主体场，变化的社会利益主体场又产生变化的个人利益主体场。这种运动循环往复以至无穷，产生了利益主体之间利益的动态平衡[17]，包括利益差异、利益矛盾乃至利益冲突。

本书所谓社会科学的目光，也就是历史唯物主义的目光。物因为都是有主的物，无主的物作为存在着的无放在那里，构成辩证唯物主义的有无辩证统一。历史唯物主义重点研究人类的精神世界，也就是映射性价值世界[11]，包括真理性价值、伦理性价值、美学价值等[12]。也就是说主要是一个主体间性的问题。这不奇怪，《共产党宣言》第一句话就是主体间性的，马克思《资本论》起初的价值范畴也是主体间性的。而事实性价值世界虽然也涉及主体间性，并与利益关系有关，也与意义世界有关；在生产力发展的研究中，在物品体系的研究中，在将来共产主义社会按需分配的研究中，还是有重要意义的。但在历史唯物主义研究中处于次要地位，人与人之间的关系是第一位的。这与在社会历史领域贯彻唯物主义并不矛盾，生产力与生产关系的矛盾运动还是社会主要矛盾，生产力的两要素都已物化，所以生产力推动社会进步和发展也就等于劳动(包括死劳动和活劳动)推动社会发展。而劳动是指社会化的劳动，被社会承认的劳动，体现为社会必要劳动时间的劳动，因而也就是物化在被社会承认的商品中的劳动，因而是很唯物的。

人与人之间的关系说到底是每个人之间的钱的比例关系，这就是资本的逻辑和物化的逻辑。所以在社会学意义上，除了个人挣钱的总量外，还得看个人挣的钱与同时期其他人挣的钱的比例关系，决定个人在社会中的地位，决定个人的相对贫困和绝对贫困或个人的相对富裕和绝对富裕。

9.4　人文科学目光下的人是什么

人作为人不仅是物质性的存在，还是一种精神性的存在，意义问题是当代人文科学的主要问题[6-9]。从上节已经看出意义既与绝对的事实性价值有关，又与相对的映射性价值有关[12]。本书认为，意义的根本(作为人生的意义)主要还是与每个人自身有关，因为每个人都将自己的现实生活看作自我意识的对象和意志的对象，这是马克思说的。这节主要谈人生哲学，本书的观点是人生的意义80%取决于自己，15%取决于绝对水平，5%取决于相对水平。所以不必把资本主义对人的物化看得那么重，加权系数仅5%。从社会层面重点要保证每个人的人权，最低生活水平要不断提高，因为这占人生意义的15%。另外80%完全掌握在每个人自己手中，自己觉得人生有意义就有意义，自己觉得人生没意义那就没意义。也就是说大多数人的生活是有意义的。

从语言学的角度来看，句子才有意义，因为句子可以描述事态，而句子的意义又取决于句子的用法。先要有意义，才有真假、对错、善恶等。意义不仅存在于人的对象活动中，如胡塞尔在《逻辑研究》中所阐明的意义问题，而且也存在于人的非对象性活动(按本书术语称为共在活动)中，如海德格尔在《存在与时间》中阐明的本体论上的意义。意义不仅与物的相对绝对有关，也与关系的相对绝对有关。当然意义首要的和基本的意义还是人类

主体间的可理解性,可理解的事物,哪怕并不真实存在,也是有意义的,比如金山。到了句子的层面,有意义的句子就是可思议的句子[9],也就是合乎逻辑的句子,不能相互矛盾,比如说张三是你弟弟,就不能同时说张三是你祖父。意义当然含有价值的维度,有价值当然有意义,有意义未必有价值。对于不同的价值主体,其意义就各不相同,如对统治者而言湖南农民运动就糟得很,而对农民来说当然就好得很。这一故事出自《毛泽东选集》,文献[9]作了引用。意义问题可以说是哲学上少数几个最困难的问题之一,海德格尔曾认为是一切问题的问题。一个简洁的表达可看作意义的定义[9]57:“意义既涉及语言及非语言的符号,并以可理解性为其内涵,又与人的目的和理想相联系,并包含价值的意蕴”。

而海德格尔的意义定义则很长[6]78—79:“意义是某某东西的可领悟性的栖身之所,在领会着的展开活动中可以加以勾连的东西,我们称之为意义。领会着的解释加以勾连的东西中必须包含有某种东西,意义的概念就包括这种东西的形式构架。先行具有、先行先见和先行把握构成了筹划的何所向。意义就是这个筹划的何所向,从筹划的何所向方面出发,某某东西作为某某东西得到领会。只要领会和解释造就是此在之在的生存论状态,意义就必须被理解为属于领会的展开状态的生存论形式构架,意义就是此在的一种生存论性质,而不是一种什么属性,依附于存在者,躲在存在者‘后面’,或者作为中间领域飘游在什么地方”,“此在以领会存在的意义与筹划它的存在的方式存在着,当有人能够追问存在的意义,此在生存着因而就已经在完全意义上牵涉到意义,意义的向度是此在固有的”。

尽管引用了这么长,要明白海德格尔的意义的意义,除了认真阅读他的书没有别的办法,当然张汝伦的《存在与时间》释义也可看一下。

维特根斯坦在一生中不同时期提出了意义问题的不同看法,可以认为是意义问题的大师之一[6],先是图像论认为命题的意义在于它是事态的图像,后是游戏论中认为语言的意义在于语言的用法,中间还有命题的意义在于其被证实的方式[6]。

意义首先是个意义系统,比如物是有意义的,但物的意义只有放在整个物体系中,才能形成意义关联整体,同样价值也是有意义的,但价值也只存放在整个社会的价值的意义关联整体才能充分澄明其意义。在生产力领域,意义与使用价值和事情的可理解性关系大一些,在共在的生产关系社会领域,意义与价值和事情的可理解性关系大一些。但这种划分是不能截然分开的。人还有动物性和超越性、理想性、自欺性、表演性、幻想性、灵性等无限丰富性,这样必然决定意义的丰富性。

按本书体系,每个人、类群、类和社会都是意义主体,所有这些意义主体对社会化历史性的意义场都有感应和响应,也就是说每个意义主体都结构并选择着意义客体。变化的意义主体产生变化的社会意义场,变化的社会意义场产生变化的个人意义场。

据文献[6]介绍,当下存在着社会意义系统的无序和个义意义感的失落。社会意义系统的无序表现在三方面:一是主导意义系统的缺乏,传统的意义系统不能照搬,但也没有消亡。新的意义系统还有待建立,存在着道德迷失为特征的精神迷失[6]。二是经济意义子系统及其伴随的科技理性意义子系统错位成主导意义系统。三是本来已边缘化的封建迷信和宗教势力抬头,这一现象反映了人们精神上的空虚和无助的本质[6]。而个人意义感的失落主要表现在以下几个方面。在人们享受着实现现代化的乐趣的同时,享受着现代化对每个人的疏离,现代化大生产将一个完整的人变成整个工业体系上的一个螺丝钉,忙于发展生产同时对追问崇高和追问生活的意义有所忽视。

文献[6]从社会层面开出了解决上述危机的药方，包括“类意识的化育”、有效制度的供给、社会主导意义系统的确立、人文教育的加强和主体人格的完善。谈得挺好，大家可以好好看一看。

本书认为，外在的权力、荣誉、金钱，工作上与领导、下属和同事的关系都很重要，也很有意义。内在的身体健康，心情轻松、愉快，身心平衡也很重要。按本书体系，要做好以下五方面：第一，回到大自然，在无意义的大自然中超越对意义的追求，与大自然情景交融，放松紧张疲惫的身心，有钱有时间的话，尽量多出去旅游，没钱没时间也可以与天地万物一体，其乐融融，忘掉一切的劳苦愁烦。第二，正确对待身外之物，不要成了物的奴隶。古时候的孔颜之乐，今天显得苍白无力，但作为一种阿Q精神，还是对抚慰心灵的创伤有好处的。消费方面，还是提倡适度节俭，挣钱不容易，花钱也不必太浪费，少与别人攀比，“人比人，气死人”。第三，搞好与家人的关系，搞好家庭的物质和精神文明建设，这是人生意义的最高境界，为什么是最高呢？因为意义的作用量＝意义乘时间最大，可能人世间存在比家庭和睦更崇高、更伟大的意义，但就意义作用量大、意义变化率相对较小两方面来看，抓住家庭之中意义的实现至关重要。崇高的追求、远大的理想，当然意义重大，但正如邓小平所说，这对先进分子可以，一般群众做不到。这符合实际情况，先要做好一个一般群众，过好比上不及比下有余的家庭生活是最为实在的。推而广之，亲属关系和朋友关系也相对重要，这样在实际生活中才没有孤独感。第四，一方面尽量不要与国家和类群的各种意义系统发生冲突，另一方面也不能完全随波逐流。因为每个人情况不一样，每个人的人生只有自己去经历，别人不可替代，自己的历史只能自己书写。不要简单从众，哪怕同学和同事都在做的事，也不必一定就得跟风。人生问题要独立思考，要反省自己的人生，哪些是适合自己的，哪些是不适合自己的，哪些是别人可以自己又不行的。在意义追求和意义赋予方面，尽量把目标不要定得太高，大致在自己能力的[0.8－1.2]之间比较合适。身体好、年轻的时候，可以超过1但不要超过1.2，也就是说别人一天工作8小时，自己一天不要工作超过9.6小时。年纪大了，比如五十岁以后，别人一天工作8小时，自己一天工作6.4小时也算合格了(自己给自己合格)。第五，要有灵性，多读些诗歌，多欣赏音乐，正确看待生死。多一些审美情趣也是意义追求的一个重要方面，在艺术中升华自己的情感。很多意义都是社会赋予的，这对于个人的人生实际上没有意义，在别人死去的时候，好好看看想想，沉思死去的这个人到底有什么意义，这样就知道自己应该怎么样过才更有意义。这五个方面在本书中定义为新的内圣，前三个方面格物、致知、诚意定义为新外王。中国的古书还可以再翻出来看看，这对理解人生的意义也是大有好处的。

前面谈了降低标准，只降低标准还是不够的，还要不断提高主体自身的意义追求能力，这样双管齐下，才会有更多意义的人生。

康德将人的主体能力分成知、情、意三部分(当然从柏拉图开始就这样分了)，稍加思索可知中西思想并没有多少差异，基本上是可以中西合璧的，与格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下可以兼容：

知＝格物＝认知能力；

情＝致知＝情感能力＝孟子的四端源于情；

意＝诚意＝对致知的知＝意志能力＝反省能力；

知情＝正心＝认知能力与情感能力；

知意＝修身＝认知能力与意志能力;

情意＝治国＝情感能力与意志能力＝合情合理;

知情意＝齐家＝认知能力与情感能力与意志能力相结合;

一切关联的总和＝空集＝余集(包括无知、无情、无意的大自然)＝平天下。

从上可见提高了知、情、意能力,对格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下确实大有好处。

参 考 文 献

[1] 陈秉公. 主体人类学原理:主体人类学概念提出及知识体系建构. 北京:中国社会科学出版社,2012.

[2] 李伯聪. 选择与建构. 北京:科学出版社,2008.

[3] 段德智. 主体生成论:对"主体死亡论"之超越. 北京:人民出版社,2009.

[4] 俞吾金. 被遮蔽的马克思. 北京:人民出版社,2012.

[5] 高云涌. 社会关系的逻辑. 北京:中国社会科学出版社,2009.

[6] 柴秀波,刘庆东. 生存与意义:从意义角度对生存状态的哲学考察. 北京:中国社会科学出版社,2011.

[7] 张祥龙. 当代西方哲学笔记. 北京:北京大学出版社,2005.

[8] 任伟. 数学化的场论:球面世界的哲学. 北京:科学出版社,2013.

[9] 杨国荣. 成已与成物:意义世界的生成. 北京:人民出版社,2010.

[10] 王海明. 新伦理学(上中下). 修订版. 北京:商务印书馆,2008.

[11] 张静如. 毛泽东研究全书(第六卷). 长春:长春出版社,1997.

[12] 鲁品越. 走向深层的思想:从生成论哲学到资本逻辑与精神现象. 北京:人民出版社,2014.

[13] 鲁品越. 深层生成论:自然科学的新哲学境界. 北京:人民出版社,2011.

[14] Arthur Schopenhauer. On the Fourfold Root of the Principle of Sufficient Reason. Open Court, 1997

[15] Arthru Schopenhauer. The Word as Will and Representation(Volume I). Dover,1966.

[16] Arthru Schopenhauer. The Word as Will and Representation(Volume Ⅱ). Dover,1966.

[17] 王伟光. 利益论. 北京:中国社会科学出版社,2010.

第十章　什么是哲学

10.1　作者对哲学的定义

哲学是某个人(或某两个人)对过去、现在和将来的整个世界总体(或某一部分)的学说和问题,该学问是用文字写成的。常见的形式是说得通时的理论体系和说不通时的问题;也包括用一切其他文学形式如对话、小说、戏剧、诗歌、散文、日记、笔记、演讲、格言、语录等表达的思想。

哲学的灵魂是作者的思想而不是知识的传播,俞吾金写道[1]102—103:"首先,正统的阐释者们没有认真地消化康德哲学的研究成果。我们知道,康德把认识客体或对象区分'现象和自在之物'。在他看来,'自在之物'是不可知的,人们的全部认识都停留在现象的范围内。康德的这一哲学态度,即把哲学理解为现象学的态度,是对传统的独断论哲学态度的根本性超越,而按照独断论哲学,人们可以直接地认识并把握'自在之物'。正统的阐释者们重新退回到传统的独断论哲学的立场上,主张马克思主义的认识论可以直接地把握'自在之物'。比如他们集体撰写了一部著作,并把这部著作称为《马克思哲学》。其实,他们采用这个书名是不合法的,确切的书名应该是《我们对马克思哲学的理解》。因为在这部著作中叙述的只是正统的阐释者们对马克思哲学的一种理解模式,至于这部著作叙述的所谓'马克思哲学'究竟是不是马克思哲学本身,我们不得而知。"

虽然本书对马克思主义哲学有很多的理解,可以说马克思哲学是我们的主要思想来源,但我们决不标示我们的哲学属于马克思主义哲学。仅仅以我们对具体某本书(可能属于马克思主义哲学)的理解和阐发来命名有关章节。在俞吾金的评论中,我们注意到,在书名或有关章节中,哪怕作为理解者或阐释者,作者的名字不应该隐去,应该公开地写出来以示对作者所写内容的负责,而不应该由马克思或原始文本的作者来负责。在本书的第一版中已写了任伟的哲学提纲,虽然在第二版中哲学部分作者已变成两位,但两位作者一致同意第二版的哲学内容仍然属于任伟的哲学,将来可以任伟哲学简称,这是一种对哲学负责任的态度,按国际惯例,康德的哲学可简称康德哲学,尼采的哲学可简称尼采哲学。

在作者的哲学定义中,突出了哲学在大多数情况下是由某一个人写成的文字,偶尔也有两个关系很好的人共同写成的文字,如马克思和恩格斯共同写的《共产党宣言》。三个或三个以上作者的情况往往只是对某某哲学的转述,出现在教材中。对某某哲学的听、说、读、写、译等传播活动仍然归到某某哲学。因为虽然原始作者的文本固化了,有的时候原始作者已经死去很多年了,但根据现代哲学诠释学,对原始文本的解释可以使固化的文本有了新的生命。

在作者的哲学定义中,是以文本的固化为标志的,立刻就使人想到毛泽东的《反对本本主义》,所有对哲学的过度迷信的人都应该好好地学习毛泽东的著作。文本再好,毕竟都是本本,是存在决定意识,而不是意识决定存在。本本不仅是意识,而且是过去的意识。

今年纪念长征胜利80周年,反对本本主义在纪念长征胜利的意义上十分必要。长征胜利就是依靠反对本本主义取得的。现实的存在决定现实的意识(现实的哲学),当然现实的当前的哲学与过去的哲学是有关联的,但实事求是、一切从实际出发、面向当前的事情本身才是关键。

在作者的哲学定义中,连金岳霖对哲学要通(说得通)的要求都没有要求,更不可能要求哲学的实证化、哲学的科学化。说得通其实是很高的要求,任何哲学顶多是在某种意义上说得通,换一种意义、换一个时段、换一个角度可能就不通,不通不要紧,可以作为问题提出。某种意义上,哲学也就是对某些基本问题的不断追问。我追求数学物理意义上的通,可能对人文科学出身的人就不够通。反之,看一些哲学家的著作,也常常感到在数学意义上的不通,或者说不符合马赫的思维经济原则。简单点说,作者的哲学在数学上通的两个关键性基础就是拓扑空间的完备性和量子力学测不准关系式。这两个数学知识被作者用于构造共时态的辩证法(本书第一版)和历时态的辩证法(本书)。

文本是什么,文本就是一系列的文字,是观念的王国。哲学家黑格尔说,哲学要么是斯宾诺莎主义,要么不是哲学。我认为应加上定语,体系化的哲学。也就是说,哲学因为论述的对象是整个世界,又受限于有限的篇幅(往往就几百页),只能采用简化的模型来展开体系,固然有在某种意义上说得通的可能,但牵强附会是在所难免的,稍微挑一挑毛病,肯定就有论述不周全、不贴切、不准确的地方,归根结底是观念的王国。

霍桂桓十分反感用观念的王国研究文化,并认为突破观念的王国研究文化既有必要,也有现实可能性[2]。但作者读后觉得也不过是一些文字而已,广义地说也是观念的王国。这充分说明以文化物的工作的客观规律,任何人都不能脱离他所处的时代。对现代人而言,是已有文字的时代,文化人不用文字表达思想是不可能的,尽管文字不是什么好东西。马克思说批判的武器代替不了武器的批判。知识分子吃的是笔墨饭,确实是在观念的王国中挣扎,就像每个人离不开自己的皮肤一样,在皮肤以内想问题。任何精神的产品都逃不出观念的王国。比如绘画,可以在画上不写一个字,但不可能那幅画不显现某种观念,仍然没有逃出观念的王国。海德格尔哲学费了很大的劲,用直觉代替思维,用本体论"取消"认识论,少用了很多知识论的观念,但又生造了很多存在论的观念,还是没有逃出观念的王国。霍桂桓论述了"哲学""千面"的意味及其当代走势,霍桂桓写道[2]175:"综观有史以来的中西方哲学史,哲学实际上一直是'千人千面'的,即每一位哲学家都有自己对哲学的独特理解,都因此而建立了其独具特色的哲学理论体系,因而几乎从来没有,也根本不可能有'一锤定音''定于一尊'的哲学。"

哲学为什么没有定形呢?根本原因是歌德所说的,理论是苍白的,唯有生活之树常青。主要是现实生活不断翻新,时间的奔腾向前,或者说历史的车轮滚滚向前,任何已定形的文本怎么可能恰如其分地反映不断变化着的现实生活呢?所以反映现实生活的哲学也就只能与时俱进、不断翻新了。我小时候反复看过一部电影《南征北战》,印象最深的是敌人的张军长坐在吉普车里,穿着呢子大衣,太神气了。现在看来有什么神气的,一个乡下农民坐的车都比他的车好。现在我们用的手机比张军长的发报机不知要便捷多少倍。当然现在的人,不管坐多好的车都没有了张军长神气,因为时代变了,领导是为人民服务的了。张军长是新中国成立前骑在劳动人民头上作威作福的反面人物,再神气也要被解放军消灭。七十年来中国社会已发生了巨大变化。

10.2　作者对哲学的定义与恩格斯关于哲学基本问题的论述

恩格斯说[3]223−226："全部哲学，特别是近代哲学的重大的基本问题，是思维与存在的关系问题。……思维对存在、精神对自然界的关系问题，全部哲学的最高问题……只是在欧洲人从基督教中世纪的长期冬眠中觉醒以后，才被十分清楚的提了出来，才获得它的完全的意义。……什么是本质的，精神还是自然界？"[4]317−327。除邓晓芒外，作者还见过多位知名学者对恩格斯论述的理解和解释。作者认为，恩格斯的话基本上是没毛病的，关键是这句话说得让人抓不到毛病。思维对存在、精神对自然界的关系问题，思维总是某一个人的思维，精神虽说黑格尔分了主观精神、客观精神、绝对精神，但归根结底还是要落实到某个人的，也就是说思维与存在和精神与自然界，分别对应于辩证唯物主义和历史唯物主义。哲学总是某个人写出来的，基于作者本人的思维，也基于作者本人的精神。而作者面对的对象是存在（辩证唯物主义）和自然界（历史唯物主义理解的自然界，也就是与社会统一了的自然界），也就是作者在世界之中和作者在人类社会之中的前提下并作为哲学家自我强制超越到世界之外和社会之外来写哲学。所以一切哲学的基本问题就是思维和存在的关系问题。尽管审美活动有可能靠直觉产生美感（用精神而不用思维），但美学总是某个人用思维写出来的，因为语言是基于人类思维的。当然自然界是本原的，精神是第二位的存在、派生的存在。哲学家既能用语言描写自然界，也能用语言描写人化自然的存在，人类社会的存在和作者本人和其他个人的存在。但是由于语言和文字的局限，这种描写必然是简化的、片面的、大概的。对于存在和自然界的可知与不可知，作者还是在康德与黑格尔之间打一个活结。可知不可知要看什么事、什么时间、什么地点、什么情况。有的事比较全面知道，有的事只知道小部分，有的事到目前为止不知道，有的事可能将来知道，有的事可能一辈子都不知道。苏格拉底说，我知我无知。尤其在知识爆炸的时代，任何人都有不知道的事。就整个人类而言，也总有不知道的事，比如一个已死的人，他活着的时候对某个人、某件事当时到底是怎么想的，可能永远都没法知道了。所谓知人知面不知心，就是活着的人，面对面的，他内心对某件事当时到底怎么想的，就算是搞哲学的人也是并不真知的。所以思维与存在，或者说精神与自然总是能在一定程度上统一，而在更大程度上存在差异，尤其固化成语言以后，差异被放大了。按柏格森的说法，哲学家对世界只有一个接触点，也就是说哲学家只要发现世界上的某一点就不错了，哲学家都不是万能的。根据恩格斯在马克思墓前的讲话，马克思也就两点发现：剩余价值学说和唯物史观。反过来说，哲学家在他看到的一点，最多两点以外，比一般的人也高明不了多少，甚至比一般人还差。叔本华一辈子基本上就没挣到什么钱，靠父亲的遗产过活而已。我相信就连农民都会的种地他就不一定会。这时我的思维想到农民种地，我要不要把农民种地这件事写进哲学里，也就是我的思维与作为存在的农民种地的关系，也就是说哲学家对自然界的态度、对人类社会发生的事（事很多），哪些要写，哪些不写，怎样写，在什么立场上来写，写出来后有什么意义，对自己有何意义，对他人有何意义。本书对哲学基本问题的理解，不是一般人的理解，是作者独到的理解，从前的理解都是把哲学看成客体，看成哲学史。本书把哲学看成写哲学书的活动，是从主体方面理解，符合马克思的著名论断："从前的一切唯物主义（包括费尔巴哈的唯物主义）的主要缺点是：对对象、现实、感性，只是从客体的

或者直观的形式去理解,而不是把它们当做感性的人的活动,当做实践去理解,不是从主体方面去理解"[5]55-56。如果把哲学理解为写哲学的实践活动,从主体方面去理解,从哲学家本人的角度去理解,本书的哲学定义则是十分自然的。在写哲学的时候,最高的问题,也就是哲学家本人怎样写哲学的问题,完成了这一思维与存在、精神与大自然的关系的建立(由哲学家在写作过程中生成这一关系,具体构建这一关系)。实践活动的结果就是一本哲学书,也就是从客体方面去理解的哲学。恩格斯也是写哲学的人。所以我很能理解他对哲学基本问题或者说最高问题这一概括。当然前面已指出,恩格斯当时怎么想的,已经没人知道的,因而后世对这一问题有了多种多样的理解,我想我的这一理解比较切中问题。

我的思维与整个自然界的存在,按主客二分的近代哲学传统,我是主体是精神,我身体之外的一切属于非我(按费希特哲学)。我现在写的话可能是我思维的结果,我的思维与存在就建立了关系。我现在写的话,也可能是我体悟出来的,并不是我思维出来的,也总归是由我的精神对包括我自己在内(这时的我作为客体对象)的自然界建立起来的关系,或者说我的精神与自然界,在我的写作中完成了统一,是在写作这一实践活动中的统一。从这个例子,可能看出费希特哲学,丢掉了虚无,将整个我这个人的安身立命之本的大自然(与我共在的大自然)和整个人类社会(与我共在的整个人类社会)虚无化了。这就是海德格尔哲学追问的事情。其实我能写作有大自然的哺育,也有人类社会其他人的理解和支持,海德格尔的所谓存在的被遗忘,就是忘本。现在忘本的人比较普遍,有相当的人在忘本,只注重当下的实践活动,现实生活,忘掉家族的历史,忘掉国家民族的历史,忘掉与他同呼吸共命运的同样高贵的人,忘掉大地母亲的哺育,忘掉上天对人的惩罚。更不要提为中华民族的崛起而读书,为全人类解放事业奋斗终生的远大理想。本书第一版中已阐明的,实践要强调,但实践不可过度强调,因为实践是个简化模型,丢掉了实践中的每个人与大自然和人类社会中的每个人的无穷次联系和关系,也就是丢掉了本书哲学中的空集,但空集不空,非常重要。按张世英的说法[6],实践是第二次近似,第一次近似是万物一体。按本书第一版,认识论与本体论的统一包括了直到二阶的近似,也就是一阶近似(万物一体的本体论)和二阶近似(主客二分的认识论)。对很多问题,高阶近似是很重要的。简单点说,恩格斯的辩证唯物主义是关于整个自然界(包括人)在内的学说,是以世界的统一性在于它的物质性立论的,同时也是辩证的。自然以能量守恒定律为根本特征,是个封闭的系统,人化自然是以能量耗散为根本特征的,是一个开放的系统。人不仅要吃饭,而且要不断地吃饭,汽车要耗油,而且要不断地耗油。辩证唯物主义主要讲死物与活物在实践中的统一。历史唯物主义可以理解为辩证唯物主义在人类社会中的应用,死物变成死劳动的积淀。活劳动体现在生产中,目的是活物升值(剩余价值的获得),是死劳动与活劳动在生产实践中的统一。辩证唯物主义主要讲死物与活动的事实如何,历史唯物主义主要讲死物与活动的价值如何,讲权力和利益的争夺与分配。价值与事实的统一是辩证唯物主义和历史唯物主义整个体系的核心,实践就是价值座架下的价值与事实的统一。重点在历史唯物主义(价值判断或者说党性原则)是对的,但丢掉辩证唯物主义不妥(见本书第三卷第一章)。所以,作者认为现在反复批判的苏联教科书哲学体系还是基本合格的,有很深的学术基础和很高的理论水平,当然缺点肯定也是有的。

10.3　作者学习《新哲学讲演录》的笔记

张世英的《新哲学讲演录》是一本我反复阅读的书[7]。这本书对海德格尔哲学的中国化有很大贡献。多次阅读后我在书上写了很多笔记，限于篇幅，这里仅摘录第一篇本体论与认识论中前五讲的注记中第一、二、三、五讲的内容。

第一讲，哲学的基本问题。张世英讲"哲学是提高人生境界之学，也就是关于世界或天地万物的态度或关系问题的学问"。这一定义也是作者认同的哲学定义。确实每个人力量都很小，外面的世界仅凭一己之力是很难改变的。能改变的是我对别人、对事情、对物、对社会、对自己、对家庭、对大自然的态度。实事求是，一切从实际出发，首先要落实到每个人，根据每个人的实际情况来决定每个人对别人、对事情、对财物、对社会、对自己、对家庭、对大自然的态度。因此，本质上说，哲学是一种实践哲学(按张世英的说法，实践＝人的生活)，所以哲学不是以前随便背一背应付考试的东西，对人生是有帮助的，对每个人如何活得好一点是有启发和指导意义的。如果每个人都能认真学好哲学，生活质量是会提高的。

作者认为张世英的"人-世界"和"主体-客体"两重在世结构是说得通的，但我根据海德格尔和马克思哲学原理，将其修改为"现实的每个人在世界之中"与"虚拟的每个人在世界之外"更好，也可等价地说"实际的每个人在世界之中"与"想象的每个人在世界之外"。人一世界的意义不够清楚，到底是每个人还是一群人，当然每个人也好，一群人也好，都说得通。但如果是每个人，就不会有抽象个人的毛病，也不会使人想到是一群人，就是一群人组成的团体，也归根结底要落实到每个人。空洞地说人，很容易被儒家学说以群体兼并个体，不尊重每个人的个性和个体之间的差异。以前，一群人往往就是个别领导说了算，在封建社会就是皇帝说了算。下层劳动人民的权利被剥夺，这样不好。所以作者用现实的每个人，在马克思的现实的个人基础上加个每字，以突出每一个人的独特性和非普遍性，同时也是尊重每一个人，不管他的种族、年龄、性别、智力、家庭、出身、工作、收入等。按照本书第八章，遵照马克思将人化自然的物都看成每个人的无机身体，作者进一步把自在永在的大自然也看成整个人类的无机身体(马克思的存在着的无)，世界也可以理解为人类社会，这样模型简单一点。另外也不用主体、客体的字眼，因为客体可能就在主体之内。比如人在对自己进行体悟和认识的时候，人在进行文学、艺术创作的时候，本质上都是运用想象力在创造对象、意象、形象，而这些对象、意象、形象偏偏也在主体之内。所以在世结构以"每个人在人类社会之中"和"每个人想象自己在人类社会之外"似乎更好。

治国＝治全世界所有人，P 代表人，$j=1,2,\cdots,N(t)$ 随时间而变，社会总体$=\sum_{j=1}^{N(t)} P_j$ 。

P_j、R 、P_i、别人	①	为已利他、诚意
P_j、R 、物	②	概念、正名、致知
P_j、R 、P_j	③	自我实现、正心
P_j、R 、事	④	格物、事的世界观

P_j、$R_{内}$、社会总体 ⑤ 修身、对社会的态度、人生观
P_j、$R_{外}$、社会总体 ⑥ 治国、投身社会
P_j、R、大自然 ⑦ 平天下、审美、大自然=人化自然+非人化自然
P_j、R、家庭成员 ⑧ 齐家、亲情

①=诚意
②=致知(概念哲学)
③=正心(自我实现)
④=格物=虚无化哲学=物质资料生产
⑤=修身=人生观=人生境界之学
⑥=治国=艺术哲学
⑦=平天下=人与自然的真正统一
⑧=齐家=人的生产=亲情

一旦每个人进入视野,就可以看到张世英把整个哲学定义为人生境界之学的局限性。中国古代政治哲学中包括格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下八个方面,似乎很多方面还是没有被包括。但上节已讲了,哲学家一般只能从某一点上去阐述世界总体,如果阐述得比前人好,那就不错了。张世英将海德格尔哲学结合古今中外哲学家的思想,特别用通俗的中国话,从人生境界之学立论,是一个不错的选择。因为古代政治哲学的重点就在修身,人生境界之学就是修身之学。

从上面的解析不难看出,每个人确实都是现实的在社会之中,也可以用我们的想象力将每个人超越到社会之外(主客二分)。从每个人都在社会之中看到了中国古代政治哲学的妙味,只是国家概念扩大为全世界所有人的管理。平天下包括了与自然的和谐和人类社会的和谐,大致中国的格物、致知、诚意、正心、修身、齐家、治国、平天下,是个不错的概括。内圣指人类社会内部的和谐,外王指人与自然的和谐。内圣也就是指阶级斗争的终结,国家的消亡。外王就是生产斗争发展到很高阶段,生产力高度发展,物质产品极大丰富,首先以发展生产力为手段以达到和谐社会为目的(以人为核心)。外王大约相当于辩证唯物主义,积极投身于人化自然和非人化自然的生产和再生产。内圣大约相当于历史唯物主义,协调好人类社会内部的各种各样利益矛盾,做好经济基础和上层建筑等各方面的工作。中国传统社会的核心概念是家庭,相当于历史唯物主义,如果只是个人,人就会绝种。西方传统社会的核心是个人,西方的最高价值观念是每个人的自我实现,而中国人的最高价值观念是每个家庭的自我实现。

作者哲学的核心价值观念是以家庭为安身立命之本,尽可能实现每个人的自我实现。因为每个人的家庭出身不一样,自我实现的实际不一样,目标当然也就各不相同。

作者认为张世英第二讲的精神发展的阶段可以分为八个步骤。

第一步是齐家,每个人都从家庭得到亲情和温暖,同时也是从父母那里得到遗传基因、社会关联的基础、物质财富的水平。

第二步是治国,每个人都很快上学,国家的教化通过老师传递给学生,国家治理的基础在教育。小时候学到的东西一辈子都很难忘,比如前面讲过的南征北战中敌人张军长的艺术形象。同学之情也油然而生,因为与同学相处,又刚从家里的亲情走出来,学校当

然也是小社会，但同学之情还算单纯。

第三步是平天下，进入审美的情调，同学之间产生爱情的萌芽。

第四步是修身，选择什么专业，确定人生的主攻方向和远大理想。

第五步是致知，学了一些理论、概念。

第六步是格物，走上工作岗位，懂得怎么做事。

第七步是诚意，真正投入工作中，在学会怎么做事后，学会怎么做人，怎么与人相处，做人的根本在于诚。在做事中建立良好的人际关系。

第八步是正心，经过每个人在社会之中和想象的社会之外的历练，在历练中逐步完成每个人的自我实现，特别是完成家庭的自我实现。儿孙满堂，形成新的实际。一辈子不管混得好不好，心态要正。特别是面死而生，正确地对待每个人日益逼近的死亡。

第三讲，相同与相通。张世英主要讲道："这唯一的宇宙是万物相通的整体"，"相通的关键在于不同的东西所反映的全宇宙的唯一性"，"严格讲来，每一部分都是一个整体，因此也可能说，世界上归根结底，没有部分。说'部分'，那是人为地把整体、全宇宙割裂的结果，部分总是抽象的。哲学家的最高任务应该是把握万有相通的整体"。总的说来，张世英对这个问题还是没有真正通，至少没有说得通，写得通。没通没有关系，可以作为问题供后人去追问。本书第一版第十章向张世英指引的方向迈进了一步。因为宇宙是四维空间的三维球面，对这个问题，已是终极问题，不能再问宇宙为什么是这样的。因为正如张世英所写的[7]73："维特根斯坦说：'神秘的不是世界是怎样的，而是它是这样的'。爱因斯坦也说，世界最不可理解的就是它是可理解的。作者认为维特根斯坦将世界分为事实的领域和价值的领域，世界的价值和意义只存在世界之外。科学只管事实世界，不能满足人的内心追求，于是转向科学和事实世界之外，到'神秘的领域中去寻找意义和价值'。维特根斯坦强调站在世界之外以'直观'这有限的世界整体，从而赋予与事实世界以价值和意义。"张世英写道："我以为，这种把意义和价值推到超验的彼岸的观点是抽象的，不现实的。其实世界只有一个，世界的意义和价值不是像维特根斯坦所说的那样在世界之外，而就在世界之内。"张世英还说："哲学的最高任务应该是把握万有相通的整体，或者用王阳明的话来说，做到'大人能以天地万物为一体''能以天地万物为一体'是一种境界，不是外在的认识力所能及，而必须通过内在的体验，但这种内在的体验不是抛弃认识，抛弃知识，而是比认识和知识更高"。我认为，张世英提出了解决问题的思路，但没有做出解决问题的实践，或者说没有悟出结果来。本书第一版就已悟出了结果。维特根斯坦的哲学，张世英没有真正弄懂，神秘的世界其实就是想象的世界，只是这种想象是一种高级的想象，是人自己站在现实（事实）世界之外去实践，去观察的想象，是一种高级的实践活动。本书第一版的第八章至第十章好几次用这样的方法解决了自旋之谜，实现了自旋解释的哥白尼革命，也推出了"绝对静止＝绝对运动"的永恒公式，这是被多少人熟知而非真知的公式（真理）。

苏东坡说："不识庐山真面目，只缘身在此山中"，但真知这两句诗的含义的人却几乎没有。要识庐山真面目怎么办呢，要发射一颗卫星到地球之外去，才能把庐山的真面目拍下来，但面临宇宙这一终极问题，现实地发射卫星已不可能，不过运用想象力观念地发射到宇宙之外还是可以的。人可以作这种观念性运动，也就是说人有这种灵性或者说神性。人现实地观察电子的自旋不可能，但人可以观念地观察电子的自旋。这就是我对维特根斯坦"逻辑哲学导论"的独到理解。张世英写了很多本关于黑格尔哲学的书，对黑格尔的

绝对精神还是没有理解透。我认为,绝对精神就是黑格尔本人。维特根斯坦的神秘的世界也就是他本人的内心想象力构造的世界图景。在第三讲的思维与想象中张世英说[7]79:"平常我们说,人不能同时看到万物,不能在看到地球的这一面时同时看到另一面,只有上帝能做到这一点"。我觉得想象就具有"上帝"的这种功能,它(想象,这个词用得不好,不是它,应该是他——作者注)既能到此,又能同时想象到彼,把二者称为"共时性"的整体。所以要把握万物相通的整体,就要靠想象。尽管张世英还很清楚明白地写道[7]78:"又例如昨天的事已经过去了,如何把它同今天的事物结合成一个整体呢?那就要把昨天的,已经不在场的事物'再现'出来,这种'再现'与今天在场的东西出现不同,它是一种非现实的、潜在的出现,一种想象中的出现。所谓非现实的、潜在的出现,就是说保留了不在场的东西的不在场的性质,但又只有通过这种出现,才能与今天当前的在场东西结合为一个共时性的整体。正是这个整体构成我们想象的空间,它使不同的东西,在场与不在场的,显现的与隐蔽的,过去的与今后的……互相沟通、互相整合。"总的说来,张世英虽然提出了"共时性"整体的观念,但仍然没有做观念性运动的实践活动,虽然已有本书第一版中不同时强制同时的思想萌芽,但还没有做将不同时强制同时的观念性运动。举个例子,《南征北战》这部电影,要放映两个小时左右,是由一系列的照片组成的。不论放出来,还是拍摄过程,都是时间上有先有后的。但是,可以把电影胶片打开放在地上,也许好几公里长,所有的照片的意义,也就是看到的画面,就被不同时强制同时了,这种观念性运动,已不再区分哪一张照片了,产生了电影《南征北战》的全部意义。张世英与我的区别在于:将当下化与当下区别开来是张世英做的;我做的是将当下化理解为一种观念性实践活动,已不再区分当下与当下化,当下与非当下已作为意义整体呈现出整体的意义。也就是说在这种神性目光下(也就是不同时强制同时的意义下),时间已没有先后。张世英费了一本书,这层纸还是没有捅破。

论述自然地转到张世英的第五讲思维的无限与想象的无限。这一讲的内容,在本书第二版第二卷第十章和第一版做出了很好的推进。通过这一讲的学习,我们更加深刻地认识到哲学的大用。哲学家很多都是天才,如果能谦卑下来,向历史上伟大的哲学家学习,确实可以学到很多东西。哲学家斯宾诺莎,一个靠磨眼镜为生的人,早就区分了思维的无限(实无限)和想象的无限(潜无限)(关于实无限、潜无限请见本书第二卷第十章)。陆九渊说:"宇宙便是吾心",那当然也不是随便乱说的。因为宇宙是个实无限,吾心也是实无限。"数学上的无穷系列就是一种想象的无限者","思维的无限者"是绝对无限的,无上圆满的唯一的实体。这种无限者之外绝无其他东西限制它,它是唯一的,最高的"自由因"。张世英明确指出:"无底论"的"坏无限"都不靠思维而是靠前面所讲过的想象达到现实的相通相融的一体性,这是通达实无限的方法指南。"平常说整体嘛,就是无所不包的意思呗,只是这无所不包还有个静态和动态的区别,也就是说有静态的整体观和动态的整体观之分。"黑格尔的整体观是"真无限",也就是实无限,是永恒的静止的整体观。张世英比较欣赏庄子的动态的整体观,既是整体又无穷进展。庄子一方面说:"吾观之本,其往无穷,吾求之末,其来无止"。一方面又主张"天地与我并生而万物与我并一"。可见,庄子讲的天地万物一体的整体观就不同于黑格尔的"真无限"的整体,而和我讲的动态的整体"有某种相似之处"。我认为,庄子"吾观之本,其往无穷,吾求之末,其来无止",就是运用想象力站在宇宙之外观察到的绝对运动,而庄子"天地与我并生而万物与我并一"则是把不同

时强制同时以后的绝对静止,类似于前面讲过的将《南征北战》电影胶片放在地上不动。但“绝对静止=绝对运动”则实现了动态的整体观与静态的总体观的打通,其数学依据是 $2^{\infty}/\infty=1$。思想来源还是黑格尔的“所以‘真无限’是否定之否定,是某物与别物、有限与无限的具体统一,是一个至大无外的整体”。具体操作就是以加速度座架的加速度回到坐标,例如 $\frac{\partial^4 x}{\partial t^4}=(\mathrm{j}\omega)^4 x=\omega^4 x$,如果令 $\omega=1$,则 $\frac{\partial^4 x}{\partial t^4}=x$。如图 10.1 所示。

什么是能动的主体,就是能推动别物的主体,因此以加速度座架的加速度就变成了静止的坐标系,但这种坐标系是一个活动标架。无处不在,无时不有。牛顿力学之所以可能就在于此。

牛顿力学针对的是时间有先后的封闭系统,时间是有先后的。爱因斯坦力学针对的是时间无先后的系统,没有强制 $\frac{\partial E}{\partial t}=0$,因此绝对精神经过黑格尔的总结和我的提纯,呈现出下面的五个阶段。前三个阶段是黑格尔的总结,后两个阶段由我的提纯。

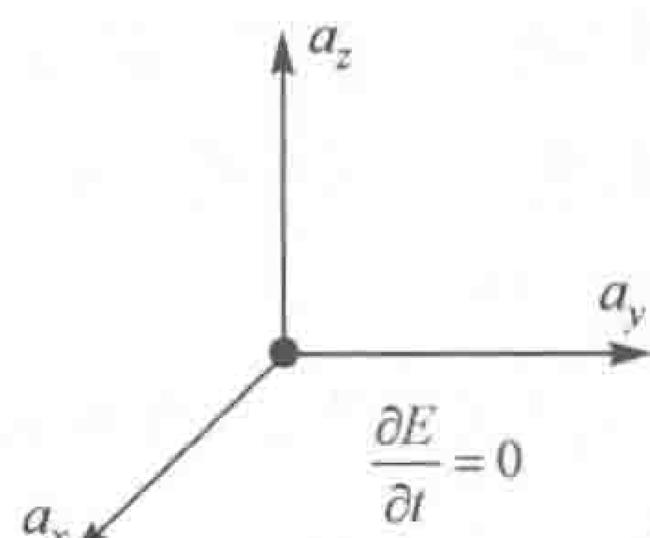


图 10.1 以加速度座架的加速度回到位移本身

第一是艺术,以直接感性的形式把握无限的绝对。

第二是宗教,以表象的形式把握无限的绝对。

第三是黑格尔哲学,以概念的形式把握无限的绝对、心中的宇宙。

第四是我的哲学,以想象力把握外在的宇宙(发现了时间奔腾向前的宇宙学和时间永恒轮回的宇宙学在宇宙微波背景辐射中的统一),绝对静止=绝对运动。

第五是我的哲学,以数学的方式把握球面世界的哲学,用 $2^{\infty}/\infty=1$ 将四维空间中的三维球面中的一点,也就是现实世界中的点源辐射问题,数学化地圆满解决。

第四、第五的解决都不可能基于物理的观察,必须借助于想象力和数学化。

通过以上讨论不难看出,对中国的大多数人很神秘的神,在科学的意义上是把人的活动不同时强制同时的结果,或者说现实的人,如几十个亿,每个人都只能各在其位(此在),没有可能既是这个人,又是那个人。但运用想象力,可以想象自己既可以在这里又可以在那里,并且同时就在所有人的地方。本来两个人,知人知面不知心,但如果这两个人都是你自己,你就能既知人又知面还知心了,因此你就是“神”,或者说“绝对精神”。通过这样的唯心主义观念性运动,确实可以看到很多一般目光下看不到的事情真相。在本书第一版中称为神性的目光(参见本书第一版 9.2 节关于自旋的讨论),所以神学也是一种学说,而且在科学的意义上是一种需要高超智力的学问。

再说测不准关系式,如果人来做,那是永远测不准的。因为人不能同时对一对对偶变量进行测量,但将不同时强制同时,也就是在上一段所述的神性目光下,两个变量都能测准。如果将对偶变量的轨迹都画出来,也就测准了。这不是个平凡的物理问题,涉及中世纪争论很久的人的自由意志与上帝的全知全能问题,是高度哲学化的。自由意志是测不准的,或者说是信息化的,但“上帝”是全知全能的,何以可能?秘密就在于“上帝”的时空观是没有先后的,人是有先后的,“上帝”将一切不同时强制同时,成为某种意义上的事后(至于是事后还是事前?事后事前与事中在“上帝”那里是不可区分的)诸葛亮,那必然就全知全能了。在人看来,是矛盾的事,在神性目光下并不矛盾。这就说明了张世英不明白黑格尔绝对精神的最后一跃,从有时间性跃入无时间性的秘密。“上帝”就是无时间性的

人类社会性,不是上帝造人而是人类制造了“上帝”。这几段讨论有利于人们消除对神的神秘性。

形而上学地看电影《南征北战》,举例来说 100 万张照片,每一张有一定的意义,辩证法就是将胶片放到放映机里看;海德格尔哲学要求看每一张照片的时候看到相邻的几张,就是人要有放映机的功能;神性目光要求每张照片前站一个同样的人,而每个人要能同时看到 100 万张照片。所以神性的目光其实就是全面的目光、无限丰富的目光。科学中是有神性的,比如甲看到了某个现象,这个现象要成为科学,必须同时代的人和不同时代的人都能看到才行。神性的本质是人类社会性,是对人类社会性的一种超越。现在科学有点被神化。

本书对张世英的万物相通提出了质疑并作为一个问题保留在哲学史上,这是作者没有张世英激进的地方。因为作者没有把哲学搞得那么宽泛,像康德那样适用于一切理性生物。也不像谢林那样说万物都有精神性。物质层面的相通比较说得通,因为有宇宙微波背景辐射,但信息层面(即使将谢林的精神改铸为信息化),就有些说不通了。石头也许可以发射它自己的信息,但石头较难接受人的信息,特别是领会人的指令。也就是说石头没有精神,不会对人说话。死去的人也难以像活人一样说话,怎么与死去的人沟通还是一个悬而未决的问题。所以本书的论述还是限于当下活着的人,而无限联系的死人和物品则放在空集里,作为人的精神和物质的身体比较好处理一些。这是本书第一版从海德格尔哲学走出来的地方,张世英还在海德格尔哲学的理解中,没有走出来。

下面综合前五讲的内容,谈一谈从中国的王阳明哲学走向现代,由本书改铸而成的明灵学。张世英写道[7]25,我国明代王阳明所说的:“天地万物与人原来是一体,其发窍之最精处是人心一点灵明”。“我的灵明便是天地鬼神的主宰。……天地鬼神万物离却我的灵明,便没有天地鬼神万物了,我的灵明离却天地鬼神万物,亦没有我的灵明。”这就是说没有世界万物固然没有人心,但没有人心,世界万物就没有开窍,没有开窍就是没有意义。

作者注解了张世英这一讲,特别是一段王阳明的文字。按马克思的话说,与人无关的大自然是抽象的大自然,对人来说是存在着的无。这里的“无”要按本书第八章理解为无无着、无无化,是个动名词或作为现在分词,代表着因人的生活引起的大自然的变化。海德格尔的无是神性的,时间区间为$(-\infty,+\infty)$。作者的无是人性的,时间区间为$(T-\Delta t,T+\Delta t)$,T 属于区间(人类从劳动中产生的时代,人类从地球上消失),Δt 是个时间量子,可以很小(在讨论辩证唯物主义、自然辩证法的时候),也可是意识流动的量子,无意识流动的量子,还可以是一秒、一分、一小时、一天、一星期、一月、一年、五年……一代人、几代人、一个朝代等。在讨论辩证唯物主义的时候,无无着代表无意义,也无音响形象。在讨论历史唯物主义的时候,无无着主要意味着无价值和无实践活动。但丢掉这个无,无论在辩证唯物主义中还是历史唯物主义中都是不可以的。很多学文科的人,就把这个无丢掉了,再次交代辩证唯物主义重事实判断,历史唯物主义重价值判断。说到这里,不得不指出张世英的书与马克思哲学整合得不好,马克思哲学基本上被无化了,可能是另有著作专门论述。我还是念念不忘以前政治课学的内容,下面看我怎样把辩证唯物主义和历史唯物主义中国化。

辩证唯物主义研究人化自然、无意义和无音响形象的自在永有的大自然,人化自然因人的灵明而有了音响形象和意义,因而可以用人的语言来刻画。每个人的灵明都是一种

活动，对应于语言学上的言语活动，全人类的灵明就是全世界人的灵明活动，称为明灵学。类似于研究全世界言语活动的学说称为语言学，辩证唯物主义在有无意义、有无音响形象、有无语言刻画的意义上是辩证的（有与无同时存在）。辩证唯物主义研究人、事问题，人在事中，人要服从事，是自然至上的。因为自然界（包括人化自然和非人化自然）的规律神圣不可违抗，尽管事总是社会中的事，总有价值判断，但价值判断要服从事实判断，先要把事做成，实践活动是在自然规律的统一中发展。历史唯物主义包括人类社会，牵扯到人化自然和非人化自然（无意义、无音响形象、无语言但并不是无价值，而是有价值，因为自然参与使用价值创造）。历史唯物主义的至上性是神性至上，看谁是神，资本主义社会资本是神，社会主义社会劳动人民是神。所谓理性也就是统治阶级为神的知性。比如造反有理，就看站在哪个阶级立场来说，在统治阶级来看，造反不仅无理，而且违法，完全可以镇压。在被统治阶级的立场上来说，每次农民起义都是举的造反有理的旗帜，所以有理无理是看立场的。翻开《共产党宣言》，第一句话就是至今一切社会的历史都是阶级斗争的历史。

康德认为二律背反的问题，由本书作者将哥德尔定理附加一个阶级立场就能变成理性，理性是有阶级性。

明灵学的出发点是在人类社会之中的每个人和想象到人类社会之外的每个人，每个人都有灵明，都能从事灵明活动，每个人的灵明活动的总和形成明灵学的对象，也就是明灵。

明＝现实化了的个人生活和社会生活；

灵＝信息化（有待消除不确定性的活动）的个人生活和社会生活；

现实化了的每个人生活的总和＝现实化了的人类社会生活；

信息化的每个人生活的总和＝信息化的人类社会生活。

每个人的信息化的生活（对生活的筹划，对社会政策的对策），奠基于现实化了的社会生活和每个人的现实生活并产生出每个人的新的现实化的生活和现实化的人类生活。每个人的新的现实化的生活，新的产生社会的信息化生活，奠基于新的社会的信息化生活和每个人的新的现实化生活，产生每个人新的信息化生活。

A＝现实了的个人生活；

B＝现实了的人类生活；

C＝信息化的个人生活；

D＝信息化的人类生活。

$B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D$

$$\left.\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}\right\} C \Rightarrow A \Rightarrow D \Rightarrow B$$

C以A和D为基础，A和D产生C，C产生A′和B，如图10.2所示。

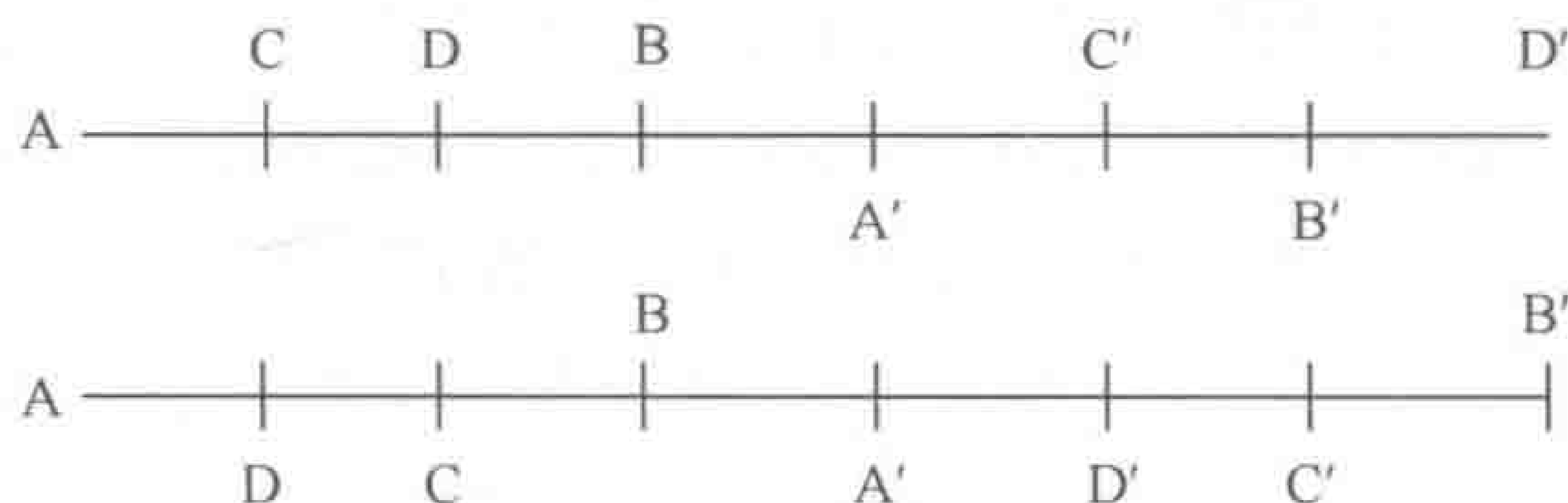


图10.2　演化过程

① 现实化的个人生活与信息化的人类生活产生信息化的个人生活,AUD→C。

② 信息化的人类生活与信息化的个人生活产生现实了的人类生活,DUC→B。

③ 现实了的人类生活与信息化的个人生活产生新的现实了的人类生活,CUB→A′。

④ 现实了的人类生活与现实了的个人生活产生新的信息化的人类生活,BUA1→D′。

⑤ 新的现实了的个人生活与新的信息化的人类生活产生新的信息化个人生活,A1UD→C′。

⑥ 新的信息化的个人生活和新的信息化的人类生活产生新的现实了的人类生活,D1UC′→B′。

每种生活都是在个人价值判断与事实判断和社会事实判断与价值判断的矛盾斗争中完成的。

10.4 我-你-它

我你。对应于历史唯物主义,每个人(包括与自己打交道的物作为每个人的无机身体)的活动总体构成人类活动总体,因而是历史唯物主义的研究对象。天人是合一的,物归并于人。

我它。对应于辩证唯物主义的世界,世界的统一性在于它的物质性。天人是二分的,天=客体,人=主体。辩证唯物主义与历史唯物主义作为人类生活世界这枚"硬币"的两面,在游戏规则的层面是相互决定的。也就是说我你决定我它,我它也决定我你。经济基础决定上层建筑,上层建筑也决定经济基础。因为这里的经济基础是由上层建筑牵扯在一起的经济基础,这里的上层建筑也是扎根于经济基础的上层建筑。经济基础即上层建筑,上层建筑即经济基础。当用经济基础的目光看生活世界时,上层建筑被遮蔽。当用上层建筑的目光看经济基础时,经济基础隐而不显。经济基础和上层建筑分别是人类生活世界对经济基础目光的显现和对上层建筑目光的显现。经济基础和上层建筑在即体即用的实践中统一起来。作为空集和背景的是无限丰富的人类社会和人类生活世界。根据辩证唯物主义、历史唯物主义、实践唯物主义,人类社会和人类生活世界只是哲学的理解和解释。康德将世界一分为二,为现象与物体自身(自在之物)。进一步分为物质现象、人类主体现象(精神现象)、事情现象(实践现象)、社会现象和世界现象,以及物体自身、主体自身、事体自身、社会自身和世界自身。因而天五行着,知可分为感性之知(物质)、知性之知(主体性)、理性之知(阶级性)、神性之知(人类社会至上性)和天性之知(自然至上性)。南怀谨将大学的三纲领改为五行说,除三纲之外,外加道和学。学指社会学核心的政治哲学,道指带自然倾向的世道(世界之道)。所以大学之道,在明明道,在亲民,在止于至善。可以解释为阴阳五行学说下的三纲领。

以上论述受到熊十力哲学的体用不二即体即用的启发,以历史唯物主义为体,辩证唯物主义就为用。在即体即用的意义上为实践唯物主义,在体用不二的意义上为辩证唯物主义和历史唯物主义=哲学的把握生活世界的一种方式。以海德格尔哲学的目光,存在主要研究人类社会,用社会化历史性的场来刻画。本有主要讨论物质世界,用世界化时间性的场来刻画。但这两种场本质上是一个本体(生活世界)的两种显现,区分是人为的。

我你和我它,哪个摆在第一,要看什么事(同时的意义上),不同时的意义上,上班(做

事）是以我它为主，下班以后以我你为主。因为发展是硬道理。我它要摆在首位（工作第一），如上下级关系，领导要有主见和魄力，下级要服从并把工作干好。只能我它共同做好事情，在人格上相互尊重，但在做事时位置要摆端正。同时又有各种情况，有时我们，有时我它。比如夫妻之间，钱最好我们共同挣，我们一起花。但这家人与素不相识的另一家人目前还很难实现我们关系（在挣钱和花钱的意义上），顶多偶尔可以和关系特别好的人成为我们，对大多数人不行。我们是个理想，我它是现实。我们努力的方向是实现全人类在大多数问题上的我们关系（共产主义社会）。

我你＞我们＞人类＞历史唯物主义；

我它＞人类征服大自然的活动＞人类＋物质世界＞辩证唯物主义；

我你＞我它＞新的我你＞新的我它＞更加新的我你。

10.5 余　　论

1. 独白与对话的伦理学

要分情况说明：

① 共在主体（公众场合排队，公民、市民、村民等）的交谈伦理学。

② 共在前提下领导与被领导、支配与被支配的伦理，（上级）领导与（下级）被领导人的伦理、支配与被支配者的伦理。

③ 家族伦理，夫妻、父母、子女、亲戚、朋友、其他人。

④ 人作为非人的伦理。

资本家＝货币化的资本＝钱＝不是人；

劳动力成为商品＝物＝不是人。

伦理，资本家在一定范围内就算不错的资本家，工人在一定范围内就是合格的工人，这是共产主义以前的实际性决定的伦理。

职业，如军人就只能用独白的伦理学而不可用对话伦理学，因为军人的天职就是服从。

虽然法律的基础在道德，但本书认为，一个地区一个时期的道德水平在现象层面（游戏规则层面）受法律的指挥棒控制，在归根结底的意义上受经济基础（生产力）的决定。当然影响道德的还有民族、国家、宗教、文化等各种因素。

2. 典型与显隐

① 艺术是艺术家超越的把握现实生活的一种方式。

② 典型说是用知识论传统概念地把握典型形象，重在美的知识，具有人类共通性。

③ 显隐说是用海德格尔存在论把握艺术形象，让艺术形象与审美者产生情景交融的意象，美在意象，北京大学叶朗教授有一本书，《美在意象》就是用本体论的方式写的，让每个人在现实生活体验地发现生活中的美，是万物一体的方式，回归大自然。反之知识论的典型说，则是实践论的主客二分模式，其实也是对现实的一种超越，两种超越在美学上对应于张世英前面章节的两种无限、两种超越（哲学上的）、新实践美学、后实践美学、实践美学（黑格尔）。

3. 新意

(1)新天人合一

世界之中包括世界之外(人为的)主客二分,比如教书,不管有几阶联系总是教书:一阶联系,不考虑对象性;二阶联系,考虑对象性;三阶联系,考虑与其他老师的联系(其他科老师,同一科其他学校的老师)。

(2)新主客二分

① 主体。

② 客体。

③ 主客体之间的实践活动。由社会价值观念(计划)和人的自由性(市场劳动力成为商品)来座架。

④ 本书第一卷第八章的空集,也就是在社会之中的实践活动组成的本体。马克思说,社会生活在本质上是实践的,我认为实践活动总是在社会之中的,在世界之中的。

社会＝当下(今天)在世的所有个人的活动＝历史唯物主义世界＝当下(今天)在世的所有个人的活动及其对象物,包括不可知(分未知,尚未出现的人和物)的物,物作为人的无机身体,作为空集(非人)。

参考文献

[1] 俞吾金. 被遮蔽的马克思. 北京:人民出版社,2012.
[2] 霍桂桓. 文化哲学论要. 北京:中国社会科学出版社,2011.
[3] 马克思恩格斯选集(第四卷). 北京:人民出版社,1995.
[4] 邓晓芒. 实践唯物论新解:开出现象学之维. 武汉:武汉大学出版社,2007.
[5] 马克思恩格斯选集(第一卷). 北京:人民出版社,1995.
[6] 张世英. 哲学导论. 北京:北京师范大学出版社,2014.
[7] 张世英. 新哲学讲演录. 2 版. 桂林:广西师范大学出版社,2008.

第一版后记

经过众多人员三年多的辛勤工作，本书终于出版了。作者在感到由衷喜悦的同时，谨向所有帮助过作者的人们表示最真挚的感谢！特别感谢任维君同志，他为本书的出版做了大量工作。

鉴于许多情况有所变化，特此撰写这一后记，其目的是想就如下问题作说明。

一，书中大部分内容是根据作者的研究札记和讲课提纲整理而成的，限于作者的水平，现在看来尚有一些不足之处。但考虑到不足在探索和前进过程中是在所难免的，而且它们也比较真实地反映了作者在前一阶段的工作，因此没有再作大的修改。希望读者能够全面地看待这些不足，并热忱希望多提改进意见，以便作者在本书可能再版时加以考虑，作者期盼着学界更多的呵护和鼓励。

二，希望借此机会向那些被本书直接或间接引用了其文献的作者表示衷心感谢。如果由于作者的疏漏而没有提及某些作者，或者你们进行了比本书有关论述更深刻更广泛的工作，或者对你们的工作作了不恰当的评论，也恳切希望得到你们的谅解。对杨本洛教授的先驱性工作，作者的评论有的地方在基本情调上有失敬意和仰慕，在此公开道歉并请求杨老师的谅解。这不是可用"吾爱吾师吾更爱真理"可以开脱的。杨老师的工作切中了问题并值得作者学习。

三，历史和现在，根据诠释学，自我和他者构成了一个无限发展的统一整体。每位读者都带有读者的诠释学"境域"和理解"视域"，视域融合不仅是历史的，而且是历史性的。理解属于被理解东西的存在，本书的写作时间断断续续近 30 年，现在本书已进入科学和哲学著作的世界，它的命运将由逻各斯去决定了。在对他人成就的常见的回应中，一种是羡慕、嫉妒、恨的流俗方式；但在本书中转述的黑格尔提倡的方式是：我们应当提到歌德的一句美好的箴言，那就是对别人的巨大优点除了表示爱慕之外就再没有任何其他的补救方法，这是评判别人做出的真正的和扎实的成就的办法。当然黑格尔也提到读者也完全可以把空洞的和毫无根据的东西加以拒绝。所以作者认为对本书有不同的看法是不奇怪的，人上一百，形形色色。走自己的路让别人去说吧！从最近研究《普通语言学教程》来看，唯有思想才能积淀下来。爱因斯坦有言：政治是为当前，唯有方程永恒。人类几千年来第一次写下的等式：

$$绝对静止=绝对运动$$

是永恒中的永恒！

本书中作者与杨本洛教授的"皮毛之争"值得在后记中特别提及。作者注意到飞机先加速才能起飞，后速度，再曲线路径，所以共有加速度向径、速度向径和路径向径三个方面。牛顿力学是以现成路径依次求导创建的，爱因斯坦力学是以速度为"皮"建构的，借助于黎曼几何。任伟力学是以加速度为"皮"统一建构的，借助于黎曼几何和爱因斯坦的天才工作，而与牛顿的物理概念和结论相一致。这是作者的思想原创。一切成就都源于大自然并归于大自然。人只是绝对精神的工具。若以能量 E 来考虑，则五个量是重要的，

作用量、能量作为时间的函数及其第一、第二、第三、第四阶对时间的导数都是重要的。以牛顿万有引力定律和库仑定律为例,如以路径向径为“皮”均为常加速度运动,如以速度为“皮”则为无加速运动,若以加速度为“皮”则为静止或匀(加)速运动。它们的共同逻辑主体都是质点,或有质量的或没质量的特定对象。飞机的轨道是生成着的,开车有道路现成的痕迹,但也有先加速后速度再路径的思想萌芽。任伟几何的加速度是“皮”,加速度是“皮”,则速度是“毛”,路径是“毛上之毛”。或者速度是“皮”,路径是“毛”(黎曼几何)。可见作者的几何学和物理学是对黎曼几何和爱因斯坦相对论的发展,广义相对论可以用加速度为“皮”重写,重写后新的物理将自动呈现,这是现象学方法的真正应用。库仑定律和万有引力定律何以可能?因为它们代表以加速度为“皮”的静止或匀速运动,这才是广义相对论的物理本质,时空弯曲其实是走了弯路(至少在人们生活的太阳系是这样)。这段话是成果的提前报到!物理学就是几句话。自笛卡儿以来,特别是伽利略、牛顿使自然科学数学化以来,科学的哲学基础都是以笛卡儿开创的主客二分模式来构造的。作者自称以海德格尔哲学起家,没有真道是没资格这么说的。其实,作者的哲学是将科学研究的对象,如飞机,看成与观察者一样的存在论上的主体,这就是海德格尔哲学思想的光辉。而且飞机首先是主体,然后才是主客二分的客体,科学研究应与哲学一致,也就是说飞机是世界之中的主体,然后才是世界之中前提下超越(人为强制的超越)到世界之外的主客二分。作者不仅超越而且飞越,考虑加速度。如果以飞机为主体,以生成性建构飞机的生存,作者的研究路径则是十分自然的。同样,人作为人,有时是好人,有时是坏人,如果把量子看成主体,有时是波,有时是粒子,有什么奇怪呢?好人坏人是因人因事而异,量子为什么不可以因人因事而有不同的表现呢?时过境迁,一切都在变。逻辑实证主义是不可能的,主客二分已不可实证,包含了无限,人为强制就是不管无限,其实是无限中的有限。实证的有限其实是做不到的。相对论以现成性为基础,没有现成周期运动的周期,就没有自旋和一切量子化。什么是不同时强制同时,隐含的前提是对一个时间区间的不同时强制同时,这是一个涉及无限的问题。什么是无限,无限就是将时间奔腾向前与永恒轮回画上等号。在无穷小和无穷大的层面都已由作者完成证明,根还在自然数 1,2,3,…的第三种特性,$2^{\infty}=\infty$,数量特性和序特性是两种已知特性,第三种特性本书称为速度特性,$\frac{2^{\infty}}{\infty}=1$,也就是光速不变原理。有没有第四种特性,数的加速度为多少?一个依赖于数量大小的量。

什么是时间的永恒,永恒就是时间的不可区分。四维空间中三维球面上的每一点都是不可区分的。二维空间的一维球面(圆周)上的每一点都是不可区分的,三维空间上的二维球面上的每一点也是不可区分的。所以球面世界的哲学,如果从时间上把握则是永恒的哲学。一个数学的单位圆周,将其数学地剪断成为线段,两种长度当然是一样(光速不变,本书第十六章中精细积分法的秘密就在这里),圆周上的点不可区分,区间上的点则有序。这就是时间奔腾向前与永恒轮回的关系,这就是为什么 1933 年狄拉克和薛定谔都能获得诺贝尔奖的原因。为什么必须以加速度为“皮”,因为$(j\omega)^4=\omega^4,\omega\neq 0$ 直接以路径为“皮”,与空间相对的不是时间而是能量作用量,时空何以可能?当且仅当$\frac{\partial}{\partial t}$这一算符与其本身有一比例系数时$\frac{\partial}{\partial t}$才与 t 可以在某种意义上划得了等号,也就是时间的均匀流逝

和时间奔腾向前与永恒轮回才能打通。所以时间的本质是数量，有正负，牛顿力学直接是不行的，因为改变符号$(j\omega)^2=-\omega^2$，速度为“皮”也不行，$(j\omega)^3=-j\omega^3$，只有$(j\omega)^4=\omega^4$ 只差一个比例常数(可归一化地取为 1)，不改变正负。原来为正的依然为正，原来为负的仍然为负，所以时间的本质涉及对空间的四阶时间导数。这就是特别提及“皮”与“毛”的关系的原因。“皮”既然是“皮”，也就更能反映本质才能是“皮”，以前黎曼、牛顿、爱因斯坦用的“皮”都具有历史意义，将来可能以加速度为“皮”才能解释时空何以可能！感谢杨本洛教授将问题尖锐化和明确化。我的一个好朋友，在英国《Nature》上发表过论文，最近准备再在此刊发表论文，一看见我写的前言，立即觉得我可能是自夸，有点黑格尔所说自命不凡的味道，表示对我成就的拒绝。我想这是他思想的自由，完全可以理解。但行与不行，不是凭主观，凭感觉，任何人不从哲学和科学层面先搞懂作者的思想，仅凭主观和感觉是无法否认作者思想正确性的。正如当年爱因斯坦的朋友告诉他有 100 个教授签名反对相对论，爱因斯坦说，只要有一个人反对就能反对了，何需 100 个教授。我想 10 000 个教授的签名也是否定不了的。作者的说法是以实力和真实研究为基础的，有预言性质，但绝不是空穴来风。让我们再次记起歌德的佳言，面对他人伟大的成就，我们唯有敬佩。只有在人格上相互尊重，在学术上相互欣赏才有助于学术的长进，孙正聿老师多次说。

我的一个好学生有一次类似于爱因斯坦的朋友对爱因斯坦的关切，好意地对我说，有人在背地里议论我。我想议论是可以的，只要是本着学术正义的善意的批评指正，有利于学术本身的发展，作者都是理解和愿意接受的，应表示感激；但对一些不怀好意的挑剔和歪曲，作者也会像斯宾诺莎和康德一样泰然处之。条条大道通罗马，科学研究做到后来完全是艺术性的，没有既定目标，也没有固定的方法，是技术理性，不能也无能座架的。创造性劳动并无规则可循。任何一个哲学家在建立自己的哲学体系时，都必须付出艰辛的努力，而且有前无古人后无来者的自信和豪迈。比如康德就认为在他之后哲学只是在他基础之上的修修补补而已(典型的后无来者)，海尔格尔也担心他老师胡塞尔有没有一分钟是哲学家(别人当然就更不是了，我想。典型的前无古人)。希望读者多少能习惯于这种夸张的笔调。据说在现实生活中，尼采都并不狂妄，但他的文字有时却是挺狂妄的。如果这种诗性哲学的叙事方式令读者难受，作者特别在此道歉。按海德格尔的说法，不是此在说话而是大道让此在说。以前我也不理解尼采“我为什么这么智慧”的语言，现在发现行文至此只能这么说，体现了哲学家的真诚。海德格尔哲学有无限的丰富性，但也可以作简化理解。例如矩量法，可直接解也可用特征模理论求解，这样做的优点是可用奇异值分解，丢掉一些不重要的特征模。比如人，有好几十亿，在强调大家共在的前提下，也可以按存在方式，也就是按阶级、阶层来划分为不同的类(各种常人)，这样来研究存在者的存在，就比较容易。对每一类人，又可按其一生分成不同的时段。不是用自然的日历表上的时间，而是用生存方式上的不同时间段来研究人。不仅是研究存在的状态，更突出存在的方式，也就是说线性方程组的不同特征值对应不同的时间因子，具有不同时域的存在方式。

从本后记的“皮”的理论来重审本书的工作与狄拉克的工作，从黎曼几何的以速度为“皮”来审查，出发点(“皮”)也就是能量(作为时间的函数)E，作用量(能量对时间的积分，乘积求和)和加速度对应的是$\frac{\partial E}{\partial t}$，积分算符和微分算符在将时间奔腾向前与永恒轮回统一之后对消，如从作者的“皮”(加速度)出发，就是能量变化率$\frac{\partial E}{\partial t}$($\frac{\partial E}{\partial t}=0$ 对应于定态，$\frac{\partial E}{\partial t}$

$\neq 0$ 对应于跃迁),两重积分算符与两次微分算符在将时间奔腾向前与永恒轮回以作者的方式统一以后也是对消的。也就是说从三种“皮”出发,能量都是自旋为零的标量,但从 $E=mc^2$ 导出 $\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{\partial m}{\partial t}c^2$ 来看,只有作者的“皮”是洛伦兹协变的,最合理,而且具有前述可描述定态与跃迁的物理意义。从上述讨论可见,能量的可正可负,或者 $\frac{\partial E}{\partial t}$ 的可正可负是客观存在,并不能通过不同时强制同时(狭义相对论)来人为改变。因此狄拉克在这个问题上虽有革命性贡献,但仅就理论描述物理实在而论是有问题的,但作用量是可以通过左旋右旋的(定义了等于没定义的)对称性来实现人为可正可负的。我们认为反粒子应该用反粒子的理论。因为正反粒子对应不同的逻辑主体,应该有不同的物理理论。作者的学说对正反粒子的不同理论作出了不同的区分,狄拉克的学说有的时候能歪打正着,但本质上是混乱的。这是作者自己比较满意的工作,这就是前面提到的物理学是几句话的含义。比如我 1993 年在美国《物理学评论》上发表的文章,13 页,浩浩荡荡的公式体系,五点结论性特色,但真正重要的是前言中的几句话,那是任何书上和文章中没有的,是作者思想的高度提炼,花了好几年的时间才写出来。所以看文章,我一般只看几句话,什么公式、数据、实验结果、曲线都是可看可不看的。依此类推,这本书虽然篇幅巨大,其实读者可以选择性阅读,唯有前言和后记中的几句话是最重要的,诸如物理学就是几句话,绝对静止=绝对运动之类,希望读者不至于忘记。还有对他人的成就唯有敬佩等。

作者的物理学思想来源于哲学而归于哲学。作者最近哲学上的工作就是用四维空间中的列向量(也就是四个分量)来统一描写自然、世界、历史、社会。大致的对应关系是,人类活动对应于 $\boldsymbol{E}(t)$ 这一列向量,四个分量自然、世界、历史、社会分别对应于速度、加速度、以加速度为“皮”的速度、以加速度为“皮”的加速度,即 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{E}(t)\mathrm{d}t$、$\frac{\partial \boldsymbol{E}(\mathrm{t})}{\partial \mathrm{t}}$、$\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(t)}{\partial t^2}$、$\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(t)}{\partial t^3}$,这是对本书第八章工作的深化。这些将是作者另一本书的论题。这里必须向读者暗示由于后记的性质不允许论题过度展开,四个分量的说法只是过渡性的,真正的理论还得回到 Hamilton-Jacobi 体系中去,这样与空间对应的就是作用量,与空间的四阶时间导数对应的就是作用量对时间的四阶导数,如只看后记中的论述,则有一阶导数的错位,这在作者写太阳系的五个方程一节中有所暗示,这是一个困难的问题,后记中采用了便于理解的方式而牺牲了一些严格性。这一问题与海德格尔哲学,特别是海德格尔后期思想有很大关联。海德格尔终其一生的努力,终于没有完成他的体系,这是与他的时代、知识结构所决定的工具局限性相关的。海德格尔知道一些控制论,但似乎并不懂得信息论。作者则不一样,1983 年研究生的第一年就学信息论且是必修课,并以 90 分的好成绩名列全班第二。

其实海德格尔的哲学关键是要用信息论的目光来审视。人生是定在与信息的并存(同时存在)。什么是信息的哲学定义?作者的答案是仍应回归数学家香农的定义,不确定性的排除,只是在解释上或者说理解上要从主体方面去理解。人的存在,包括每天的存在,都是在消除存在的不确定性,这是从生存论上讲的,不是存在者作决定的知识论立场。昨天已经定在,今天有各种可能性。今天的定在(实在)遮蔽着今天的信息化(不确定性,有待消除的不确定性)存在(不实在),而此在今天的所作所为(实在的与不实在的,显现)

和遮蔽着的存在都以昨天整个人类的定在为依据。而整个人类的所作所为只有明天才能成为定在,而这种定在是以定在和信息化的定在(消除了的不确定性)二重性(对偶变量,两个变量)来刻画的。这种不确定性是由不同时强制同时引起的,本质的不可消除的不确定性,时间区间无论如何缩短都消除不了,体现为海森堡的不确定性原理。用电磁学的语言,电场可以描写电磁场,磁场也可以描写电磁场,也可以用电场和磁场两个变量来描写电磁场,电场是磁场的依据,磁场是电场的依据,电场遮蔽着磁场,磁场也遮蔽着电场,电场敞开磁场,磁场也敞开电场,作者认为这就是世界的显隐运作。物理学家 Bohm 有不同的显隐运作哲学。

从电磁场方程的 FDTD 方法最能看清这一点。电场和磁场在时间上本不同步,在空间上也是错位的。海德格尔哲学从黑格尔哲学而来,黑格尔将不同时强制同时(圆圈实现永恒轮回,不同时强制同时,每一时刻不可区分),海德格尔却要让时间奔腾向前,源于生命的洪流(止不住的意欲之流)重新显现而不让对象化止住生命的洪流。也就是马克思说的认识世界与改变世界的区别。从亚里士多德的质料、形式、目的、动力四因学说来看,改变世界是要从动力也就是从加速度的目光来座架目的。飞机总是要先耗油才能产生速度,目的是有待消除的不确定性,是信息化的,而动力(耗油$\frac{\partial E}{\partial t}\neq 0$)是千真万确的定在,也就是用实在寻找不实在。从认识世界的角度,总是从生产实践出发,以目的(目标)为依归(定在)决定怎样利用动力(少耗油),动力却是信息化的,有待消除的不确定性。倪梁康教授有本《自识与反思》的书,综述了历史上 30 来个哲学家的观点,但是自识与反思的区别仍然晦暗不明。其实自识是以世界与我们(此在)来照面座架的,核心在加速度,也就是海德格尔说的在世界中存在,而认识论却是把本来在世界中存在的此在强制地变成主体,同时把本来在世界中存在的事物和他人变成客体和他者,忽略世界的无穷阶联系和关系,形成一个主客二分的简化模型,所以实践论也不可能不是形而上学的,因为无限变成有限是一种形而上学哲学的抽象和简化。实践是以目的座架的,信息化的是最小能耗。所谓目标管理,是以目标为依归,降低成本。反思是从个人走向世界,自识是从世界走向此在。作者的双螺旋哲学是本体论与认识论的统一,解决的是《自识与反思》中的"与"字,统一的基础是价值,或者通俗一点:利益。马克思说,人们奋斗所争取的一切都与他们的利益有关。同时用多重散射理论简化个人此在与人类此在的与时俱进(随时间变化,存在方式),这一点已在本书中通过语言和言语的时变规律澄明。社会意志也就是在世存在的根本,恩格斯将其归结为所有个人,此在的力的平行四边形法则构造出人类此在的合力,力当然是与加速度有关的量,所以作者的加速度座架世界暗合恩格斯的社会意志合力论。从时间上来考虑昨天($n-1$)、今天(n)、明天($n+1$),个人意志要得到社会承认,今天的个人此在意志要在明天才能被社会承认,而基础都是昨天的社会意志(海德格尔的被抛入世),每天个人此在都在被人类此在抛向世界,因而才产生出加速度。跨越两个时间区间,当然就是加速度。从昨天到今天产生速度,从今天到明天也产生速度,从昨天到明天就是加速度。回到马克思的经济学,社会意义上的加速度是明显的,比如作者上大学时(1979 年)看电影只要 5 分钱,现在要 50 元,当然有加速度。通货膨胀产生速度,但资本的逻辑是在通货膨胀的速度基础上加速,也就是相对于通货膨胀而增值。通常讲资本增值,有的人以为只是速度。从时间上看,资本增值是一个过程,对一个过程总可以言及加速度。扩大再

生产是生产剩余价值的主要手段。从社会总资本来看。如果只是速度,就没有工人阶级的相对贫困。加速度就是作者的意志论两头在外的意思。

作者的哲学对海德格尔哲学的改造主要是区分个人此在与人类此在,将物理解为非人,借用马克思的话是对人而言的存在着的无,放在空集里边,这样作者的世界总是人类世界,物变成了人的无机身体,因而个人此在与人类世界此在的关系仅仅是1与有限多(当前世界总人数)的关系,可以暗含过去的人,但过去的人还是非人,而仅仅是当下化的非当下,因而具有最简单的数学结构。在作了这样简化之后,论述就极大简单和便捷,很多事情就说得清楚了。国内邬焜教授的《信息哲学》一书主要阐述一种知识论立场,把信息理解为客观不实在。作者在这里简要阐述的信息哲学则是从主体方面来理解,信息论关注有待人来消除的不确定性,是对信息论现成性的解构和对信息论生成性的建构,将信息指向人的生存本质,更有哲学味道。这是作者作为电子信息学院教授特有的目光。信息作为一种存在,在时间性中敞开和遮蔽的本性得以澄明。在买股票的时候并不知道他人是怎么决定的,只有明天才知道今天他人的情况,而根据的又是昨天的定在,这是人的根本存在方式和社会(指所有个人、人类此在、人类世界)的根本游戏规则。叔本华的《作为意志和表象的世界》应这样理解,作为意志的世界重在世界(人类此在)的信息化生存,以加速度座架,而作为表象的世界重世界(个人作为人类的一员)的确定性生存。意志与表象都由利益来座架,基础是非人的物质世界,表现为空集,但空集中不空(非空)。所以作者区分个人此在与人类此在比较必要。意志和表象的完备论述也是四个世界,$2^2=4$。信息的本质就是遮蔽与敞开的运作。已经知道就不是信息,而是知识了,不可知道也不是信息,其实是一种能够排除的不确定性才是信息。只是现在计算机太快,计算机本身就在做不确定性的排除的工作,只是大家对此存在有所遗忘而已。信息也总是对人而言的,没有人,信息也就是存在着的无。信息是人排除不确定性的活动,活动的目的是要知道信息,活动的结果是排除了的不确定性。

第八章谈到周培源教授所说文献稍微看看就行了的语境是很多学生只知道查文献却不独立思考。从本书(特别是后记)可见作者看的东西也并不少,但挂一漏万也是在所难免的,因为毕竟是知识爆炸的时代,而且到处都藏龙卧虎。成天查文献本身就说明还没有厘清问题之所在,更不要说进入前沿。学问做到最前沿是没有文献可查的,只能自己拿话来说。本书与其说是著作,还不如说是道路的开启,按海德格尔的哲学。

说本书是道路的开启,是因为很多工作都还有待完成,本书只是开了个头。人的存在本来就是一种未完成状态,每个人都有未完成的使命。有的东西写在书里具有备忘录性质。现在就没有打算由本人去完成,只是看看对别人有没有启发作用。作者对毛泽东的实践论是做过用反思的方式重写的尝试的,至今没有公开发表。

李白的诗中形容胡子之长可以长到7000尺,这完全是实证主义者难以理解的,作者承认本书中包含少许类似的形容词。不是说不想当将军的士兵不是好士兵吗?有远大理想无可厚非,正如士兵只要是好兵就行,真能当将军与否并不重要。本书突出每个个人的非普遍性,有时用了夸张的手法。目的在于开启人类更多的创造能力。

作品是作者的"孩子"。家里老人都像爱护孙子一样关注着本书的出版,母亲突然问我本书标题中的"数学化的场论"到底是相对什么而言的。我三周以后才找到答案,原来数学化的场论是针对物理化和技术化的场论而言的,是对技术理性的一种客观上相悖和主

观上反动。最具代表性的是本书第十章对宇宙形状的论述。目前的宇宙学是基于地球表面附近人的观察，而这样的物理化和技术化的场论是无能论述宇宙的形状的。如果地球上每个人的活动半径只有一米，而所有人之间又不能沟通和理解，如何知道地球的形状呢？

作者最近10年没有在英文期刊发表论文，原因是多方面的：

一、在作者与杭州电子科技大学的工作合同中有争取中国科学院院士的条文。根据杭州电子科技大学前党委书记方华的意见，不要为外面的诱惑所动，潜心从事原创性研究，文章一篇没有也没关系。

二、在美国的科研工作与美国军方有关，成果不能发表。在日本的工作与预期结果相反，不宜发表。在加拿大的工作因基础软件有误，不可发表。

三、回国后在时域压电学方面的工作等待着民间或国家的大笔经费资助，例如千人计划。欲开发有自主知识产权的应用软件，故选择暂不发表论文。

四、均匀各向异性介质波函数的工作，在一些细节和程序调试上还有待提高，考虑到将来报国家自然科学奖而严格把关，再做一点工作后可发表。

五、在无界均匀各向异性介质时谐并矢格林函数的工作中，如果承认数学分析的无限概念(潜无限)的正确性，可发表六篇以上论文。但留意到实无限与潜无限的区分，认真地追问到底，能否发表论文则说不清楚(因涉及整个数学基础的重建，新的东西往往不一定马上被承认和接受)。

六、对电大尺寸典则几何的散射问题与浙江大学的合作走了弯路，现在虽然找出了解决方案，但数值实施和参数研究还没进行，有待将来发表。

七、对随机离散散射体的相干位位置表象的理论和计算，一直还没来得及对程序进行逐行逐行核实并亲自运行，将来可发表论文。

八、第四守恒定律已于2008年发现，该论文一旦发表就有到达当时科学顶峰的可能，但至今没有发表也有好处，有利于相关成果被作者“独霸”，如2012年春节证明的刚尺和原时的不变性，并最终找到了惯性系的根在哪里。这就是作者所说不为外面的诱惑所动的真实含义。想做大事和想做文章在方法上是不一样的。

九、作者的空间相对论和时空相对论暂时没有在美国发表，因为还有两个后续的重要问题有待研究，彻底打通牛顿的绝对时空和爱因斯坦的相对时空是作者坚定不移的目标。

十、没有发表期刊论文并不等于作者的工作没有发表，本专著本身就有版权，就是发表。代表哥白尼革命的《天体运行论》等哥白尼死后才发表，完全没有功利性。作者也不为外面的诱惑所动，为科学而科学，力争为人类作出更大的贡献。

人生是欢乐的涌泉，偶尔也有深沉的悲痛。这段时间作者不断自勉。好在林为干院士早就使我不致忘记：如此恩典，让我敬畏。后记只有提及在患难之际伸出援手的浦东新区区委副书记吴信宝博士(包括他的秘书瞿磊、马学杰和王晓科博士)的再次帮助才能结束。杭州电子科技大学的方华书记和金海学弟也是不可不感激的。

作者有幸得到祖国和人民多年的哺育，特别是杭州电子科技大学10年的培养。研究做得还很不够，阶段性地将其写下来，也许可以有少许作为备忘录或者将来研究者的参考资料。感谢任维君同志协助作者撰写本书，没有他的大量付出，本书是不可能完成的。特别感谢吴信宝博士，2002年作者回国，吴博士亲自到机场迎接，给我爱的温暖，此外还亲

自修改我的简历,亲自引荐作者来到杭州电子科技大学任教。李晓梅和吴菲也关注着我们全家的命运。最为重要的是,吴博士替我做出的在杭州电子科技大学工作的决断幸运地促成了我学术生涯的哲学转向,并最终成就了我在物理学上超出意料的发展。十分感谢孙玲玲老师对作者的关照和宽容。感谢李凯博士多年的合作,我们一起度过了许多快乐的时光。十分感谢林为干和金亚秋院士对作者多年的鼓励和指导。感谢我的恩师成孝予、赵家升教授以及方华书记,是他们带我进入数学、物理和哲学殿堂。感谢徐建华、徐建芬、杨义先、谢良国、任玲慧、徐国连、沈菊香、潘威炎、代水华、吴君茹、钱梦禄、朱建华、水永安、吴学英、向伯先、刘淑芳、熊世雪、刘翠华、王正权、任金涛、黎帮华,杨本洛、李志刚、肖德一、刘远华、张志勇、杨庆轩、马兴启、樊荣茂、向中贵、文舸一、郭飞、郭旗、祝宁华、刘元安、万长华、肖开奇、袁本涛、潘锦、王清源、李陟、平本林华、平本林美,龚光、章毅、王晓军、石果、何忆红、任晓庆、唐颂,立居场光生、Norris、Smith、王庆明、Strom、Fishman、马君岭、张业荣、刘志旺和王志良等的帮助,他们在我人生有困难的时候,向我提供了极大的帮助,作者终生不忘。特别感谢郭林松校长助理,给予我经常性的指导和无微不至的关怀。记得 2011 年在科研上取得重大突破之时,我已身心疲惫,许多人鼓励我趁热打铁,尽快发表论文,只有郭助理建议,任何突破都来之不易,重大突破更是难上加难,应该注意身体,好好调养一段时间后再考虑发表论文,这体现了党对知识分子的关怀。感谢杭州电子科技大学科技处的秦燕娟和汪海燕老师,他们对本书的出版给予了多方面的支持。感谢我的学生徐广成、杜铁钧、焦志伟、张永刚、潘伟良、王丹、董志龙、姚军烈、朱合、郑洲官、刘宁、肖刘琴、刘松柏、曲恒、高洪涛、顾婷婷、张丽艳、张书俊等,他们都为本书的完成贡献了自己的力量。感谢父母(任志钦和刘淑霞)的养育之恩以及妻子(张敏)和儿子(任韫灵)的爱。感谢居安多娜老师在英语语音校正和西方文化方面对我的特别指导,奇异恩典,何等甘甜,永远感激不尽。感谢庄佳妮爱上我的儿子任韫灵,使我有了即将当爷爷的喜乐,更有助于本书的完成。

［Ｇｅｎｅｒａｌ Ｉｎｆｏｒｍａｔｉｏｎ］
书名＝ａ
ＳＳ号＝１４３１４８５９